

Vaja 1: Transformacije med sistemi LA, LG in G

Podan imate položaj geodetske točke GT01 na elipsoidu GRS80 s komponentami odklona navpičnice:

$$\varphi = 45^{\circ}12'54.85263'' \quad \lambda = 14^{\circ}3'12.56481'' \quad h = 253.735 \text{ m}$$

$$\xi = 3.2'' \quad \eta = -8.3''$$

Podanih imate tudi 5 geodetskih točk, ki pa imajo koordinate podane v koordinatnem sistemu LA:

TOČKA	$x^{LA}[\text{m}]$	$y^{LA}[\text{m}]$	$z^{LA}[\text{m}]$
T_1	109.2530	49.0910	9.7330
T_2	96.1060	47.3840	13.1920
T_3	93.6170	56.8380	14.2260
T_4	109.6720	45.4230	10.9550
T_5	90.3940	53.9830	12.4010

Preglednica 1: Geodetske točke v sistemu LA

Transformirajte:

- koordinate točk iz preglednice 1 iz sistema LA v sistem LG,
- koordinate točk iz sistema LG v sistem G,
- koordinate točk iz preglednice 1 iz sistema LA v sistem G - direktno in
- koordinate točk iz preglednice 1 iz sistema LA v sistem G - poenostavljeno.

Prepričajte se, da dobite enake koordinate točk v sistemu G z vsemi zadnjimi tremi transformacijami.

Transformacije med koordinatnimi sistemi LA, LG in G

Enačbe transformacije:

- Transformacija iz sistema LA v LG:

$$\mathbf{x}^{LG} = \mathbf{R}_z(\Delta A)\mathbf{R}_y(-\xi)\mathbf{R}_x(\eta)\mathbf{x}^{LA} \quad (1)$$

- Transformacija iz sistema LG v G:

$$\mathbf{x}^G = \mathbf{R}_z(\pi - \lambda)\mathbf{R}_y\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)\mathbf{P}_y\mathbf{x}^{LG} + \mathbf{x}_{GT01}^G \quad (2)$$

- Transformacija iz sistema LA v G - direktno:

$$\mathbf{x}^G = \mathbf{R}_z(\pi - \lambda)\mathbf{R}_y\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)\mathbf{P}_y\mathbf{R}_z(\Delta A)\mathbf{R}_y(-\xi)\mathbf{R}_x(\eta)\mathbf{x}^{LA} + \mathbf{x}_{GT01}^G \quad (3)$$

- Transformacija iz sistema LA v G - poenostavljeno:

$$\mathbf{x}^G = \mathbf{R}_z(\pi - \Lambda)\mathbf{R}_y\left(\frac{\pi}{2} - \Phi\right)\mathbf{P}_y\mathbf{x}^{LA} + \mathbf{x}_{GT01}^G \quad (4)$$

V enačbah 1, 2, 3 in 4 so količine definirane kot:

- $\mathbf{x}^i = \begin{bmatrix} x^i \\ y^i \\ z^i \end{bmatrix}$ – koordinate točk v koordinatnem sistemu i ($i \in \{LA, LG, G\}$),
- $\Delta A = \eta \tan \varphi$ – razlika med astronomskim (na geoidu) in geodetskim (na elipsoidu) azimutom,
- φ, λ – geodetska širina in dolžina izhodiščne točke koordinatnega sistema LA in LG (točka GT01),
- $\Phi = \varphi + \xi, \Lambda = \lambda + \eta \sec \varphi$ – astronomska širina in dolžina izhodiščne točke koordinatnega sistema LA in LG (točka GT01),
- $\mathbf{R}_i(\alpha)$ – rotacijska matrika, ki izvede zasuk okoli osi i ($i \in \{x, y, z\}$) za kot α :

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_x(\alpha) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} & \mathbf{R}_y(\alpha) &= \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & 0 & -\sin(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\alpha) & 0 & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \\ \mathbf{R}_z(\alpha) &= \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

- \mathbf{P}_i – refleksijska matrika, ki prezrcali os i ($i \in \{x, y, z\}$):

$$\mathbf{P}_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{P}_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{P}_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (6)$$