

**Vaja 2 - 3: Pretvorba med geodetskimi in kartezičnimi koordinatami na elipsoidu**

Podan imate položaj geodetske točke na elipsoidu:

$$T: \lambda = 107^{\circ}28'52.798\ 18'' \quad \varphi = -68^{\circ}31'5.644\ 61'' \quad h = 471.0085\ \text{m}$$

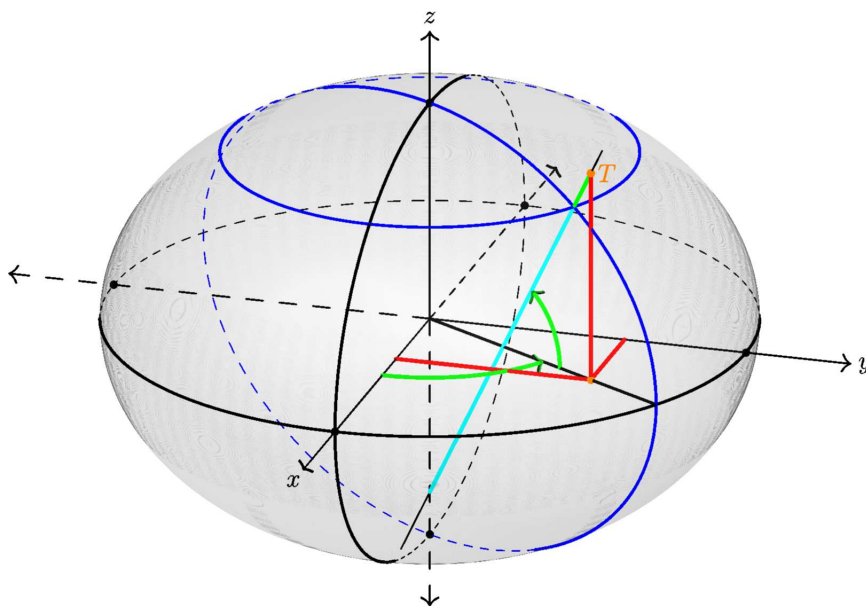
Za podano točko na elipsoidu GRS80 in Bessel poračunajte:

1. kartezične koordinate:  $x$ ,  $y$  in  $z$ ,
2. iz izračunanih kartezičnih koordinat izračunajte nazaj geodetske koordinate ( $\varphi$ ,  $\lambda$ ,  $h$ ), in sicer z direktno in iterativno metodo.

Z zakonom o prenosu pravih pogreškov izračunajte pogreške koordinat:  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  in  $\Delta z$ , če:

- imata parametra elipsoida pogreške podane kot:  $\Delta a = 1.0\ \text{cm}$  in  $\Delta e = 3 \times 10^{-8}$ ,
- če so pravi pogreški geodetskih koordinat:  $\Delta\varphi = 0.001''$ ,  $\Delta\lambda = 0.001''$  in  $\Delta h = 1.0\ \text{cm}$

## POMOČ:



Slika 1: Prikaz **kartezičnih** in **elipsoidnih** koordinat na rotacijskem elipsoidu

### 1. Pretvorba elipsoidnih koordinat v kartezične:

Pri pretvorbi elipsoidnih koordinat v kartezične imamo podano:

- elipsoidne koordinate:  $\varphi$ ,  $\lambda$  in  $h$ ,
- parametra elipsoida:  $a$ ,  $e$ .

Pretvorbo izvedemo s pomočjo enačb:

$$\begin{aligned}x &= (N + h) \cos \varphi \cos \lambda \\y &= (N + h) \cos \varphi \sin \lambda \\z &= (N(1 - e^2) + h) \sin \varphi\end{aligned}\tag{1}$$

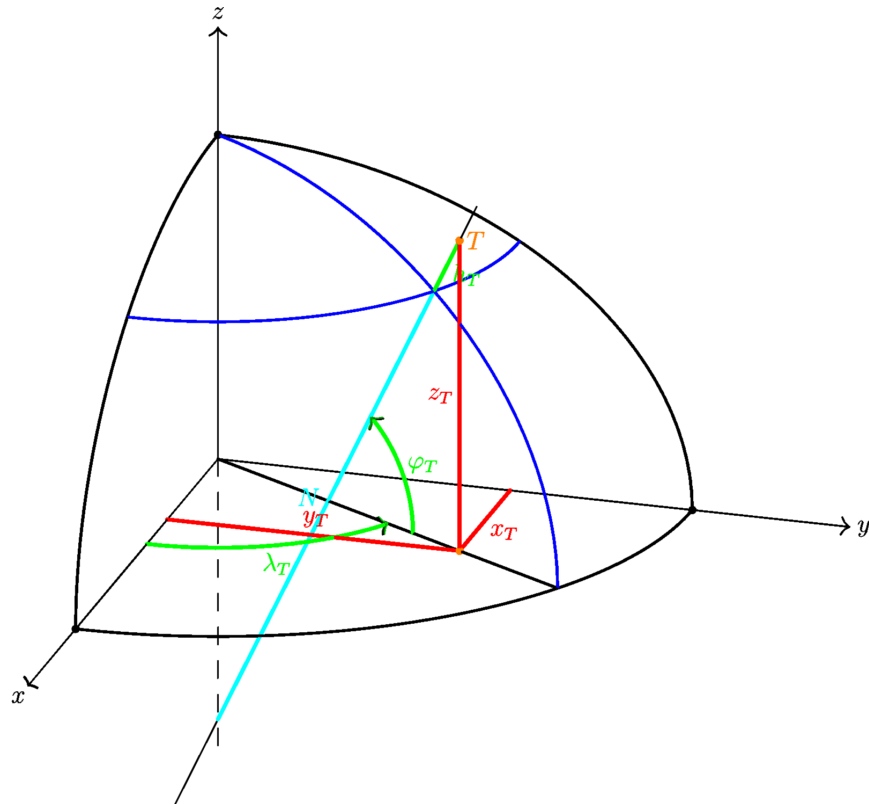
V enačbi 1  $N$  predstavlja polmer ukrivljenosti 1. vertikala.

### 2. Pretvorba kartezičnih koordinat v elipsoidne:

Pri pretvorbi kartezičnih koordinat v elipsoidne imamo podano:

- kartezične koordinate:  $x$ ,  $y$  in  $z$ ,
- parametra elipsoida:  $a$ ,  $e$ .

Problem pretvorbe kartezičnih koordinat v elipsoidne še do danes ni direktno rešen. Vsi pristopi so iterativni, z določeno natančnostjo. Največkrat sta v uporabi dva pristopa, in sicer iterativni in t.i. direktni način.



Slika 2: Prikaz **kartezičnih** in **elipsoidnih** koordinat z oznakami v pozitivnem oktantu elipsoida

- **Iterativni način:**

V prvem koraku izračunamo oddaljenost od rotacijske osi Zemlje:

$$p = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2)$$

Sledi izračun prvega približka geodetske širine:

$$\varphi_0 = \arctan\left(\frac{z}{p(1 - e^2)}\right) \quad (3)$$

Za izračun prvega približka elipsoidne višine točke dobimo:

$$h_0 = \frac{p}{\cos \varphi_0} - N_0 \quad \rightarrow \quad N_0 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_0}} \quad (4)$$

Sledi iterativen izračun, kjer izračunavamo elipsoidno širino, polmer ukrivljenosti 1.

vertikala in elipsoidno višino

$$\begin{aligned}\varphi_i &= \arctan \left( \frac{z}{p} \left( 1 - e^2 \frac{N_{i-1}}{N_{i-1} + h_{i-1}} \right)^{-1} \right) \\ N_i &= \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi_i}} \\ h_i &= \frac{p}{\cos \varphi_i} - N_i\end{aligned}\tag{5}$$

Postopek ponavljamo toliko časa, dokler zaporedna približka  $|\varphi_i - \varphi_{i-1}|$  nista dovolj majhna. Splošno uporaben in uveljavljen prag je natančnost vsaj 0.1 mm, a pri uporabi računalnikov lahko ta prag nastavimo na najvišjo možno natančnost, ki pri večini programskih jezikov znaša  $1 \times 10^{-15}$ .

Za razliko do elipsoidne širine in višine, pa je izračun elipsoidne dolžine enoličen in direkten:

$$\lambda = \arctan \frac{y}{x}\tag{6}$$

- **Direktni način:**

Pri direktnem načinu prvo računamo oddaljenost točke od rotacijske osi (polmer vzporednika):

$$p = \sqrt{x^2 + y^2}\tag{7}$$

Sledi količina  $\Theta$

$$\Theta = \arctan \left( \frac{z a}{p b} \right)\tag{8}$$

Izračun elipsoidne širine sledi po enačbi:

$$\varphi = \arctan \left( \frac{z + e'^2 b \sin^3 \Theta}{p - e'^2 a \cos^3 \Theta} \right)\tag{9}$$

kjer malo polos elipsoida in drugo ekscentriciteto dobimo z:

$$b = a\sqrt{1 - e^2} \quad \rightarrow \quad e'^2 = \frac{e^2}{1 - e^2}\tag{10}$$

Izračun elipsoidne višine je enak, kot v primeru iterativne metode:

$$h = \frac{p}{\cos \varphi} - N \quad \rightarrow \quad N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}}\tag{11}$$

Elipsoidno dolžino spet izračunamo neposredno:

$$\lambda = \arctan \frac{y}{x}\tag{12}$$