Vaja 3 - 3: **Velika mreža Strunjan - globalne mere kakovosti**

V Veliki mreži Strunjan izračunajte globalne mere kakovosti. Izračunajte:

- kovariančno matriko ocenjenih koordinat točk mreže $\mathbf{\Sigma}_{\Delta\Delta} = \mathbf{\Sigma}_{xx}$,
- rang h kovariančne matrike $\mathbf{\Sigma}_{\Delta\Delta}$,
- skladnost ocenjenih koordinat s pravimi vrednostmi koordinat ($\alpha = 0.05$),
- dolžine polosi hiper-elipsoida a_i ($i \in \{1, \ldots, u\}$) koordinat točk ($\alpha = 0.05$),
- determinanto in sled kovariančne matrike $\mathbf{\Sigma}_{\Delta\Delta}$ iz lastnih vrednosti matrike,
- srednjo varianco $\overline{\sigma}^2_{xx}$ (srednji standardni odklon $\overline{\sigma}_{xx}$), generalizirano varianco $\overline{\overline{\sigma}}^2_{xx}$ (srednji generalizirani standardni odklon $\overline{\sigma}_{xx}$), srednji pogrešek položajev točk mreže v 2D prostoru σ_P in
- stopnjo homogenosti mreže γ.

Globalne mere kakovosti geodetske mreže

Globalne mere kakovosti geodetske mreže nam opisujejo kakovost **mreže kot celote** in so odvisne od natančnosti opazovanj in geometrije geodetske mreže. Celotna informacija o natančnosti geodetske mreže je vsebovana v kovariančni matriki neznank $\mathbf{\Sigma}_{\Delta\Delta} = \mathbf{\Sigma}_{\mathbf{xx}}$.

Kovariančna matrika neznank $\mathbf{\Sigma}_{\Delta\Delta}$

Izračun kovariančne matrike sledi enačbam posredne izravnave. Izračunamo jo na osnovi matrike kofaktorjev neznank $\mathbf{Q}_{\Delta\Delta}$ in referenčne variance a-priori σ_0^2:

$$\mathbf{\Sigma}_{\Delta\Delta} = \sigma_0^2 \mathbf{Q}_{\Delta\Delta}$$

Rang h kovariančne matrike neznank

Predstavlja število neodvisnih vektorjev kovariančne matrike $\mathbf{\Sigma}_{\Delta\Delta}$ in se ga izračuna kot;

$$h = \mathrm{rank}(\mathbf{\Sigma}_{\Delta\Delta}) = u - d$$

kjer u predstavlja število neznank, d pa število nedoločenih datumskih parametrov geodetske mreže (defekt datuma).

Skladnost ocenjenih koordinat s pravimi koordinatami točk

Sestavimo ničelno in alternativno hipotezo:

$\mathrm{H_0} : \mathrm{E}(\mathbf{x}) = \overline{\mathbf{x}}$	pričakovana vrednost ocenjenih neznank $\mathbf{x}$ je skladna s pravimi vrednostmi neznank $\overline{\mathbf{x}}$
$\mathrm{H_a} : \mathrm{E}(\mathbf{x}) \neq \overline{\mathbf{x}}$	pričakovana vrednost ocenjenih neznank $\mathbf{x}$ ni skladna s pravimi vrednostmi neznank $\overline{\mathbf{x}}$

Ker ne poznamo pravih vrednosti neznank $\overline{\mathbf{x}}$, pri testiranju vzamemo približne vrednosti neznank $\mathbf{x}_0$. Testna statistika:

$$z = (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)^{\mathrm{T}} \, \frac{\mathbf{Q}^{-}_{\mathbf{\Delta\Delta}}}{\sigma_0^2} \, (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) = \mathbf{\Delta}^{\mathrm{T}} \frac{\mathbf{Q}^{-}_{\mathbf{\Delta\Delta}}}{\sigma_0^2} \mathbf{\Delta} \sim \ \chi^2_{1-\alpha,h}$$

se porazdeljuje po χ^2 porazdelitvi s h prostostnimi stopnjami. V enačbi $\mathbf{Q}^{-}_{\mathbf{\Delta\Delta}}$ predstavlja psevdo-inverz matrike kofaktorjev neznank $\mathbf{Q}_{\mathbf{\Delta\Delta}}$ (matlab: `pinv(.)`).

Dolžine polosi hiper-elipsoida

Dolžine polosi hiper-elipsoida izračunamo z:

$$a_i = \sqrt{\chi^2_{1-\alpha,h}} \sqrt{\lambda_i} \qquad i \in \{1, \ldots, u\}$$

kjer λ_i predstavlja i-to lastno vrednost matrike $\mathbf{\Sigma}_{\Delta\Delta}$. Izračun lastnih vrednosti λ_i v matlabu: `eig(.)`.

Determinanta in sled matrike $\mathbf{\Sigma}_{\Delta\Delta}$

Preverite enakosti:

$$\det(\mathbf{\Sigma}_{\Delta\Delta}) = \prod \lambda_{\mathrm{i}}$$

$$\mathrm{sled}(\mathbf{\Sigma}_{\Delta\Delta}) = \sum \lambda_{\mathrm{i}}$$

Geometrijski pomen: determinanta je proporcionalna prostornini hiper-elipsoida. Pri defektu geodetskega datuma je determinanta vedno enaka **nič**, zato se jo izračuna iz **neničelnih lastnih vrednosti**.

Merila natančnosti celotne mreže

$\overline{\sigma}^2_{xx} = \frac{1}{h}\mathrm{sled}(\mathbf{\Sigma}_{\Delta\Delta})$ srednja varianca
$\overline{\overline{\sigma}}^2_{xx} = \sqrt[h]{\det(\mathbf{\Sigma}_{\Delta\Delta})}$ generalizirana varianca
$\sigma_P = \sqrt{2}\,\overline{\sigma}_{xx}$ srednji pogrešek položajev točk mreže v 2D prostoru.

Stopnja homogenosti mreže γ

Stopnja homogenosti je določena z:

$$\gamma = \frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}$$

kjer v izračun vzamemo le neničelne lastne vrednosti. Geodetska mreža je homogena, če je γ čim bližje vrednosti 1.