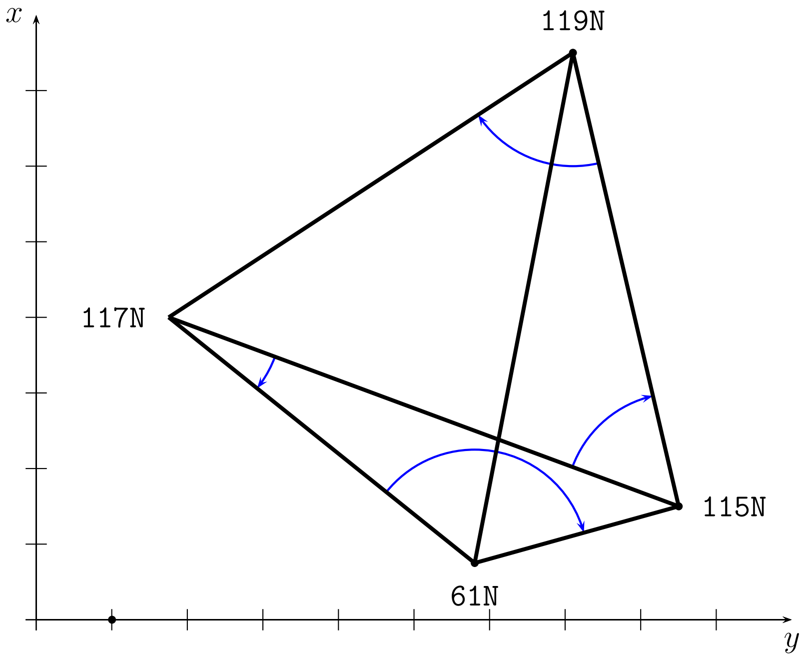
Vaja 3 - 1: **Velika mreža Strunjan - enačbe popravkov**



Slika 1: Opazovanja v veliki mreži Strunjan

V veliki mreži Strunjan nastavite matrični model posredne izravnave po MNK. Podatki geodetske mreže, ki jih moramo imeti so približne koordinate točk mreže in reducirana opazovanja v ravnino projekcije.

- Približne koordinate točk ste dobili pri vaji 2.1 s programom `SiTraNet`. Podajte jih na 3 decimalna mesta.
- Reducirane dolžine v modulirani ravnini projekcije ste dobili pri vaji 2.2. Podajte jih na 3 decimalna mesta.
- Reducirane smeri v ravnini projekcije ste dobili pri vaji 2.2. Podajte jih na 1 decimalno mesto sekund. Na vsakem stojišču bomo uporabili le en kot[1], in sicer:
  - na stojišču `115N` kot med točkama `117N` in `119N`,
  - na stojišču `61N` kot med točkama `117N` in `115N`,
  - na stojišču `119N` kot med točkama `115N` in `117N` in
  - na stojišču `117N` kot med točkama `115N` in `61N`.

[1] Pri uporabi horizontalnih smeri v geodetski mreži moramo uvesti za vsako stojišče dodatno neznanko, in sicer orientacijsko smer. Če sestavimo kote, orientacijsko smer eliminiramo, a dobimo korelirane kote. Če imamo samo en kot, ni orientacijske neznanke in ne korelacij med koti.

Vse podatke ustrezno vnesite v datoteko `gmRedOpazovanja.txt`. Končno shemo opazovanj prikazuje slika 1.

Za geodetsko mrežo Strunjan nastavite matrični model posredne izravnave po MNK. Osnovni matrični model nastavite tako, da bodo vse točke nove. Določite:

- števila:
  - n - število vseh opazovanj,
  - n_0 - minimalno število opazovanj, za rešitev problema,
  - u - število neznank v modelu,
  - $r = n - n_0$ - število nadštevilnih opazovanj,
- $\mathbf{l}, \mathbf{\Sigma}$ - vektor opazovanj s pripadajočo variančno-kovariančno matriko,
- $\sigma_0^2, \mathbf{Q}, \mathbf{P}$ - referenčno varianco a-priori, s katero izračunate matriko kofaktorjev in matriko uteži opazovanj,
- $\mathbf{B}$, $\mathbf{f}$ - matrika koeficientov in vektor odstopanj enačb popravkov.

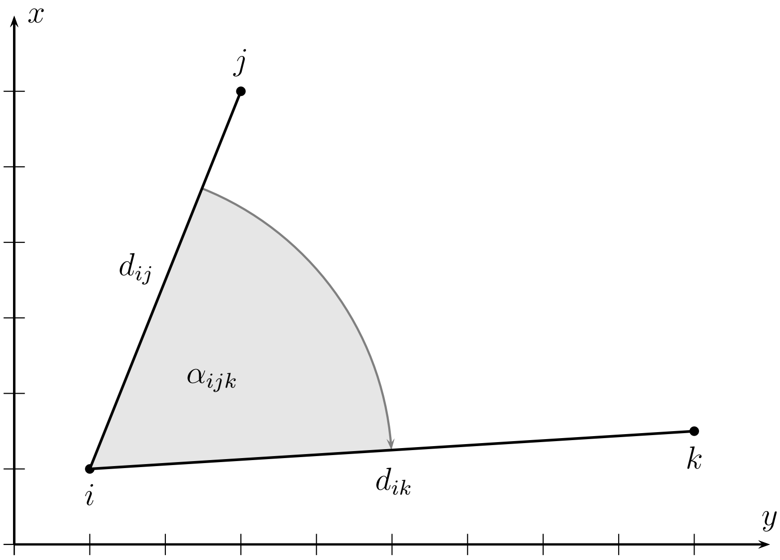
Izračunajte:

- $\mathbf{N}$, $\mathbf{t}$ - matriko in vektor sistema normalnih enačb,
- Pokažite, da sta matriki $\mathbf{B}$ in $\mathbf{N}$ singularni in da imata isti ničelni prostor (jedro).

Modeliranje geodetskih opazovanj v ravnini

V primeru geodetskega štirikotnika imamo podani 2 vrsti opazovanj (glej sliko 2):

- Opazovane horizontalne dolžine: d_{ij} med točkama i in j.
- Opazovani koti: α_{ijk}, na stojišču i in s smerema proti točkama j in k. Koti so vedno merjeni v smeri urinega kazalca.



Slika 2: Opazovanja ravninske geodetske mreže: kot α_{ijk} in dolžini d_{ij} ter d_{ik}

Opazovane horizontalne dolžine:
Opazovano dolžino d_{ij} z neznankami (koordinatami točk i in j) povežemo z enačbo popravkov:

$$\hat{d}_{ij} - \sqrt{(y_j - y_i)^2 + (x_j - x_i)^2} = 0 \tag{1}$$

Linearizirana enačba popravkov ima obliko:

$$v_{d_{ij}} + e_i\delta y_i + f_i\delta x_i + e_j\delta y_j + f_j\delta x_j = d_{ij0} - d_{ij} \tag{2}$$

Koeficienti e_m predstavljajo parcialne odvode enačbe 1 po spremenljivki y_m, f_m parcialne odvode po x_m in d_{ij0} približno vrednost dolžine, izračunane iz približnih vrednosti koordinat $y_{m,0}$ in $x_{m,0}$ $(m = i, j)$. Koeficienti imajo obliko:

$$e_i = \frac{y_{j,0} - y_{i,0}}{d_{ij0}} = \sin\nu_{ij,0} \quad f_i = \frac{x_{j,0} - x_{i,0}}{d_{ij0}} = \cos\nu_{ij,0} \qquad e_j = -e_i \quad f_j = -f_i \tag{3}$$

Opazovani koti:
Opazovano vrednost kota α_{ijk} z neznankami (koordinatami točk i, j in k) povežemo z enačbo popravkov:

$$\hat{\alpha}_{ijk} - \left(\arctan\left(\frac{\hat{y}_k - \hat{y}_i}{\hat{x}_k - \hat{x}_i}\right) - \arctan\left(\frac{\hat{y}_j - \hat{y}_i}{\hat{x}_j - \hat{x}_i}\right)\right) = 0 \tag{4}$$

Linearizirana enačba popravkov za opazovan kot α_{ijk} ima obliko:

$$v_{\alpha_{ijk}} + a_k \delta y_k + b_k \delta x_k + a_j \delta y_j + b_j \delta x_j + a_i \delta y_i + b_i \delta x_i = \alpha_{ijk0} - \alpha_{ijk} \tag{5}$$

V enačbi 5 koeficienti a_m predstavljajo parcialne odvode enačbe 4 po spremenljivki y_m, koeficienti b_m parcialne odvode po x_m in α_{ijk0} vrednost kota, izračunanega iz približnih vrednosti neznank $y_{m,0}$ in $x_{m,0}$ $(m = i, j, k)$. Koeficienti imajo obliko (za $d_{ij,0}$ in $d_{ik,0}$ glej zgoraj pri dolžinah):

$$\begin{aligned}
a_k &= -\frac{x_{k,0} - x_{i,0}}{(d_{ik0})^2} & b_k &= \frac{y_{k,0} - y_{i,0}}{(d_{ik0})^2} \\
a_j &= \frac{x_{j,0} - x_{i,0}}{(d_{ij0})^2} & b_j &= -\frac{y_{j,0} - y_{i,0}}{(d_{ij0})^2} \\
a_i &= -(a_k + a_j) & b_i &= -(b_k + b_j)
\end{aligned} \tag{6}$$