Vaja 3 - 3: **Velika mreža Strunjan - lokalne mere kakovosti**

V Veliki mreži Strunjan izračunajte lokalne mere kakovosti. Izračunajte:

- standardne odklone in intervale zaupanja ocenjenih položajev točk v mreži ($\alpha = 0.05$),
- absolutne elipse pogreškov ocenjenih položajev točk ($\alpha = 0.05$),
- relativne elipse pogreškov točk v mreži ($\alpha = 0.05$),
- nadštevilnost posameznega opazovanja r_i,
- povprečnost nadštevilnosti vseh opazovanj $\overline{r}$,
- notranjo zanesljivost posameznega opazovanja ∇l_i,
- povprečno notranjo zanesljivost opazovanj iste vrste $\overline{\nabla_l}$ geodetske mreže,
- zunanjo zanesljivost posameznega opazovanja λ_i in
- zunanjo zanesljivost ocenjenih položajev točk $\nabla \mathbf{x}$.

Lokalne mere kakovosti geodetske mreže

Lokalne mere kakovosti nam dajo podatek o natančnosti **dela mreže** in so odvisne od natančnosti opazovanj in geometrije geodetske mreže. Celotna informacija o natančnosti geodetske mreže je vsebovana v kovariančni matriki neznank $\mathbf{\Sigma}_{\Delta\Delta} = \mathbf{\Sigma}_{\mathbf{xx}}$.

Standardni odkloni in intervali zaupanja ocenjenih položajev točk v mreži

$$\sigma_{x_i} = \sqrt{\mathbf{\Sigma}_{\Delta\Delta}(i,i)}$$
$$x_i - N_{\alpha/2}\sigma_{x_i} \leq \mu_i \leq x_i + N_{\alpha/2}\sigma_{x_i}$$

Prava vrednost neznanke μ_i leži v intervalu, kjer ocenjeni neznanki x_i odštejemo in prištejemo $N_{\alpha/2}$-kratnik standardnega odklona σ_{x_i}. Vrednost $N_{\alpha/2}$ pridobimo iz preglednice standardizirane normalne porazdelitve ene spremenljivke.

Absolutne elipse pogreškov ocenjenih položajev točk

Parametre elipse pogreškov dobimo z razcepom kovariančne matrike položaja točke na lastne vrednosti in lastne vektorje. Lastni vrednosti sta enaki:

$$\lambda_1 = \frac{\sigma_y^2 + \sigma_x^2}{2} + \sqrt{\frac{(\sigma_y^2 - \sigma_x^2)^2}{4} + \sigma_{yx}^2}$$
$$\lambda_2 = \frac{\sigma_y^2 + \sigma_x^2}{2} - \sqrt{\frac{(\sigma_y^2 - \sigma_x^2)^2}{4} + \sigma_{yx}^2}$$

kjer sta σ_y in σ_x standardna odklona y in x koordinate točke in σ_{yx} pripadajoča kovarianca. Polosi elipse pogreškov dobimo z:

$$a = \sqrt{\chi^2_{1-\alpha,2}}\sqrt{\lambda_1} \qquad b = \sqrt{\chi^2_{1-\alpha,2}}\sqrt{\lambda_2}$$

Kot zasuka θ se izračuna po postopku smernega kota iz enačbe:

$$\tan 2\theta = \frac{2\sigma_{y_i x_i}}{\sigma_{y_i}^2 - \sigma_{x_i}^2}$$

Za lažji izračun uporabite funkcijo `atan2()`, kjer pa neposredno dobite pravilen rezultat.

Relativne elipse pogreškov

Izračunamo vektor med dvema točkama in po zakonu o prenosu varianc in kovarianc izračunamo kovariančno matriko $\mathbf{\Sigma}_{\Delta y \Delta x}$. Izračun parametrov relativne elipse pogreškov je enak kot pri absolutni elipsi pogreškov.

Nadštevilnost posameznega opazovanja

Nadštevilnost posameznega opazovanja r_i dobimo na diagonali matrike nadštevilnosti $\mathbf{R}$, torej $r_i = \mathbf{R}(i,i)$ in je odvisna od geometrije mreže in natančnosti opazovanj. Nadštevilnost opazovanja lahko zavzame vrednosti na zaprtem intervalu $[0, 1]$ in kaže na sposobnost matematičnega modela, da najde grobi pogrešek v i-tem opazovanju. Nižja kot je vrednost r_i, manjši imamo nadzor nad grobim pogreškom, večja kot je r_i, večji imamo nadzor nad grobim pogreškov. Da za opazovanje velja $r_i = 0$, to pomeni, da je to opazovanje uporabljeno za enolično določitev določene neznanke, npr. od dveh točk sta do tretje točke opazovani samo dve dolžini. Ti dve dolžini imata obe $r_i = 0$. Da za opazovanje velja $r_i = 1$, pa je le v primeru, ko je opazovanje izvedeno med danimi točkami.

Povprečna nadštevilnost opazovanj geodetske mreže
Prepričajte se, da velja:

$$\overline{r} = \frac{\sum r_i}{n} = \frac{r}{n}$$

Vsota števil nadštevilnosti je enaka številu nadštevilnosti (r).

Notranja zanesljivost posameznega opazovanja
Pri notranji zanesljivosti opazovanja ∇_{l_i} ugotavljamo, kako velik je še lahko pogrešek v opazovanjih, da ga postopek pregleda opazovanj (angl. data snooping) še odkrije. Izračun:

$$\nabla_{l_i} = \sigma_i \frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}}$$

kjer je $\delta_0 = 3,2416$. Notranja zanesljivost opazovanja je odvisna od natančnosti opazovanja σ_i in geometrije mreže r_i.

Povprečna notranjo zanesljivost mreže

$$\overline{\nabla_l} = \frac{1}{n} \sum \nabla_{l_i}$$

Povprečno notranjo zanesljivost računamo za vsako vrsto opazovanj posebej, torej za dolžine posebej in za kote posebej.

Zunanja zanesljivost posameznega opazovanja
Z zunanjo zanesljivostjo ugotavljamo, kako največji grobi pogrešek vpliva na neznanke (koordinate točk). Če grobega pogreška ne odkrijemo, bi bilo idealno, da bi bil vpliv tega pogreška čim manjši.

$$\lambda_i = \delta_0^2 \left(\frac{1}{r_i} - 1 \right)$$

Zunanja zanesljivost ocenjenih položajev točk
Zunanja zanesljivost ocenjenih koordinat pove, kolikšen je vpliv i-tega grobega pogreška, ki ni bil odkrit s postopkom pregleda opazovanj, na koordinate točk v mreži.

$$\nabla \mathbf{x} = \mathbf{Q_{xx}} \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{P} \mathbf{c}_i \nabla_{l_i}$$

$\mathbf{c}_i$ e v enačbi predstavlja stolpični vektor velikosti $n \times 1$ in ima na vseh mestih vrednosti 0, le na mestu i ima vrednost 1.