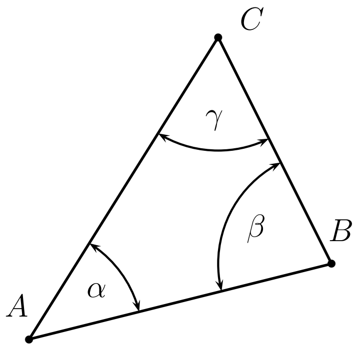
Pogojna izravnava po MNK – Merjeni vsi koti trikotnika:

V trikotniku smo izmerili vse tri notranje kote in dobili: $\alpha = 41°33'$, $\beta = 78°57'$ in $\gamma = 59°27'$. Če so opazovanja enake natančnosti in medseboj nekorelirana, s pogojno izravnavo po MNK izravnaj opazovanja.



Slika 1: Skica trikotnika in vseh notranjih kotov

Rešitev s postopkom pogojne izravnave po MNK

Postopek pogojne izravnave sledi korakom iz datoteke *PogojnaIzravnavaMNK.pdf*.

1. Iz podatkov naloge sestavimo vektor opazovanj $\mathbf{l}$ in matriko kofaktorjev opazovanj $\mathbf{Q}$. Nastavimo n, n_0 in r.
   Iz navodil vidimo, da imamo $n =$ ___, $n_0 =$ ___, $r =$ ___ in:

$$\mathbf{l} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \_\_\_^\circ\_\_\_' \\ \_\_\_^\circ\_\_\_' \\ \_\_\_^\circ\_\_\_' \end{bmatrix} \tag{1}$$

   Ker so opazovanja enake natančnosti in medseboj nekorelirana, je matrika kofaktorjev $\mathbf{Q}$ enaka:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \_\_\_ & \_\_\_ & \_\_\_ \\ \_\_\_ & \_\_\_ & \_\_\_ \\ \_\_\_ & \_\_\_ & \_\_\_ \end{bmatrix} \tag{2}$$

2. Sestavimo r pogojnih enačb - vsako nadštevilno opazovanje poda možnost sestave ene enačbe.
   Število pogojnih enačb je torej $r =$ ___, v kateri nastopajo le izravnana opazovanja in konstanta (katera je tu konstanta?). Pogoj, ki velja za naša opazovanja, je seveda:

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} + \hat{\gamma} = \_\_\_^\circ \tag{3}$$

   Pogoj iz enačbe 3 uporabimo za sestavo pogojne enačbe, ki je:

$$F_1 \equiv \hat{\alpha} + \hat{\beta} + \hat{\gamma} - \_\_\_^\circ = 0 \tag{4}$$

3. Linearizamo pogojne enačbe in jih zapišemo v matrični obliki $\mathbf{A}\mathbf{v} = \mathbf{f}$.
Vektor popravkov $\mathbf{v}$ ima, glede na vektor opazovanj $\mathbf{l}$ iz enačbe 1 obliko:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \\ v_\gamma \end{bmatrix} \tag{5}$$

Matrika koeficientov / parcialnih odvodov pogojnih enačb po opazovanjih $\mathbf{A}$ je velikosti $\_ \times \_$. Število vrstic je enako številu enačb, medtem ko je število stolpcev enako številu opazovanj. Matrika $\mathbf{A}$ je enaka:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial F_1}{\partial \beta} & \frac{\partial F_1}{\partial \gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \_\_ & \_\_ & \_\_ \end{bmatrix} \tag{6}$$

Vektor odstopanj pogojnih enačb $\mathbf{f}$ je velikosti $\_ \times \_$, za vsako pogojno enačbo dobimo eno odstopanje. Vektor dobimo tako, da vse kar se nahaja na levi strani enačaja v pogojnih enačbah iz 4 prenesemo na desno stran. Pri tem se spremeni predznak, namesto izravnanih opazovanj pa uporabimo merjene vrednosti. Dobimo:

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} -(\alpha + \beta + \gamma - \_\_^\circ) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \_\_' \end{bmatrix} \tag{7}$$

4. Izračunamo matriko kofaktorjev $\mathbf{Q}_e$ in matriko uteži $\mathbf{P}_e$ ekvivalentnih enačb/opazovanj.
Ko smo nastavili osnovni matrični model (matriko $\mathbf{A}$ in vektor $\mathbf{f}$) in stohastični model pogojne izravnave (matriko $\mathbf{Q}$), nas čaka samo še niz matričnih računov do rezultatov izravnave. Prvo izračunamo matriko kofaktorjev ekvivalentnih enačb/opazovanj $\mathbf{Q}_e$, ki je velikosti $\_ \times \_$. Dobimo:

$$\mathbf{Q}_e = \mathbf{A}\mathbf{Q}\mathbf{A}^\mathrm{T} = \mathbf{A}\mathbf{A}^\mathrm{T} = \begin{bmatrix} \_ \end{bmatrix} \tag{8}$$

Matriko uteži $\mathbf{P}_e$ ekvivalentnih enačb/opazovanj dobimo z inverzom matrike $\mathbf{Q}_e$ in dobimo:

$$\mathbf{P}_e = \mathbf{Q}_e^{-1} = \begin{bmatrix} \_ \end{bmatrix} \tag{9}$$

5. Izračunamo Lagrangejeve multiplikatorje, vektor korelat $\mathbf{k}$.
Sledi izračun vektorja korelat $\mathbf{k}$, velikosti $\_ \times \_$, ki ima obliko:

$$\mathbf{k} = \mathbf{P}_e\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \_' \end{bmatrix} \tag{10}$$

6. Izračunamo vektor popravkov opazovanj $\mathbf{v}$.
Na osnovi vektorja $\mathbf{k}$ izračunamo popravke opazovanj, vektor $\mathbf{v}$, ki je:

$$\mathbf{v} = \mathbf{Q}\mathbf{A}^\mathrm{T}\mathbf{k} = \begin{bmatrix} \_' \\ \_' \\ \_' \end{bmatrix} \tag{11}$$

7. Izračunamo vektor izravnanih opazovanj $\hat{\mathbf{l}}$.
Vektor izravnanih opazovanj dobimo iz vektorja merjenih opazovanj $\mathbf{l}$ iz enačbe 1 in vektorja popravkov opazovanj $\mathbf{v}$ iz enačbe 11:

$$\hat{\mathbf{l}} = \mathbf{l} + \mathbf{v} = \begin{bmatrix} \_\_^\circ\_\_' \\ \_\_^\circ\_\_' \\ \_\_^\circ\_\_' \end{bmatrix} \tag{12}$$

8. Preverimo, ali je potrebno narediti dodatno iteracijo pogojne izravnave.
   Primer je linearen in enostaven, zato ni potrebno po izvajanju še ene iteracije.

9. Če naloga zahteva še kakšne dodatne izračune, uporabimo izravnana opazovanja in rešimo problem.
   Naloga ne zahteva nobenega dodatnega izračuna.