

MODELIRANJE ATMOSFERSKIH VPLIVOV PRI SATELITSKI GEODEZIJI

Geofizika v geodeziji

Oskar Sterle

2024/2025

Vsebina

1.	Atmosfera	1
1.1.	Uvod.....	1
1.2.	Razdelitev ozračja po plasteh	1
1.3.	Atmosferska refrakcija.....	3
2.	Troposferska refrakcija	4
2.1.	Troposferska refrakcija pri terestričnih opazovanjih	4
2.1.1.	Tahimetrična opazovanja.....	5
2.1.2.	Nivelmanska opazovanja.....	6
2.2.	Troposferska refrakcija pri satelitskih opazovanjih – vidna svetloba.....	6
2.2.1.	Geodetska astronomija.....	6
2.2.2.	Merjenje dolžin v okviru SLR in LLR.....	6
2.3.	Troposferska refrakcija pri GNSS	7
2.3.1.	Izračun troposferske refrakcije pri GNSS	7
2.3.2.	Modeli troposferske refrakcije	9
2.3.3.	Projekcijske komponente troposferske refrakcije	10
2.3.4.	Ocenjevanje parametrov troposfere v okviru obdelave opazovanj GNSS	10
2.3.5.	Vpliv troposferske refrakcije na rezultate obdelave opazovanj GNSS.....	11
2.3.6.	Izračunane vrednosti zenitne troposferske refrakcije kot podatek za napovedovanje vremena.....	12
3.	Ionosferska refrakcija	13
3.1.	Ionosfera	13
3.2.	Ionosferska refrakcija pri GNSS	16
3.3.	Opazovanja GNSS in njihove lastnosti.....	17
3.4.	Linearne kombinacije opazovanj GNSS.....	19
3.4.1.	Linearne kombinacije opazovanj GNSS za odpravo vpliva ionosfere	19
3.4.2.	Linearne kombinacije opazovanj GNSS za izračun ionosferske refrakcije	20
3.4.3.	Linearne kombinacije širokega pasu	22
3.4.4.	Linearne kombinacije treh frekvenc	23
3.5.	Modeliranje ionosferske refrakcije	23
3.5.1.	Modeliranje ionosfere z GIM.....	24
3.6.	Vpliv ionosferske refrakcije na rezultate obdelave opazovanj GNSS.....	25

1. Atmosfera

1.1. Uvod

Atmosfera (ozračje) predstavlja **plinasto ovojnico** okoli Zemlje, ime pa izhaja iz grščine za *atmos* (ατμός) »plin, para« in *sfera* (σφαίρα) »krogla«. V primerjavi z velikostjo Zemlje predstavlja tanko plast nad površjem, saj je kar 99% vse mase ozračja v 30-tih kilometrih.



Slika 1: Slika atmosfere iz mednarodne vesoljske postaje Mir (vir: <https://discoverydiaries.org/marss-thin-atmosphere/>, avtor TimPeake, ESA/NASA)

Ozračje je sestavljeno iz **mešanice plinov**, kjer je največ **dušika** N_2 (75,3%), **kisika** O_2 (23,0%) in **argona** Ar (1,3%), kar skupaj znaša kar 99,6% celotne mase. **Od drugih plinov** je pomembna predvsem **vodna para** H_2O , ki sicer predstavlja le 0,33% mase, a se **krajevno in časovno lahko zelo spreminja**, od 3% nad gladino toplega morja do 0,0006% v hladnih predelih atmosfere.

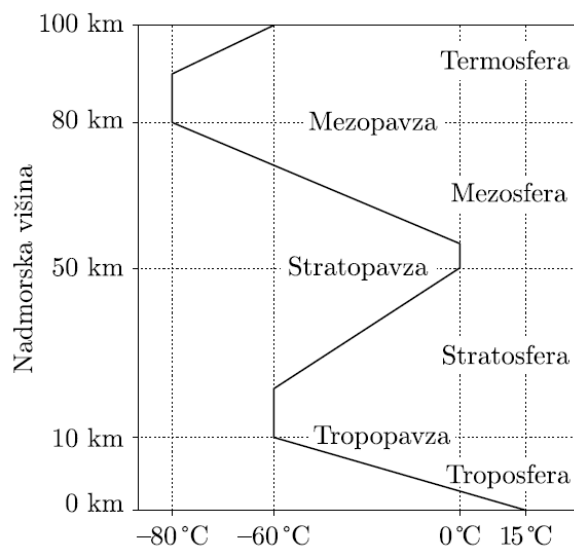
Lastnost vodne pare je v tem, da lahko v atmosferi zavzema **tri agregatna stanja** (plin, tekočina, trdno stanje) in je **zelo problematična za matematično/fizikalno modeliranje** – meteorologija in napovedovanje vremena je možno zanesljivo le za kratek časovni rok (npr. le nekaj dni). Tudi v primeru vpliva atmosfere **na geodetska opazovanja** je pri modeliranju atmosferskih vplivov problematična predvsem zaradi prisotnosti vodne pare in se je ne da modelirati z ustrezno kakovostjo (več v nadaljevanju).

V sedanjem času je pomembna tudi prisotnost **toplogrednih plinov**, kot sta **ogljikov dioksid** CO_2 (0,05%), **metan** CH_4 (0,0001%) in **didušikov oksid** N_2O (0,00005%), ki povzročajo povečanje temperature ob površju in posledično globalno segrevanje ozračja. A najmočnejši toplogredni plin je **vodna para**.

Več o atmosferi (in meteorologiji) glej Skok G. 2020. *Uvod v meteorologijo*. Učbenik, Univerza v Ljubljani Fakulteta za matematiko in fiziko ([povezava!](#)).

1.2. Razdelitev ozračja po plasteh

Glede na **spreminjanje** predvsem **temperature** in **lastnosti ozračja** na različnih višinah, ozračje razdelimo v različne plasti kot to prikazuje slika 2.



Slika 2: Razdelitev plasti ozračja po plasteh, kjer je ključni parameter sprememba temperature v plasteh (vir: Skok, G. 2020. Uvod v meteorologijo. Učbenik, Univerza v Ljubljani Fakulteta za matematiko in fiziko)

Troposfera vsebuje kar 80% vse mase ozračja in tu se dodaja *večina vremenskih pojavov*. Vsebuje tudi *vso maso vodne pare*. **Debelina troposfere** je od okoli 8 km na polih do tudi 17 km na ekvatorju, na naši geodetski širini okoli 10 km, **vodna masa** pa se v večini nahaja v prvih nekaj kilometrih. **Stanje v troposferi** lahko opišemo s *temperaturo, gostoto, zračnim tlakom* in *parcialnim zračnim tlakom vodne pare*.

V **geodeziji** s troposfero označimo **del ne-ionizirajoče atmosfere**, ki povzroča *ukrivljanje* in *optično podaljšanje* signala in zajema troposfero, tropopavzo in del stratosfere. Troposfera vpliva na **radijske valove** (GNSS signal) **neodvisno od frekvence**, medtem ko je za **vidno svetlobo** (razdaljemer, SLR, LLR) **disperzivna** – odvisna od valovne dolžine valovanja.

S **pojavom satelitske geodezije** (VLBI in GNSS), ki uporablja radijske signale iz vesolja (s satelitov ali kvazarjev), pa je potrebno upoštevati tudi del atmosfere, ki se imenuje **ionosfera**. Ionosfera predstavlja del atmosfere od približno 50 do 1000 km nad površjem in jo opredelimo s **prisotnostjo nabitih delcev v ozračju (ionov)**. Vzrok za nastanek ionov je *sončna radiacija v območju ultra-vijolične (UV) svetlobe, visoko energetski x-žarki, kozmični žarki* in *sončni veter*. Lastnost ionosfere je, da satelitska opazovanja optično podaljša, kar se pozna pri izmerjeni daljši razdalji a krajših faznih opazovanjih in je za valovanja v območju radijskih valov *frekvenčno odvisna*.

V **geodeziji** **neznanke** izračunamo na osnovi **opravljenih geodetskih opazovanj**. Le-ta se zelo pogosto naslanjajo na *elektro-magnetno valovanje* (EMV), ki gre skozi *atmosfero*. Opazovanja lahko opredelimo kot:

- **Satelitska opazovanja** – opazovanja do satelitov, naravnih (Luna), in umetnih,
- **Geodetska astronomija** – opazovanja do zvezd in kvazarjev,
- **Gravimetrična opazovanja** – opazovanje težnosti in njenega gradienta in
- **Terestrična opazovanja** – opazovanja med točkami na površju Zemlje.

Vsa geodetska opazovanja, z eno samo izjemo – *gravimetrična opazovanja* (a tudi tu je potrebno modelirati vpliv težnosti atmosfere na opazovanja), **so podvržena vplivu atmosfere**, zato v okviru geodezije:

- *moramo nujno poznati vpliv atmosfere* na geodetska opazovanja – atmosfero lahko obravnavamo kot *fizikalni model 1. kategorije* (vpliv atmosfere odstranimo pred izračunom neznank na nivoju opazovanj) ali
- *lahko atmosferske parametre izračunavamo kot dodatne neznanke v matematičnem modelu* – ti rezultati predstavljajo zelo pomemben podatek številnim geofizikalnim panogam pri študiju atmosfere (npr. meteorologija).

1.3. Atmosferska refrakcija

Signal EMV se ob **prehodu skozi atmosfero ukrivi in upočasni**. Velikost vpliva atmosfere na smer in hitrost potovanja EMV je **odvisna od stanja atmosfere** (temperatura, gostota, zračni tlak, količina vodne pare, količina ionov...) in se ga obravnava **ločeno** za *troposfero* in *ionosfero*.

Pot signala EMV s je določena s pogojem najkrajšega časa potovanja signala skozi atmosfero Δt in velja:

$$\Delta t = \int_{pot} dt = \int_{pot} \frac{ds}{v} = \min. \quad (1)$$

V enačbi (1) je v označena hitrost potovanja signala, integracija pa poteka po celotni poti signala. Hitrost potovanja signala v je različna od hitrosti v vakuumu c , povezuje pa ju lomni količnik atmosfere n :

$$n = \frac{c}{v} \rightarrow \frac{1}{v} = \frac{n}{c} \quad (2)$$

Zato čas potovanja signala lahko opredelimo kot:

$$\Delta t = \frac{1}{c} \int_{pot} n ds = \min. \quad (3)$$

Če enačbo (3) pomnožimo s c in označimo $n ds = \bar{ds}$, dobimo:

$$\bar{s} = \int_{pot} \bar{ds} = \int_{pot} n ds = \min. \quad (4)$$

Pot $\bar{s}$ predstavlja pot, ki jo opravi **signal skozi atmosfero**. Je *ukriviljena* in signal je potreboval *dalj časa za opravljeno pot*, kot bi jo skozi vakuum (pot s). Rešitev (variacijskega problema) enačbe (4) pomeni, da moramo poznati lomni količnik vzdolž poti signala. Vpliv refrakcije atmosfere na signal je dan z:

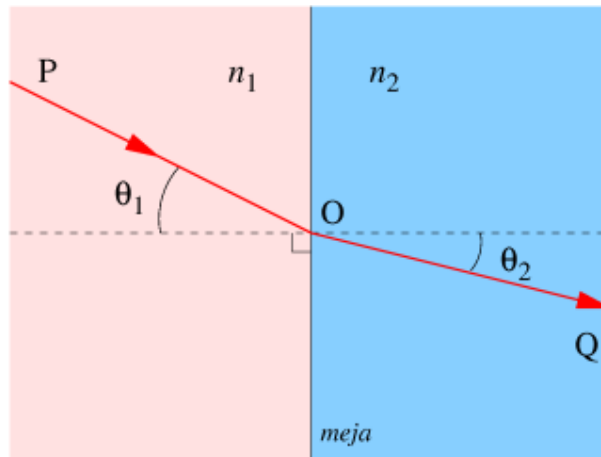
$$\begin{aligned} \Delta s = \bar{s} - s &= \int_{pot} n ds - \int_0^s ds = \int_{pot} n ds - \int_0^s ds + \int_0^s n ds - \int_0^s n ds = \\ &= \int_0^s (n - 1) ds + \left(\int_{pot} n ds - \int_0^s n ds \right) \end{aligned} \quad (5)$$

Prvi člen v spodnji vrstici (**modro**) predstavlja *razliko dolžine zaradi daljšega časa potovanja signala skozi atmosfero*, medtem ko **drugi člen (rdeče)** predstavlja *spremembo dolžine zaradi ukrivljenosti žarka* (napram premici v vakuumu). Kako lahko izračunamo integral v enačbi (5)? Uporabimo lomni zakon, ki opisuje prehod žarka med dvema snovema, ki imata različna lomna količnika:

$$n \sin z = \text{konst.} \quad n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (6)$$

V enačbi (6) sta n_1 in n_2 označena lomna količnika obeh snovi in θ_1 in θ_2 vpadna kota žarka na obeh straneh meje med snovema. Atmosfero predstavimo kot niz plasti nad površjem Zemlje, kjer ima

zrak v posamezni plasti konstantno vrednost lomnega količnika. Plasti so vse enako debele in so nanizane ena nad drugo. Slika 3 prikazuje lomni zakon.



Slika 3: Lomni zakon (vir: https://sl.wikipedia.org/wiki/Lomni_zakon#/media/Slika:Lomni-zakon.png)

Lomni količnik *vakuuma* je točno $n = 1$, vse *ostale snovi* imajo lomni količnik $n > 1$. Pri *plinih (atmosfera)* je lomni količnik odvisen od **gostote plina**, če pa je plin **disperziven** za frekvenco signala, potem je lomni količnik **odvisen tudi od frekvence signala**. Povprečna vrednost lomnega količnika zraka blizu površja je $n = 1,0003$. Zato se pogosto namesto lomnega količnika n uporablja refraktivnost N , ki je določena kot:

$$N = (n - 1)10^6 \quad (7)$$

2. Troposferska refrakcija

Z izrazom **troposferska refrakcija** opredelimo vpliv *ne-ionizirajočega dela atmosfere* na geodetska opazovanja. Kot smo že ugotovili, so praktično **vsa geodetska opazovanja**, razen gravimetričnih, **obremenjena s troposfersko refrakcijo**.

Na **kratko** bo **predstavljena troposferska refrakcija** pri *terestričnih opazovanjih*, pri *geodetski astronomiji* in pri *merjenju dolžin pri SLR in LLR*. V okviru teh metod troposfersko refrakcijo obravnavamo zgolj kot **sistematični pogrešek**, ki ga je za pridobitev kakovostnih rezultatov potrebno odstraniti iz opazovanj.

V primeru **GNSS**, pa bomo troposfersko refrakcijo razdelali bolj natančno. Kot prvo, troposferska refrakcija predstavlja enega izmed **večjih sistematičnih vplivov**, ki **znatno pokvari ocenjene neznanke** (koordinate točk, pogrešek ure sprejemnika). Po drugi strani pa je **število postavljenih stalno delujočih postaj GNSS** globalno in lokalno, ki neprestano sprejemajo signal s satelitov celotnega vidnega neba, tako veliko, da je **količina opazovanj GNSS** tako velika (prostorsko in časovno), da **GNSS predstavlja enega izmed pomembnih sistemov ocenjevanja stanja troposfere**.

2.1. Troposferska refrakcija pri terrestričnih opazovanjih

Z izrazom **terestrična opazovanja** opredelimo tista opazovanja, ki jih izvajamo *na (ali v bližini) površine Zemlje* na osnovi EMV, ki potuje skozi atmosfero. Vse točke, med katerimi izvajamo

terestrična opazovanja so locirana v troposferi. V okviru najmanjšega niza opazovanj, terrestrična opazovanja izvajamo vedno med dvema geodetskima točkama.

2.1.1. Tahimetrična opazovanja

Tahimetrična opazovanja pridobimo z uporabo *tahimetrov*, ki merijo *horizontalne smeri, zenitne razdalje in poševne dolžine*. Horizontalne smeri in zenitne razdalje izmerimo na osnovi vidne svetlobe (operator vizira v tarčo), medtem ko se poševne dolžine izmerijo na osnovi časa potovanja pulza žarka, valovne dolžine v območju rdeče svetlobe ($\sim 650\text{nm}$).

Troposferska refrakcija v primeru tahimetričnih opazovanj predstavlja *sistematičen pogrešek*, ki ga je potrebno iz opazovanj *izločiti pred samo obdelavo opazovanj* za pridobitev npr. koordinat geodetskih točk. Vpliv na opazovanja pa je različen:

- V primeru **horizontalnih smeri troposferske refrakcije ne upoštevamo**, saj bi morali poznati t.i. bočno refrakcijo, to je spreminjanje lomnega količnika v odvisnosti od horizontalnih koordinat, kar je izredno težko ugotoviti. Predpostavimo, da se lomni količnik ne spreminja v horizontalni smeri, v tej smeri žarek potuje po premici (a pogledjte si <https://repozitorij.uni-lj.si/IzpisGradiva.php?id=129005>).
- V primeru **zenitnih razdalj**, predpostavimo, da se *lomni količnik spreminja zaradi zmanjševanja gostote zraka z naraščanjem višine*. Če je zenitna razdalja vizure različna od 90° (ali 0°), potem pride do *ukrivljenosti vidnega žarka*, s tem pa do napačno izmerjene zenitne razdalje. Vpliv troposferske refrakcije na zenitno razdaljo je podana s *koeficientom refrakcije* $k = 0,13$, kjer se predpostavi, da je oblika trajektorije vidnega žarka krožnica polmera r . Koeficient refrakcije predstavlja razmerje med polmerom Zemlje R in polmerom r ; $k = R/r$. Popravek zenitne razdalje Δz zaradi vpliva troposfere ima obliko:

$$\Delta z = \frac{kS}{2R} \quad (8)$$

Kjer v enačbi (8) S predstavlja horizontalno razdaljo med točkama. Troposferska refrakcija pri zenitnih razdaljah vpliva na končno izračunano višinsko razliko.

- V primeru **prostorskih dolžin** troposferska refrakcija predstavlja *razliko izmerjene dolžine v ozračju v primerjavi z izmerjeno dolžino v vakuumu*. Izmerjena dolžina je *vedno predolga*, izračunati je potrebno *pravi lomni količnik zraka* v času izmerjene dolžine. Le-ta se lahko izračuna tako, da v času meritve dolžine *merimo parametre troposfere* (temperatura, zračni tlak in količino prisotnosti vodne pare) na točkah, med katerima merimo dolžino. Predpostavi pa se, da se *lomni količnik spreminja linearno* na poti pulza žarka med točkama (1. popravek hitrosti). Pri zelo dolgih dolžinah se računa tudi 2. popravek hitrosti, ki izhaja iz tega, da se višina žarka takrat ne spreminja linearno med točkama. V večini praktičnih primerov se ga zanemari, saj je vpliv izredno majhen, saj preseže natančnost izmerjene dolžine šele pri več 10 km dolgi dolžini.

Pri tahimetričnih opazovanjih je vpliv troposfere *neodvisen od frekvence (vidnega) žarka za smeri in zenitne razdalje*, medtem ko je *odvisen od frekvence pri merjenju dolžin*. Ne glede na vrsto opazovanj, se vpliv troposfere modelira in odstrani na nivoju opazovanj (pred izračunom neznank).

Lastnost tahimetričnih opazovanj je, da jih je *izredno malo* in so omejena na *majhno okolico*. Zaradi tega so praktično *neuporabna za pridobivanje informacij o stanju atmosfere*.

2. 1. 2. Nivelmanska opazovanja

Z **nivelmanskimi opazovanji določamo višinsko razliko** med dvema postavitvama nivelmanske late. Nivelir z visoko natančnostjo vzpostavi horizontalno vizuro in **razlika odčitkov** na **lati zadaj** in na **lati spredaj** poda iskano višinsko razliko. Troposferska refrakcija vpliva na **ukrivljenost žarka**, kjer je pomembna samo višinska komponenta. Pri nivelmanu se refrakcije ne modelira, ampak se jo odpravi z metodo izmere. Ključno je niveliranje iz sredine, izmero opravljamo v zgodnjih jutranjih urah v hladnejših dneh in ne niveliramo čez območja, ki lahko povzročajo veliko refrakcijo (npr. vroč asfalt).

Tudi pri nivelmanskimi opazovanjih lahko zaključimo isto kot pri tahimetričnih, **izredno malo** jih je in so omejena na **majhno okolico**, zato so **neuporabna za pridobitev informacije o stanju atmosfere**.

2. 2. Troposferska refrakcija pri satelitskih opazovanjih – vidna svetloba

V ta sklop bomo uvrstili opazovanje dolžin do umetnih satelitov (SLR) in do Lune (LLR), kot tudi opazovanje zenitnih razdalj in azimutov do nebesnih teles – zvezd (geodetska astronomija).

2. 2. 1. Geodetska astronomija

Opazovanja pri geodetski astronomiji so se opravljala z **zelo preciznimi astronomskimi teodoliti**, ki so bili zmožni izmeriti smeri z natančnostjo tudi 0,1", izmerjena zenitna razdalja pa je bila lahko tudi zelo blizu 0°. Druga možnost je **astrofotografija**, kjer se **fotografira (del) neba** in se izmera izvede na posnetku. V obeh primerih gre za izmero smeri proti nebesnemu telesu (zvezdi).

Izmerjena smer proti zvezdi je obremenjena z **astronomsko refrakcijo**, ki povzroči **optično manjšo zenitno razdaljo** (večji višinski kot). Refrakcijski kot – popravek merjeni zenitni razdalji Δz se lahko izračuna kot:

$$\Delta z = \Delta z_0 \frac{p}{1013} \frac{288}{T} \quad \Delta z_0 = 57,08'' \tan z - 0,067'' \tan^3 z \quad (9)$$

kjer je v enačbi (9) Δz_0 izračunana vrednost popravka zenitne razdalje iz standardne atmosfere, p izmerjen zračni tlak na točki (v hPa) in T izmerjena temperatura na točki (v K) v času meritev. Natančnost modelirana refrakcije iz enačbe (9) je na nivoju med 0,01" in 0,1" in je seveda odvisna od odstopanj pravega stanja atmosfere od standardne (teoretične) atmosfere.

2. 2. 2. Merjenje dolžin v okviru SLR in LLR

Merjenje dolžin do umetnih satelitov in do Lune se izvaja z **razdaljemerji**, ki uporabljajo pulze svetlobe z valovno dolžino v **spektru rdeče svetlobe** (~600nm). Atmosfera povzroči, da **žarek ne potuje po premici** (se ukrivi), po drugi strani pa je **njegova hitrost manjša od hitrosti svetlobe**, torej se tudi upočasni. Na vrednost izmerjene razdalje **vpliva samo drugi vpliv, razlika med dolžino premice in dolžino krivulje je zanemarljiva**.

Popravek izmerjene razdalje Δd do satelita (Lune) ima obliko:

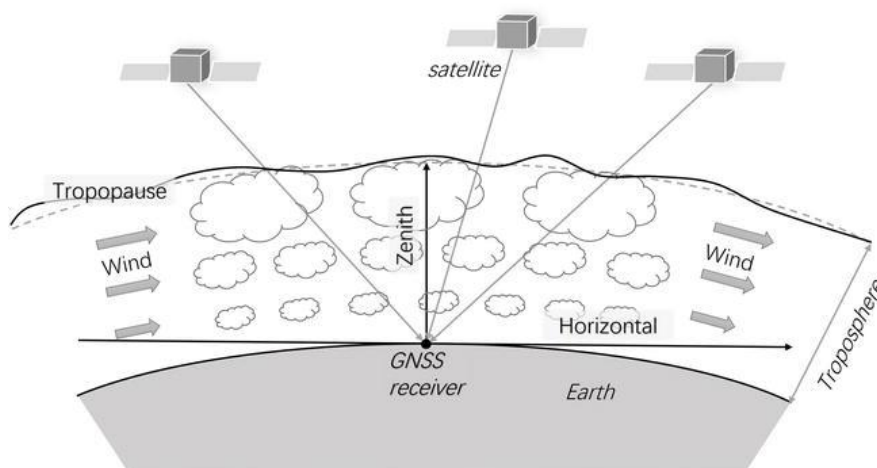
$$\Delta d = \frac{f(\lambda)}{g(\varphi, H)} \frac{A + B}{\sin E + \frac{B/(A + B)}{\sin E + 0,01}} \quad (10)$$

Kjer v enačbi (10) nastopata koeficienta A, B , ki sta odvisna od izmerjene temperature, zračnega tlaka in količine vodne pare na točki, E višinski kot satelita (Lune), $f(\lambda)$ predstavlja odvisnost od

frekvence/valovne dolžine laserja (λ je valovna dolžina) in $g(\varphi, H)$ predstavlja odvisnost od položaja točke na Zemlji (geodetska širina in nadmorska višina). Troposferska refrakcija pri izmerjenih dolžinah se obnaša zelo podobno kot pri tahimetričnih dolžinah, saj je tudi tu frekvenčno odvisna.

2. 3. Troposferska refrakcija pri GNSS

Geodetska opazovanja GNSS so *fazne* in *kodne pseudo-razdalje*, ki predstavljajo *razdaljo med satelitom GNSS in na Zemlji postavljeno anteno GNSS*. Signal zato potuje skozi *celotno plast troposfere*. Najkrajša pot je, ko je satelit GNSS visoko na nebu, najdaljša pot je, ko je satelit GNSS nizko na obzorju, kar prikazuje slika 4.



Slika 4: Prikaz vpliva višinskega kota / zenitne razdalje na dolžino poti signala skozi troposfero (vir: <https://www.intechopen.com/chapters/75874>)

Ker so **frekvence nosilnih valovanj satelitov GNSS** v območju *radijskih valov* (1-2 GHz), ima troposfera na opazovanja GNSS vpliv *neodvisen od vrste opazovanj* (kodna, fazna) in od *frekvence nosilnega valovanja*. To posledično pomeni, da troposferske refrakcije pri GNSS ne moremo odpraviti z linearnimi kombinacijami opazovanj. Lahko jo *modeliramo* ali pa *ocenjujemo* v postopku obdelave opazovanj GNSS.

2. 3. 1. Izračun troposferske refrakcije pri GNSS

Refraktivnost N ($= (n - 1)10^6$) iz enačbe (7) lahko podamo v obliki:

$$N = k_1 \frac{p_s}{T} Z_s^{-1} + k_2 \frac{p_m}{T} Z_m^{-1} + k_3 \frac{p_m}{T^2} Z_m^{-1} \quad (11)$$

Kjer so v enačbi (11) elementi določeni kot:

- p_s predstavlja parcialni zračni tlak suhega dela atmosfere,
- p_m predstavlja parcialni zračni tlak mokrega dela atmosfere – vodne pare,
- T predstavlja temperaturo v K,
- Z_s^{-1} , Z_m^{-1} predstavljata koeficient stisljivosti suhega in mokrega dela atmosfere (vrednosti zelo blizu 1) in
- k_1 , k_2 in k_3 koeficienti, ki izhajajo iz teoretične analize standardne atmosfere in iz meteoroloških opazovanj.

V enačbi (11) prvi člen na desni strani enačaja predstavlja vpliv suhega dela atmosfere, zadnja dva člena pa vpliv mokrega dela atmosfere, zato refraktivnost N lahko zapišemo kot vsoto suhe N_s in mokre refraktivnosti N_m :

$$N = N_s + N_m \quad (12)$$

Za **izračun podaljšanja izmerjene razdalje T** zaradi troposferske refrakcije moramo uporabiti enačbo (5):

$$T = \int_0^S (n - 1) ds = 10^{-6} \int_0^S N ds = 10^{-6} \left(\int_0^S N_s ds + \int_0^S N_m ds \right) = T_s + T_m \quad (13)$$

Podaljšanje izmerjene razdalje T zaradi vpliva troposfere opredelimo na kratko kar **troposferska refrakcija**, ki se glede na enačbo (13) predstavi kot vsota dveh delov:

- T_s predstavlja **suho komponento troposferske refrakcije** in znaša okoli 90% celotnega vpliva troposfere T . Lahko se jo modelira z visoko natančnostjo (na nivoju milimetrov) pod predpostavko standardne atmosfere oz. hidrostaticnega ravnovesja.
- T_m predstavlja **mokro komponento troposferske refrakcije** in znaša ostalih 10% celotnega vpliva troposfere T . Ta del troposferske refrakcije je posledica vodne pare v ozračju. Modeliranje stanja vodne pare je izredno težavno, zato se T_m lahko modelira kvečjemu do okoli 5 cm.

Troposferska refrakcija T iz enačbe (13) predstavlja **vpliv troposfere za signal satelita pod poljubnim azimutom in pod poljubno zenitno razdaljo**. Za lažje obravnavanje troposferske refrakcije, jo razdelimo na dve komponenti in sicer:

$$T = MT_z = M_s T_{s,z} + M_m T_{m,z} \quad (14)$$

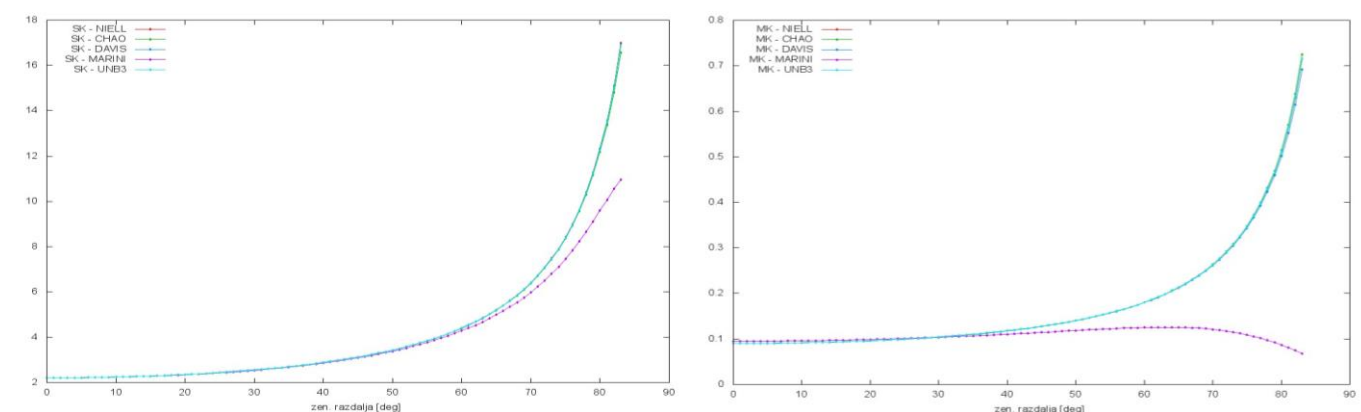
V enačbi (14) je z T_z predstavljena **zenitna troposferska refrakcija** in predstavlja podaljšanje razdalje, če bi bil satelit v zenitu, M pa **projekcijsko komponento troposferske refrakcije**, ki projecira T_z na poljubno zenitno razdaljo in azimut. Če upoštevamo še enačbo (13), potem lahko troposfersko refrakcijo T zapišemo kot:

$$T = T_s + T_m = M_s T_{s,z} + M_m T_{m,z} \quad (15)$$

Kjer sta:

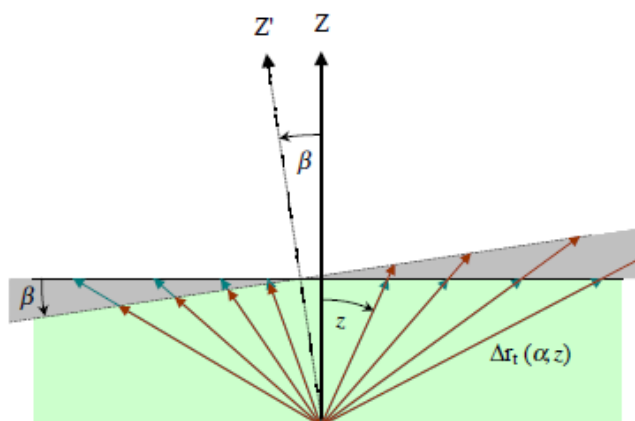
- $T_{s,z}$ zenitna troposferska refrakcija suhega dela atmosfere,
- M_s projekcijska komponenta suhega dela atmosfere,
- $T_{m,z}$ zenitna troposferska refrakcija mokrega dela atmosfere in
- M_m projekcijska komponenta mokrega dela atmosfere.

Velikost zenitne troposferske refrakcije T_z je okoli 2,5m, od tega je delež mokre komponente $T_{m,z}$ približno 25 cm (10%). Velikost T narašča z naraščanjem zenitne razdalje in lahko proti horizontu znaša tudi več kot 25 m. Vpliv troposfere na opazovanja GNSS je torej znaten.



Slika 5: Prikaz pogreška psevdorazdalje zaradi suhe (levo) in mokre (desno) komponente troposfere, model Saastamoinen in različne projekcijske komponente (vir: Požun, T., Lavrič, M. 2021. Vpliv troposfere na opazovanja GNSS. Seminarska naloga)

Pri modeliranju vpliva troposfere smo predpostavili, da je **atmosfera** v okolici geodetske točke **azimutalno izotropna**, to pomeni da so plasti atmosfere nad točko med seboj **vzporedne in vzporedne površini Zemlje**. V realnosti temu seveda ni tako, z višanjem zenitne razdalje (nižanjem višinskega kota) se pojavljajo vedno večje razlike troposferske refrakcije v odvisnosti od azimuta. Matematično to lahko modeliramo tako, da **nagnemo zenit smeri**, na katero se nanaša projekcijska komponenta, kot to prikazuje slika 6 in **uvvedemo parametre horizontalnih gradientov troposferske refrakcije**.



Slika 6: Nagib troposferskega zenita in vključitev horizontalnih gradientov troposferske refrakcije (vir: Bernese GNSS Software, Version 5.2. Navodila programam, stran 301)

Na koncu troposfersko refrakcijo T lahko zapišemo kot:

$$T = M_s T_{s,z} + M_m T_{m,z} + M_g (G_N \cos \alpha + G_E \sin \alpha) \quad (16)$$

kjer M_g predstavlja projekcijsko komponento gradientov troposfere, G_N in G_E horizontalna gradienta troposfere v smereh S-J in V-Z in α geodetski azimut satelita na točki.

2. 3. 2. Modeli troposferske refrakcije

Skozi čas so se razvili številni **modeli za izračun zenitne troposferske refrakcije**, tako za suho kot tudi za mokro komponento, kot npr. Saastamoinen, Hopfield, modificiran Hopfield, Ifadis, Mendes, MOPS... Vsi modeli so izpeljani **na osnovi standardne atmosfere** in plinskih enačb. Eden izmed bolj uporabljenih modelov je Saastamoinenov model, ki izračuna zenitni troposferski refrakciji $T_{s,z}$ in $T_{m,z}$ kot:

$$T_{s,z} = 0,002277 \frac{p}{g} \quad (17)$$

$$T_{m,z} = 0,002277 \left(\frac{1255,00}{T} + 0,5 \right) \frac{e}{g}$$

Kjer p predstavlja izračunan zračni tlak, g izračunan težnostni pospešek, T izračunana temperatura v K in e parcialni tlak vodne pare na nivoju točke. Vse parametre atmosfere se izračuna na osnovi standardne atmosfere in informacije o položaju točke.

2. 3. 3. Projekcijske komponente troposferske refrakcije

Modeli za izračun troposferske refrakcije izračunajo **mokro** in **suho komponento troposferske refrakcije v zenitu**. Da lahko modeliramo troposfersko refrakcijo pri poljubni zenitni razdalji in azimutu, moramo uporabiti **projekcijsko komponento**. Razvitih je bilo veliko projekcijskih komponent, tiste, ki pa zagotovijo najvišjo kakovost modeliranja vpliva (predvsem) zenitne razdalje pa so Niellova projekcijska komponenta, VMF1/3 (angl. *Vienna Mapping Function 1/3*) in GMF (angl. *Global Mapping Function*). Najbolj preprosta oblika projekcijske komponente je:

$$M = \frac{1}{\cos z} = \frac{1}{\sin E} \quad (18)$$

Kjer je z zenitna razdalja in E višinski kot. Ta projekcijska komponenta je **uporabna le za satelite**, ki so **relativno blizu zenita**, pri večjih zenitnih razdaljah se izkaže za preslabe kakovosti. Po drugi strani so kakovostne projekcijske komponente različne za suho in mokro komponento in so podane v splošni obliki kot:

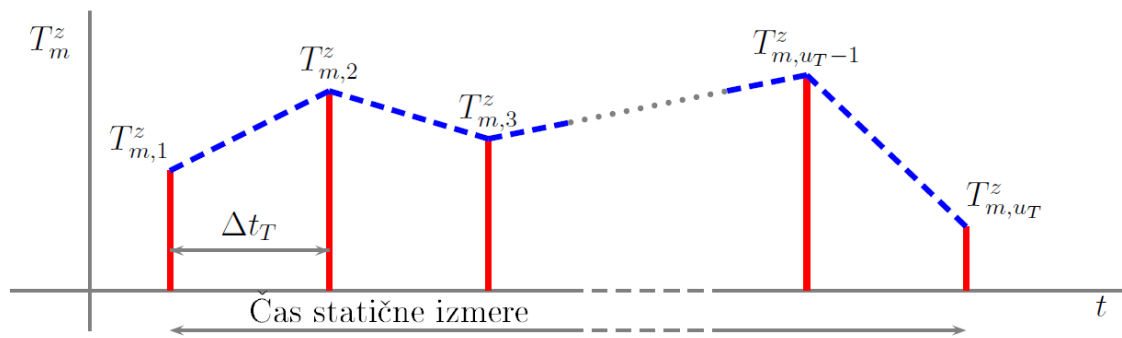
$$M(z) = \frac{1 + \frac{a}{1 + \frac{b}{1 + c}}}{\cos z + \frac{a}{\cos z + \frac{b}{\cos z + c}}} + h[km] \left(\frac{1}{\cos z} - \frac{1 + \frac{\bar{a}}{1 + \frac{\bar{b}}{1 + \bar{c}}}}{\cos z + \frac{\bar{a}}{\cos z + \frac{\bar{b}}{\cos z + \bar{c}}}} \right) \quad (19)$$

Kjer so koeficienti $a, b, c, \bar{a}, \bar{b}$ in $\bar{c}$ določeni empirično in so odvisni od časa izmere, položaja točke in parametrov atmosfere, ki so izpeljani iz standardne atmosfere in delno tudi empirično določeni na osnovi dolgotrajnih analiz stanja atmosfere globalno.

2. 3. 4. Ocenjevanje parametrov troposfere v okviru obdelave opazovanj GNSS

Modeliranje troposferske refrakcije je učinkovito za suho komponento $T_{s,z}$ in s kakovostno projekcijsko komponento M_s lahko suho komponento troposferske refrakcije izračunamo z visoko točnostjo. To pa ne velja za mokro komponento $T_{m,z}$, ki se jo lahko modelira do natančnosti okoli 5 cm, kar je pri geodetskih namenih prevelik pogrešek. Če želimo določiti koordinate neke točke in predvsem **višinsko komponento z natančnostjo višjo od centimetra**, moramo v nabor **neznank** vključiti tudi **parametre troposfere**. Kot neznanko uvedemo mokro zenitno troposfersko komponento $T_{m,z}$.

Ker pa se troposferska refrakcija skozi čas spreminja, moramo upoštevati tudi ta faktor. Mokro troposfersko komponento modeliramo kot **kosoma zvezno linearno funkcijo**, kjer vsaka lomna točka lomljenke predstavlja eno neznanko. Slika 7 prikazuje način modeliranja $T_{m,z}$.



Slika 7: Modeliranje mokre komponente zenitne troposferske refrakcije kot zvezne odsekoma linearne funkcije

Kakšna bo lomljenka na sliki 7 je odvisno od časovnega intervala Δt_T . Za kakovostno oceno koordinat točk zadostuje interval ene ure, kar pomeni dodatnih 25 neznank v matematičnem modelu. Odpravo pogreška troposfere preko ocenjevanja komponent troposfere ponujajo v zadnjem času tudi komercialni programski paketi, kot sta Leica Infinity in Trimble Business Centre.

Zenitna troposferska refrakcija T_z , ki predstavlja vsoto tako mokre kot tudi suhe zenitne troposferske refrakcije predstavlja enega izmed podatkov, ki se ga lahko uporabi *pri modeliranju in napovedovanju vremena*.

2. 3. 5. Vpliv troposferske refrakcije na rezultate obdelave opazovanj GNSS

Vpliv troposfere na opazovanja GNSS se kaže v podaljšanju izmerjene psevdo-razdalje, kjer je to podaljšanje večje pri večjih zenitni razdaljah. Vendar pa je vpliv na rezultate obdelave *drugačen* v primeru *absolutne določitve položaja* kot pri *relativni določitvi položaja*.

Absolutna določitev položaja

V primeru absolutne določitve položaja se troposferska refrakcija neposredno prenese na ocenjene koordinate, kjer je v večji meri pogrešena višina točke. Vpliv se vidi kot navidezen dvig točke velikostnega reda decimetrov do metrov. Poleg koordinat so s pogreškom troposfere obremenjeni tudi pogreški ure sprejemnika in fazne nedoločenosti.

Relativna določitev položaja

V primeru relativne določitve položaja obdelujemo enojne ali dvojne fazne razlike v okviru baznega vektorja GNSS. S sestavo enojnih faznih razlik se odpravi skupni del troposferske refrakcije na obeh točkah baznega vektorja. Glede na dolžino imamo 3 situacije:

- **Kratke bazni vektor** (do ~km) – v tem primeru se vpliv troposfere v celoti ali skoraj v celoti eliminira s sestavo enojnih faznih razlik. Za preostali neodstranjen del se lahko uporabi model troposfere.
- **Dolgi bazni vektorji** (nad 5 km) – v tem primeru se s sestavo enojnih faznih razlik ne odstrani celoten vpliv troposfere, zato je troposfero potrebno modelirati in tudi ocenjevati. Pri krajših baznih vektorjih (npr. do 15 km) se ocenjuje parametre troposfere le na eni točki (rover). Pri daljših in dolgih baznih vektorjih pa je potrebno ocenjevati parametre troposfere na obeh točkah.

- *Srednje dolgi bazni vektorji* (~1 – 5 km) – ta primer predstavlja problematično situacijo, da je vektor tako dolg, da se vpliv troposfere ne odpravi z enojnimi faznimi razlikami, a hkrati toliko kratek, da lahko ocenjevanje parametrov troposfere vpliva na izračun višine.

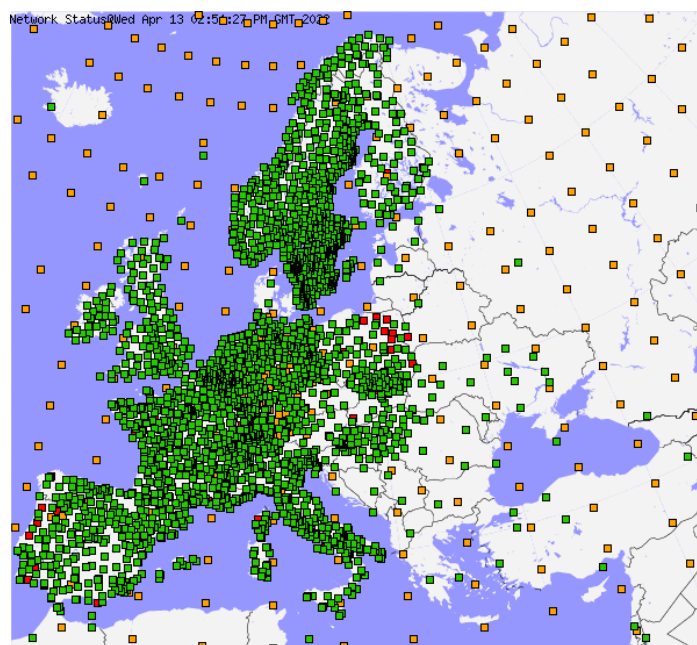
Pri baznih vektorjih vpliv troposfere lahko opredelimo tudi kot:

- *relativen vpliv* – posledica troposferske refrakcije na eni sami točki in
- *absoluten vpliv* – posledica skupne troposferske refrakcije na obeh točkah.

Prvi ima vpliv predvsem na višinsko komponento baznega vektorja, kjer pri minimalnem višinskem kotu 20° pogrešek troposferske refrakcije 1 cm povzroči pogrešek višine 3 cm, pri minimalnem višinskem kotu 3° pa 1 cm pogreška troposferske refrakcije povzroči 19 cm napake v višini. Drugi ima vpliv na dolžino, torej na merilo baznega vektorja, ki pa je značilen pri vektorjih, daljših od 20 km.

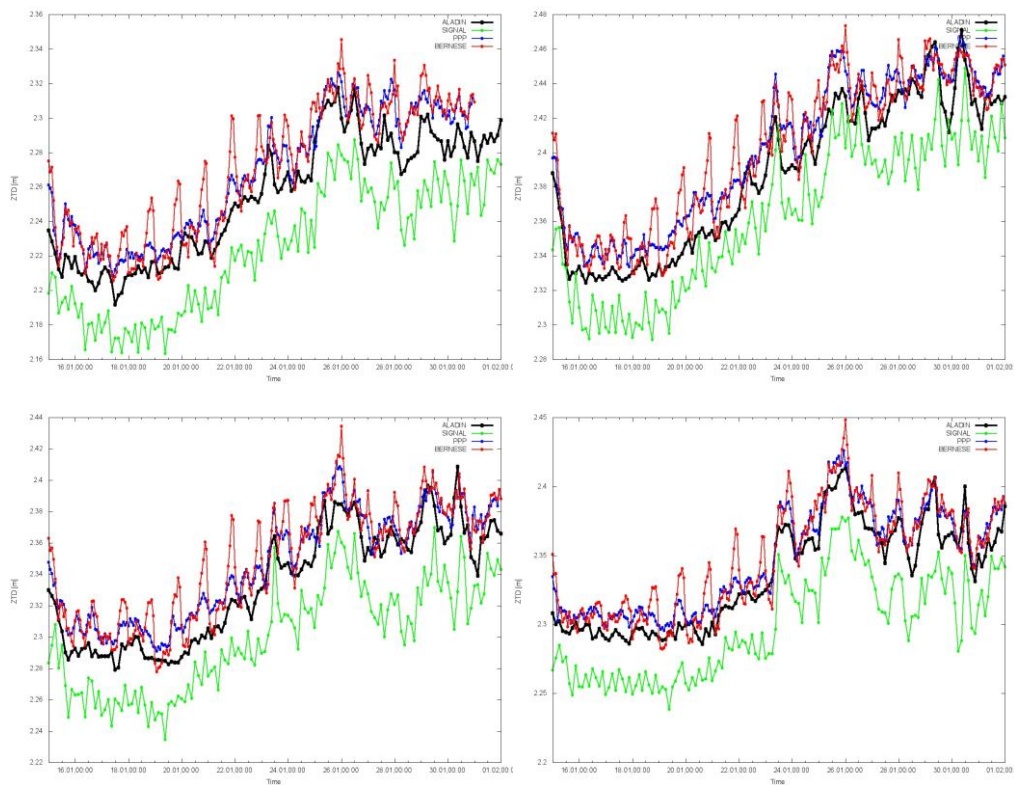
2.3.6. *Izračunane vrednosti zenitne troposferske refrakcije kot podatek za napovedovanje vremena*

S pojavom stalno delujočih postaj GNSS je postalo možno neprestano spremljati stanje troposfere v okolici točke (nekaj 10 km). Vedno več držav je vzpostavilo vedno več stalno delujočih postaj, zato je gostota postala tako velika da je na določenih območjih troposfera že popolnoma »prepojena« s signalom GNSS. Opazovanja GNSS se obdela v (skoraj) realnem času (zamik 20 minut), ključni rezultat pa so ocenjene vrednosti zenitne troposferske refrakcije za zadnjo uro. Rezultate se nato vključi v modele za napovedovanje vremena. Podatke uporablja tudi ARSO, ko napoveduje vreme za območje Slovenije. Slika prikazuje 8 prikazuje postaje GNSS na območju Evrope, ki so vključene v projekt E-GVAP (<http://egvap.dmi.dk/>), ki izračunava zenitne troposferske refrakcije za vse točke za zadnjo uro celo.



Slika 8: Stalno delujoče postaje GNSS na območju Evrope (zeleni kvadratki), ki so vključene v projekt E-GVAP, ki podaja zenitne troposferske refrakcije na vsako celo uro v realnem času za napovedovanje vremena (vir: <http://egvap.dmi.dk/>)

Količina opazovanj GNSS je v prostoru in času tolikšno, da postaja GNSS vir podatkov za številne geofizikalne znanstvene panoge.



Slika 9: Primerjava izračuna T_z različnih programskih paketov z modelom ALADIN za napovedovanje vremena za postaje BOVE, KOPE, CRNO in LEND

3. Ionosferska refrakcija

Z izrazom **ionosferska refrakcija** opredelimo vpliv *ionozirajočega dela atmosfere* na geodetska opazovanja. S stališča geodetskih opazovanj je obravnava ionosfere pomembna z dveh vidikov:

- Ionosfera predstavlja del atmosfere, ki se začne okoli 50 km nad površjem in sega do okoli 1000 km (lahko tudi več) nad površjem – le **signal satelitskih opazovanj gre skozi ionosfero**
- Ionosfera je disperziven medij za radijske valove (GNSS, VLBI) in ne-disperziven medij za vidno svetlobo (SLR, LLR), zato se **vpliv ionosfere obravnava le za GNSS in VLBI**.

V okviru **VLBI** opazujemo signal s *frekvenco 2,3 GHz in 8,4 GHz*, medtem ko je frekvenca signala s satelitov **GNSS** v mejah med *1,2 GHz do 1,6 GHz*. V obeh primerih gre za **radijske valove** zato je vpliv **identičen** – obravnavamo torej lahko samo vpliv ionosfere na opazovanja GNSS.

V primeru GNSS ionosferska refrakcija predstavlja **največji sistematični pogrešek** in lahko »*pokvari*« *ocenjene koordinate* (in ostale neznanke) tudi do *velikosti nekaj 10 m* – neupoštevanje vpliva ionosfere je *usodno že za navigacijske naloge*, kaj šele za geodetske naloge, kjer je nivo natančnosti centimeter ali bolje.

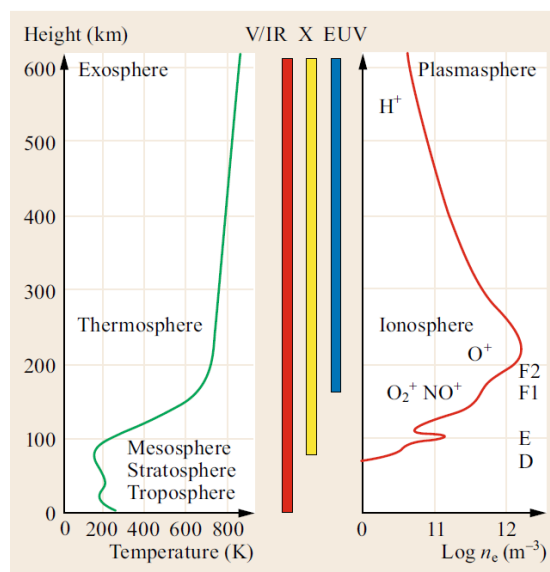
Število vzpostavljenih **stalno delujočih postaj GNSS** globalno in lokalno je *tako veliko*, da je GNSS postal eden izmed *pomembnih (najpomembnejši?) virov informacij o stanju ionosfere* in zagotavlja dnevne globalne modele ionosfere.

3.1. Ionosfera

Ionosfera predstavlja *del atmosfere*, v kateri je *dovolj ionizacije*, ki vpliva na *prehod radijskih valov*. **Locirana** je med nevtralnimi deli atmosfere (troposfera) in vesoljem. Če je vpliv troposfere odvisen

od temperature, zračnega tlaka in prisotnosti vodne pare, je **vpliv ionosfere** odvisen *zgolj od količine prostih elektronov vzdolž poti signala*.

Ključen pri ionosferi je **vpliv Sonca**, kjer »odbijanje« elektronov od atomov in molekul povzroča *Sončno sevanje v območju ultravijolične svetlobe (UV) in visoko energetske x-žarki*. V manjši meri tudi kozmični žarki in nabiti delci, ki pridejo iz vesolja. **Ionosfero razdelimo v različne plasti**, označene z D, E, F in zgornji del, kjer lahko posamezne dele delimo naprej, v npr. F1, F2... **Na razdelitev vplivajo lastnosti posameznih plasti**, ki se nanašajo na *sestavo* (prisotni različni nabiti delci), na *količino nabitih delcev*, *načina odbijanja* in *absorbiranja valovanja* in podobno. Razdelitev ionosfere na plasti in njihove lastnosti so prikazane na sliki 10. Na desni strani se vidi, da je *največja koncentracija ionov na višini okoli 200 do 300 km*.



Slika 10: Primerjava med ionosfero (levo) in nevtralno atmosfero (desno), količino ionov v ozračju (levo) in količino svetlobe, ki prehaja plasti atmosfere (sredina) (vir: Teunissen, P. J. G., Montenbruck, O. (ur.) 2017. Springer Handbook of Global Navigation Satellite System, stran 178)

Znano pa je, da se **stanje v ionosferi (količina elektronov) spreminja** tako v *odvisnosti od položaja, časa, stanja/aktivnosti Sonca* in *geomagnetnih motenj*. **Dinamika ionosfere** je lahko *izredno velika*, spremembe velikostnega reda 2-krat ali 3-krat niso nič posebnega.

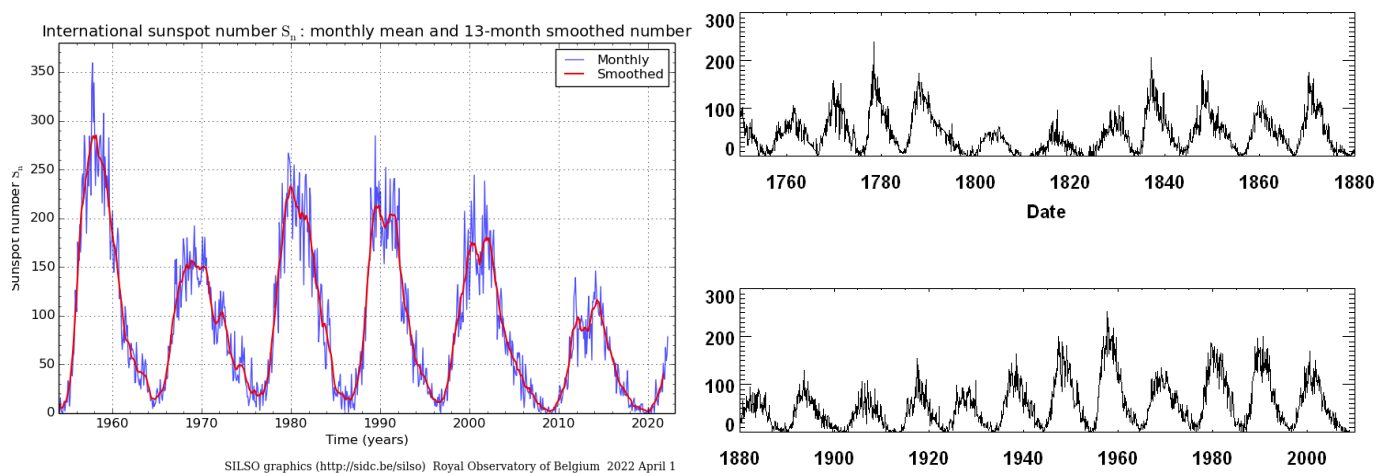
Količina elektronov v ionosferi se s časom in prostorom spreminja v odvisnosti od številnih fizikalnih pojavov:

- **Izvor na Zemlji:**
 - Višina nad površjem Zemlje (glej sliko 10),
 - Časovni kot (geodetska dolžina) Sonca: dnevna perioda količine elektronov v ozračju (opoldne največ, ob polnoči najmanj),
 - Deklinacija Sonca nad ekvatorjem: letna perioda, ko je Sonce skozi leto različno visoko nad ekvatorjem,
 - Zemljino magnetno polje: magnetno polje učinkuje na nabite delce v ozračju. Aktivnost ionosfere razdelimo na *ekvatorski del, del srednjih geodetskih širin* in na *polarni del*. Variabilnost je največja na ekvatorju in na polu.
- **Izvor v Soncu:**

- Sončni cikel: količina oddanega valovanja UV je močno korelirana s številom sončnih peg – točneje s ti. Wolfvim številom $R = 10g + s$, ki povezuje število posameznih sončnih peg s in grup sončnih peg g .
- Rotacija Sonca: Sonce opravi rotacijo okoli svoje osi v 25 dneh na ekvatorju in v 36 dneh na polu. Sončne pege rotirajo skupaj s površino Sonca z obhodnim časom okoli 27 dni.
- Sončne nevihte: izbruhi visoko energetskih delcev, ki gredo skozi zemljino atmosfero in motijo magnetno polje.
- Ionosferske nevihte: Sončeve blišče (angl. *solar flare*) in koronarni masni izbruhi (angl. *coronal mass ejection*) lahko povzročijo motnje v ionosferi. Največkrat se to vidi v polarnih predelih kot *polarni sij*.

• **Drugo:**

- Premikajoče ionosferske motnje (angl. *traveling ionospheric disturbances*); grbe ali valovi višje gostote elektronov, ki se premikajo horizontalno. Lahko so globalni (30 min – 3 h), regionalni (10 min – 1 h) ali lokalni (nekaj minut).
- Ionosferske scintilacije (angl. *ionospheric scintillations*), variacije količine ionosfere na zelo majhnem območju, kjer se vpliv ionosfere bistveno spremeni, a traja med 1 in 15 s. Scintilacije povzročajo izpad signala, hipno spremembo frekvence nosilnega valovanja, povečanje šuma, jakost signala se zmanjša...
- Lunarno plimovanje (perioda 14,77 dni)...



Slika 11: Količina sončnih peg v odvisnosti od časa, kjer je vidna perioda 11 let (levo) in kjer se vidi tudi perioda okoli 110 let (desno) (vir levo: <https://wwwbis.sidc.be/images/wolfnms.png>, vir desno: <https://spaceweather.com/glossary/images2009/zurich.gif>)

3. 2. Ionosferska refrakcija pri GNSS

Ionosferska refrakcija se pri **signalu GNSS** obnaša kot *disperziven medij*, kar pomeni, da je *lomni količnik odvisen od frekvence valovanja*. Lomni količnik je v (zelo) večji meri *odvisen od gostote elektronov* N_e (podano kot število elektronov v kubičnem metru el/m^3). Fazni lomni količnik n_Φ prvega reda je podan z:

$$n_\Phi = 1 - K \frac{N_e}{f^2} \quad (20)$$

Kjer je v enačbi (20) $K = 40,28m^3s^{-2}$ konstanta in f frekvenca valovanja. Člena **tretjega** ($1/f^3$) in **četrtega** ($1/f^4$) **reda** sta odvisna predvsem od *jakosti Zemljinega magnetnega polja* in *smeri potovanja signala*. Člen **dr drugega reda** iz enačbe (20) *predstavlja okoli 99,9% celotnega vpliva ionosfere* na opazovanja GNSS, zato se člene višjih redov v večini zanemari.

Iz enačbe (20) vidimo, da bi morala biti **hitrost faze v ionosferi večja od hitrosti svetlobe v vakuumu**, a je to *posledica spremembe valovne dolžine valovanja*. Prehod signala skozi medij je opisan z **skupinsko hitrostjo valovanja**, za katero pa lahko opredelimo skupinski lomni količnik n_S kot:

$$n_S = 1 + K \frac{N_e}{f^2} \quad (21)$$

Fazni lomni količnik n_Φ iz enačbe (20) in skupinski lomni količnik n_S iz enačbe (21) predstavljata *vpliv ionosfere na fazna in kodna opazovanja*. Vidimo, da je vpliv ionosfere na fazna in kodna opazovanja enak, samo predznak je različen. V obeh primerih pa je **vpliv ionosfere odvisen** le od *količine elektronov na poti signala in frekvence signala*.

Ionosfersko refrakcijo I lahko predstavimo za *fazna opazovanja* I_Φ in *kodna opazovanja* I_C in predstavlja razliko med dolžino poti signala v vakumu (s) in optično dolžino poti signala skozi ionosfero ($\bar{s}$). Zapišemo jo lahko kot:

$$I = -I_\Phi = I_C = -(\bar{s} - s)_\Phi = (\bar{s} - s)_C = \frac{K}{f^2} \int_0^s N_e ds \quad (22)$$

Integral v enačbi (22) je definiran kot:

$$STEAC = \int_0^s N_e ds \quad (23)$$

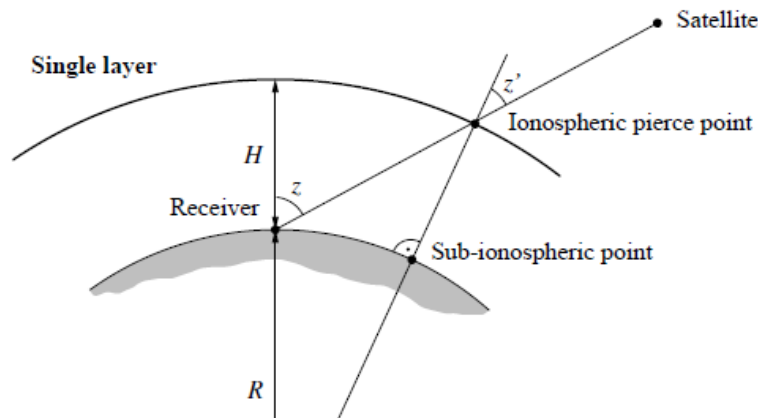
Kjer je s *STEAC* (angl. *Slant Total Electron Content*) označeno **število elektronov v cilindru vzdolž poti signala**, kjer je *površina prečnega preseka signala* enaka $1 m^2$. Enota je $TECU = 10^{16} el/m^2$ (angl. *Total Electron Content Unit*). V večini primerov se količina elektronov podaja s *TEC*, ki predstavlja količino elektronov v **vertikalnem stolpcu** nad geodetsko točko, in se definira kot:

$$TEC = \int_0^\infty N_e dh \quad (24)$$

Povezava med *TEC* iz enačbe (24), ki se nanaša na vertikalni stolpec elektronov, in *STEAC* iz enačbe (23), ki se nanaša na poševen stolpec elektronov vzdolž signala je podana preko **projekcijske komponente** M_I :

$$STEAC = M_I \cdot TEC = \frac{1}{\cos z'} TEC \quad (25)$$

Kjer z' v enačbi predstavlja *zenitno razdaljo satelita v točki, kjer signal s satelita prehaja ionosfero*. Le-to se obravnava kot enojno (tanko) plast konstantne gostote elektronov nad troposfero.



Slika 12: Modeliranje ionosfere preko projekcijske komponente, kjer je potrebno poznati zenitno razdaljo v točki prehoda signala skozi ionosfero (vir: Bernese GNSS Software, Version 5.2. Navodila programa, stran 317)

Zenitno razdaljo z' v točki prehoda signala skozi atmosfero se izračuna kot:

$$\sin z' = \frac{R}{R + H} \sin z \quad (26)$$

V enačbi (26) je z zenitna razdalja satelita na geodetski točki, R srednji polmer Zemlje in $H \approx 450$ km višina plasti modela ionosfere.

Na koncu zapišimo še **izračun ionosferske refrakcije I** :

$$I = -I_{\Phi} = I_C = \frac{40,28}{f^2 \cos z'} TEC \quad (27)$$

Velikost ionosferske refrakcije predstavlja *največji pogrešek pri opazovanjih GNSS* in lahko znaša tudi *več kot 10 m* pri signalu iz zenita, kar lahko doprinese *več kot 50 metrov* pri večjih zenitnih razdaljah, tudi *več kot 100 m pri zenitnih razdaljah, večjih od 80°*. Spreminjanje ionosferske refrakcije je lahko zelo veliko v zelo kratkih časih, zaradi lokalnih motenj je lahko vpliv na signal določenih satelitov bistveno drugačen kot na signal ostalih satelitov v istem trenutku. Odprava je najbolj učinkovita s sestavo linearnih kombinacij, manj z modeli, s katerimi lahko odpravimo med 50 in 80% pogreška, odvisno od vrste modela.

3.3. Opazovanja GNSS in njihove lastnosti

Ionosferska refrakcija I je odvisna *od frekvence valovanja* in *količine elektronov* na poti signala od satelita do sprejemnika GNSS, zato je za poznavanje vpliva ionosfere na opazovanja GNSS nujno potrebno poznati strukturo nosilnih valovanj GNSS, kar predstavlja spodnja preglednica 1.

	GPS	GLONASS	GALILEO
Oznaka	L1, L2, L5	G1, G2, G3,G4,G6	E1, E5a, E6, E5b, E5
RINEX	X1, X2, X5	X1, X2, X3,X4,X6	X1, X5, X6, X7, X8
Frekvenca [MHz]	$f_0 = 10,23$ $f_1 = 154f_0 = 1575,42$ $f_2 = 120f_0 = 1227,60$ $f_5 = 115f_0 = 1176,45$	$f_0 = 178$ $f_1 = 9f_0 + 9k/16 = 1602 + 9k/16$ $f_2 = 7f_0 + 7k/16 = 1246 + 7k/16$ $f_3 = 1202,025$ $f_4 = 1600,995$ $f_6 = 1248,06$	$f_0 = 10,23$ $f_1 = 154f_0 = 1575,42$ $f_5 = 115f_0 = 1176,45$ $f_6 = 125f_0 = 1278,75$ $f_7 = 118f_0 = 1207,14$ $f_8 = 116,5f_0 = 1191,795$
Valovna dolžina [m] $\lambda = \frac{c}{f}$	$\lambda_0 = 29,3052$ $\lambda_1 = 0,1903$ $\lambda_2 = 0,2442$ $\lambda_5 = 0,2548$	$\lambda_0 = 1,6842$ $\lambda_1 = 0,1871 (0,1887 - 0,1856)$ $\lambda_2 = 0,2406 (0,2426 - 0,2386)$ $\lambda_3 = 0,2494$ $\lambda_4 = 0,1873$ $\lambda_6 = 0,2402$	$\lambda_0 = 29,3052$ $\lambda_1 = 0,1903$ $\lambda_5 = 0,2548$ $\lambda_6 = 0,2344$ $\lambda_7 = 0,2483$ $\lambda_8 = 0,2515$

Preglednica 1: Lastnosti nosilnih valovanj treh satelitskih sistemov; GPS, GLONASS in Galileo

V preglednici 1 X pri oznaki RINEX **predstavlja vrsto opazovanja**, ki je lahko C – **kodno opazovanje**, L – **fazno opazovanje**, D – **Dopplerjevo opazovanje** in S – **opazovanje SNR** (angl. *Signal to Noise Ratio*). Svetlobna hitrost $c = 299792458.0$ m/s.

Opazovanja GNSS predstavljajo izmerjene **psevdo-razdalje** med satelitom in sprejemnikom in jih lahko parametriziramo kot:

$$\begin{aligned} C_i &= \rho + c\Delta t_R - c\Delta t^S + T + \kappa_i I + D_i + M_{C_i} + \varepsilon_{C_i} \\ L_i &= \lambda_i \phi_i = \rho + c\Delta t_R - c\Delta t^S + T - \kappa_i I + \lambda_i N_i + M_{L_i} + \varepsilon_{L_i} \end{aligned} \quad (28)$$

V enačbi (28) so elementi podani kot:

- i – oznaka nosilnega valovanja (frekvence) (glej preglednico 1),
- C_i in L_i – kodna in fazna psevdo-razdalja (enote m), kjer je ϕ_i fazno opazovanje podano v celih valovnih dolžinah nosilnega valovanja i ,
- ρ – geometrična razdalja satelit-sprejemnik,
- Δt_R in Δt^S – pogrešek ure sprejemnika in satelita,
- T – troposferska refrakcija (glej poglavje 2. 3.)
- I – ionosferska refrakcija prvega nosilnega valovanja (L1), kjer je $\kappa_i = f_1^2 / f_i^2$,
- D_i – kodni zamik pri kodni psevdo-razdalji
- N_i – fazna nedoločenost pri faznih opazovanjih (enote celo število)
- M_{C_i} in M_{L_i} – večpotje na kodnem in na faznem opazovanju in
- ε_{C_i} ter ε_{L_i} – slučajni pogreški kodnega in faznega opazovanja.

S stališča obravnave ionosferske refrakcije pa lahko opazovanji iz enačbe (28) opredelimo samo kot:

$$\begin{aligned} C_i &= \rho + \kappa_i I \\ L_i &= \lambda_i \phi_i = \rho - \kappa_i I + \lambda_i N_i \end{aligned} \quad (29)$$

Pri **kodnih opazovanjih** nas zanima **geometrična razdalja** ρ (vsebuje koordinate točke) in **ionosferska refrakcija** I . Pri **faznih opazovanjih** pa nas dodatno zanima še **fazna nedoločenost** N_i . Vse **ostale količine** se lahko s **sestavo enojnih/dvojnih razlik eliminirajo ali zmanjšajo** ali so **frekvenčno neodvisne** in vplivajo na vsa opazovanja enako ali pa **so časovno konstantne**.

3. 4. Linearne kombinacije opazovanj GNSS

S pojmom **linearne kombinacije** v tem delu opredelimo *kombinacije različnih opazovanj* (fazna, kodna) na *različnih nosilnih valovanjih*, pridobljene na *eni točki* (sprejemnik GNSS) do *enega satelita* v *istih trenutkih*. **Motivi za sestavljanje linearnih kombinacij** so različni. S *stališča obdelave opazovanj GNSS* za izračun koordinat (in ostalih neznank), so motivi predvsem:

- Linearna kombinacija naj ima čim večjo valovno dolžino – lažji in bolj zanesljiv izračun fazne nedoločenosti (osnovni pogoj geodetske natančnosti rezultatov),
- Ionosferska refrakcija na linearni kombinaciji naj bo čim manjša – odprava največjega sistematičnega pogreška in
- Velikost slučajnih pogreškov (in večpotja) naj bo čim manjša – višja natančnost in točnost rezultatov.

Po drugi strani, pa lahko motiv za linearne kombinacije opredelimo tudi tako

- Popolna odprava določenega dela opazovanja – ionosfera, geometrija...
- Čim večja pojavnost/ekspozicija določenega dela opazovanja – ionosfera, večpotje...

Poznamo **več različnih vrst linearnih kombinacij**, vsaka ima svoje prednost in svoje slabosti. Najbolj pogoste so *linearne kombinacije dveh frekvenc*, v sedanjem času prihajajo v uporabo tudi *linearne kombinacije treh frekvenc*, saj večina satelitskih sistemov že oddaja signal (vsaj) treh frekvenc.

3. 4. 1. Linearne kombinacije opazovanj GNSS za odpravo vpliva ionosfere

Vsi **sistemi GNSS**, kot tudi izbira frekvenc pri VLBI, so **zasnovani tako**, da oddajajo signal na (vsaj) dveh frekvencah v območju radijskih valov, da je možno z *linearnimi kombinacijami osnovnih opazovanj odpraviti vpliv ionosfere*.

V primeru dvo-frekvenčnih opazovanj imamo na voljo dve fazni opazovanji (L_1 in L_2) in dve kodni opazovanji (C_1 in C_2). Linearni kombinaciji, s katerima bomo odpravili vpliv ionosfere bosta oblike:

$$\begin{aligned} Ci &= \alpha_1 C_1 + \alpha_2 C_2 = \rho(\alpha_1 + \alpha_2) + I(\kappa_1 \alpha_1 + \kappa_2 \alpha_2) \\ Li &= \alpha_1 L_1 + \alpha_2 L_2 = \rho(\alpha_1 + \alpha_2) - I(\kappa_1 \alpha_1 + \kappa_2 \alpha_2) + \alpha_1 \lambda_1 N_1 + \alpha_2 \lambda_2 N_2 \end{aligned} \quad (30)$$

Če želimo, da bosta linearni kombinaciji Ci in Li neodvisni od vpliva ionosfere, a hkrati uporabni za izračun koordinat, potem moram biti:

- $\rho(\alpha_1 + \alpha_2) = \rho$ iz česar sledi $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ – ohranitev geometrije
- $(\kappa_1 \alpha_1 + \kappa_2 \alpha_2) = 0$ – odprava vpliva ionosfere

Na voljo imamo dve enačbi in dve neznanki. Iz prve enačbe izrazimo $\alpha_2 = 1 - \alpha_1$, jo vključimo v drugo enačbo, pri tem da upoštevamo $\kappa_1 = 1$ in $\kappa_2 = f_1^2 / f_2^2$. Za rezultat dobimo:

$$\alpha_1 = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \quad \alpha_2 = -\frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \quad (31)$$

Izračunana linearna kombinacija iz enačbe (31) je **geometrično enaka kot osnovna opazovanja**, a je **neodvisna od vpliva ionosfere**. Slaba stran je, da se *velikost slučajnih pogreškov poveča* za približno faktor 3 (odvisno od sistema GNSS), zelo pa se *zmanjša velikost (navidezne) valovne dolžine*.

Za vse tri satelitske sisteme je lastnost linearne kombinacije iz enačbe (30) in (31) podana v preglednici 2.

GNSS	Opazovanja	Linearna kombinacija	Valovna dolžina [cm]	Faktor povečanja slučajnih pogreškov
GPS	L1/L2	$\alpha_1 = 2,5457 \quad \alpha_2 = -1,5457$	0,63	2,98
GLONASS	L1/L2	$\alpha_1 = 2,5313 \quad \alpha_2 = -1,5313$	0,36	2,96
Galileo	L1/L7	$\alpha_1 = 2,3239 \quad \alpha_7 = -1,3239$	0,15	2,77

Preglednica 2: Lastnosti linearne kombinacije, neodvisne od ionosfere, za vse tri sisteme GNSS; GPS, GLONASS in Galileo

S sestavo linearne kombinacije C_i (kodna opazovanja) ali L_i (fazna opazovanja) *odpravimo vpliv ionosfere drugega reda*, kar znaša *več kot 99.9% celotnega vpliva ionosfere*. V normalnih razmerah to pomeni, da v opazovanjih ostane pogrešek velikosti milimetrov (nivo slučajnih pogreškov faznih opazovanj), v ekstremnih razmerah, ko pogrešek ionosfere znaša tudi več kot 100 m, pa v linearni kombinaciji ostane pogrešek ionosfere velikosti okoli 10-20 cm.

Kaj pa v primeru, ko imamo na voljo samo opazovanja ene frekvence?

V tem primeru imamo na voljo le L_1 in C_1 . Če naredimo linearno kombinacijo kot:

$$G_i = \frac{L_1 + C_1}{2} = \rho + \frac{\lambda_1 N_1}{2} \quad (32)$$

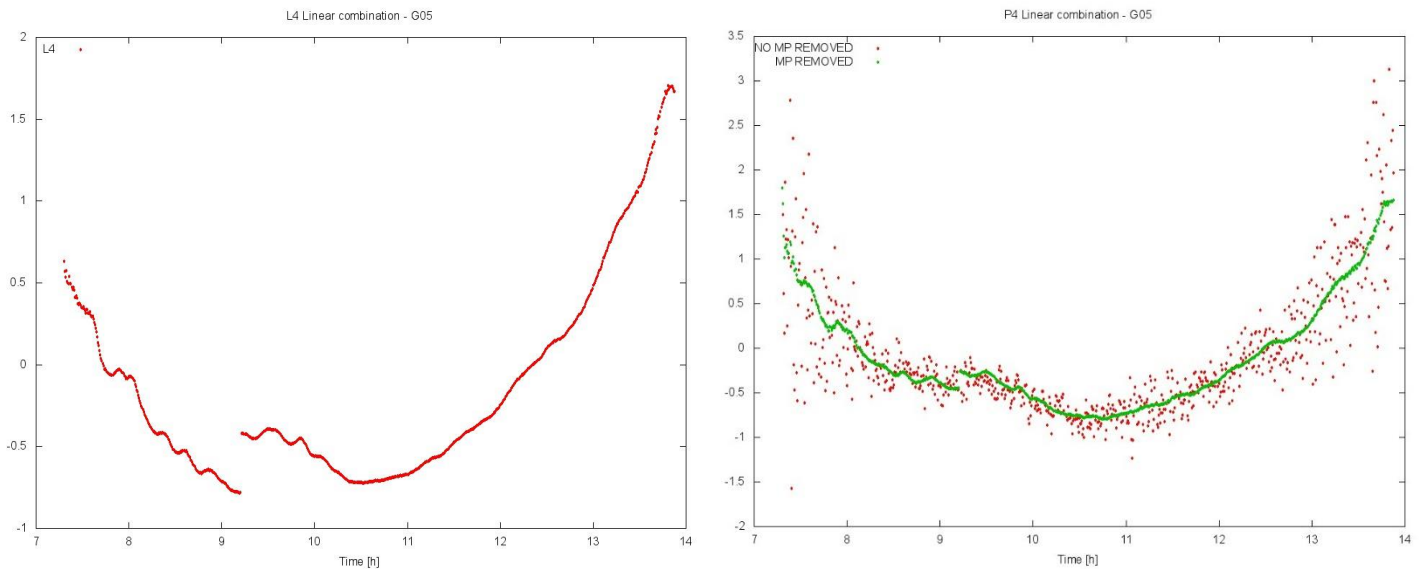
Tako sestavljena linearna kombinacija **ohranja geometrijo** in se jo lahko uporabi za izračun koordinat točk. Po drugi strani se **vpliv ionosfere eliminira**, vendar pa *ostaja fazna nedoločенost*, ki jo je potrebno oceniti v postopku obdelave opazovanj GNSS. Valovna dolžina se prepolovi (~9,5 cm), medtem ko je *velikost slučajnih pogreškov na nivoju decimetrov*, saj velja $\sigma_{G_i} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sigma_{C_1}$.

3. 4. 2. Linearne kombinacije opazovanj GNSS za izračun ionosferske refrakcije

Za **izračun ionosferske refrakcije** moramo sestaviti take linearne kombinacije, iz katerih bomo *izločili čim več elementov*, ostane naj *samo še vpliv ionosfere*. Taki dve linearni kombinaciji pri dvo-frekvenčnih opazovanjih sta:

$$\begin{aligned} C_g &= C_2 - C_1 = (\rho + \kappa_2 I) - (\rho + \kappa_1 I) = (\kappa_2 - \kappa_1) I = (\kappa_2 - 1) I \\ L_g &= L_1 - L_2 = (\rho - \kappa_1 I + \lambda_1 N_1) - (\rho - \kappa_2 I + \lambda_2 N_2) = (\kappa_2 - 1) I + \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \end{aligned} \quad (33)$$

Linearni kombinaciji C_g in L_g sta **neodvisni od geometrije** (v angl. *geometry-free linear combination*) in praktično *vsebuje le še ionosfero*. Pri *kodnih opazovanjih* je potrebno upoštevati še *kodne zamike, pri faznih pa faze nedoločенosti*, ki jih je potrebno izračunati poleg ionosferske refrakcije.



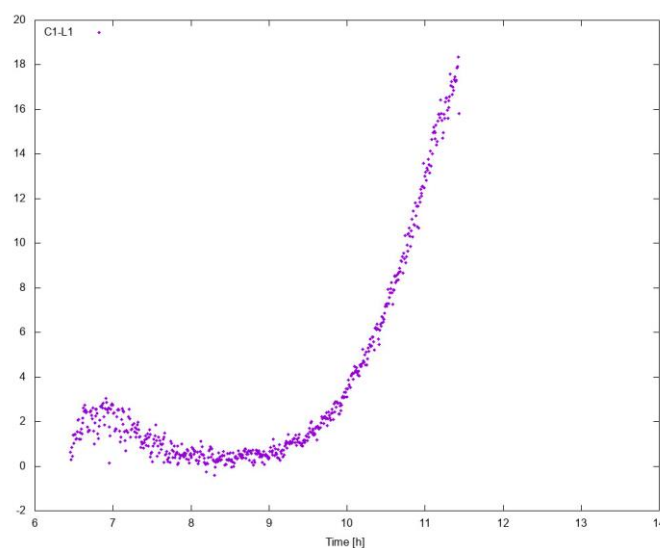
Slika 13: Prikaz od geometrije neodvisnih linearnih kombinacij faznih opazovanj L_g (levo) in kodnih opazovanj C_g (desno) na postaji Bovec za satelit G05, 7. 12. 2004

Linearna kombinacija L_g ima velikost slučajnih pogreškov $\sigma_{L_g} = \sqrt{2}\sigma_L$, torej na *nivoju milimetrov*, zato je zelo uporabna za iskanje izpadov signala, kar se jasno vidi na levi strani slike 13. Linearna kombinacija C_g pa ima slučajne pogreške velikosti $\sigma_{C_g} = \sqrt{2}\sigma_C$, kar pomeni na *decimetskem do metriskem nivoju*. Iz slike se tudi lahko vidi, kako se ionosferska refrakcija spreminja skozi čas, nekje do 10 cm/min, pri burnejšem dogajanju v ionosferi tudi okoli 60 cm/min.

V primeru eno-frekvenčnih opazovanj, pa lahko naredimo sledečo linearno kombinacijo:

$$H_i = C_1 - L_1 = 2I - \lambda_1 N_1 \quad (34)$$

Lastnost linearne kombinacije H_i iz enačbe (34) je, da ima velikost slučajnih pogreškov enako kot kodna opazovanja (decimetri-metri), poleg tega pa vsebuje še fazne nedoločenosti. Prikaz linearne kombinacije je na sliki 14.



Slika 14: Prikaz linearne kombinacije H_i na postaji Radovljica za satelit G31, 1. 10. 2013

3. 4. 3. Linearne kombinacije širokega pasu

Linearne kombinacije širokega pasu predstavljajo eno izmed vrst linearnih kombinacij, kjer poskušamo dobiti *največjo možno valovno dolžino*, pri tem, da *vpliv ionosfere ne bo prevelik* in *ne bo prevelik vpliv slučajnih pogreškov*. Pri dvo-frekvenčnih opazovanjih GNSS sta to dve linearni kombinaciji, in sicer:

- Linearna kombinacija Lw faznih opazovanj oblike:

$$Lw = \beta_1 L_1 + \beta_2 L_2 = \frac{f_1}{f_1 - f_2} L_1 - \frac{f_2}{f_1 - f_2} L_2 \quad (35)$$

- Linearna kombinacija Cm (imenovana tudi *Melbourne-Wübbena*) faznih in kodnih opazovanj oblike:

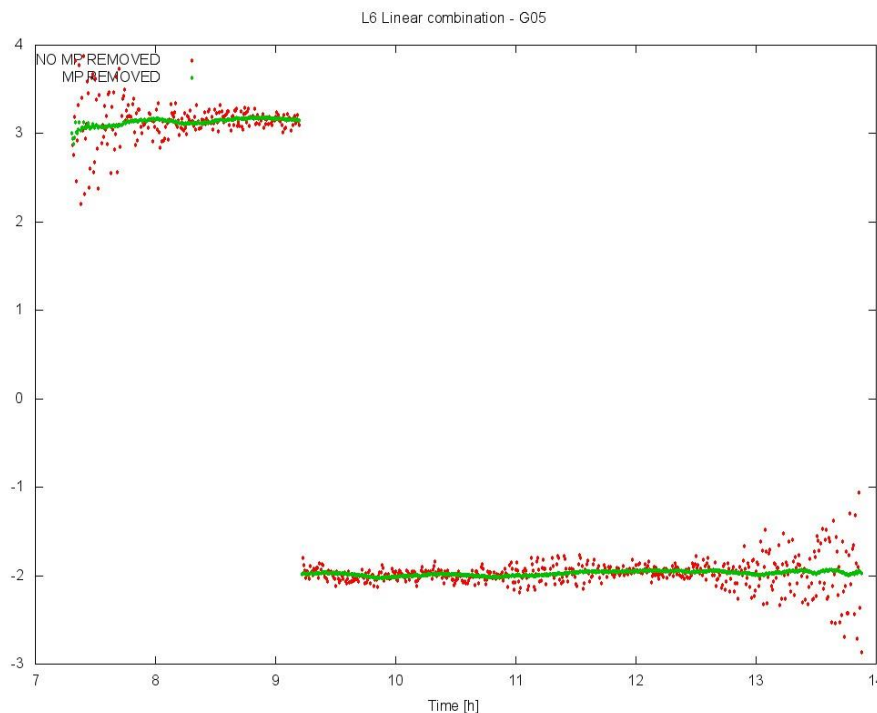
$$Cm = (\beta_1 L_1 + \beta_2 L_2) - (\gamma_1 C_1 + \gamma_2 C_2) = \left(\frac{f_1}{f_1 - f_2} L_1 - \frac{f_2}{f_1 - f_2} L_2 \right) - \left(\frac{f_1}{f_1 + f_2} C_1 - \frac{f_2}{f_1 + f_2} C_2 \right) \quad (36)$$

Lastnosti linearnih kombinacij (35) in (36) so predstavljene v preglednici 3.

GNSS	Linearna kombinacija	Koeficienti	Valovna dolžina [cm]	Faktor povečanja slučajnih pogreškov	Vpliv ionosfere
GPS	Lw	$\beta_1 = 4,5294$ $\beta_2 = -3,5294$	86,2	$5,7 \sigma_L$	1,28
	Cm	$\gamma_1 = 0,5620$ $\gamma_2 = 0,4780$		$0,7 \sigma_c$	0,0
GLONASS	Lw	$\beta_1 = 4,5$ $\beta_2 = -3,5$	84,2	$5,7 \sigma_L$	1,28
	Cm	$\gamma_1 = 0,5625$ $\gamma_2 = 0,4775$		$0,7 \sigma_c$	0,0
Galileo	Lw	$\beta_1 = 4,2778$ $\beta_2 = -3,2778$	81,4	$5,4 \sigma_L$	1,31
	Cm	$\gamma_1 = 0,5662$ $\gamma_2 = 0,4338$		$0,7 \sigma_c$	0,0

Preglednica 3: Lastnosti linearnih kombinacij Lw in Cm za GPS, GLONASS in Galileo

Linearna kombinacija Lw ohranja geometrijo, a ima ključno prednost v tem, da ima *veliko valovno dolžino* in je zato uporabna za *izračun faznih nedoločenosti*. **Linearna kombinacija Cm pa ne ohranja geometrije**, je *neodvisna od vseh vplivov* in je *konstantna skozi čas*. Ker ima valovno dolžino enako linearni kombinaciji Lw , je *uporabna pri iskanju izpadov signala*.



Slika 15: Linearna kombinacija C_m v odvisnosti od časa Bovec za satelit G05, 7. 12. 2004

3. 4. 4. Linearne kombinacije treh frekvenc

V sklopu modernizacije sistema GPS in GLONASS ter razvoja sistema Galileo se je nabor oddanih signalov povečal, tako v okviru GPS in GLONASS lahko spremljamo **tri signale (tri različne frekvence)** in pri Galileo **5 signalov (različnih frekvenc)**. Sestava linearnih kombinacij pri tro- ali več-frekvenčnih opazovanjih je možna tako da:

- sestavljamo linearne kombinacije dveh frekvenc, zato imamo več možnosti (npr. L1/L2, L1/L5 ali L2/L5 pri GPS),
- sestavljamo linearne kombinacije treh frekvenc v obliki: $L_c = \xi_1 L_1 + \xi_2 L_2 + \xi_5 L_5$ za GPS, kjer iščemo koeficiente ξ_1 , ξ_2 in ξ_3 tako da:
 - odpravimo tudi vpliv tretjega reda ionosfere,
 - dobimo fazno nedoločenoost linearne kombinacije celih števil z največjo možno valovno dolžino in najmanjšim možnim vplivom slučajnih pogreškov

Zaradi **številnih možnosti** je lahko **obdelava** opazovanj GNSS **prekomplicirana**, zato se pojavljajo postopki obdelave opazovanj GNSS **na osnovi surovih opazovanj**. Nujna posledica – **ocena ionosferske refrakcije** za vsak satelit in vsak trenutek posebej – edina možnost do natančnih rezultatov.

3. 5. Modeliranje ionosferske refrakcije

Modeli ionosfere so se pojavili za kakovostnejšo določitev položaja *v primeru enofrekvenčnih opazovanj*, predvsem v navigacijskih nalogah.

V okviru sistema GPS se v navigacijskem sporočilu podaja **8 koeficientov Klobucharjevega modela** ionosfere. Poleg teh osmih koeficientov, je potrebno poznati še približen položaj točke, trenutek izračuna in zenitno razdaljo signala. Model **odstrani 50 do 60% vpliva ionosfere**.

V okviru sistema Galileo se uporablja **NeQuick model ionosfere**, ki je predstavljen kot 3-razsežni časovno odvisni **model gostote elektronov** na globalno ravni. V okviru modela se upošteva razdelitev

ionosfere na sloje s svojimi lastnostmi, parametre pa se tudi tu podaja *preko navigacijskega sporočila*. Model *odpravi do 70% vpliva ionosfere*.

Sistem GLONASS sam po sebi *ne podaja nobenega modela ionosfere*.

Poleg podajanja parametrov ionosfere preko navigacijskega sporočila, so tu na voljo še **sistemi kot so SBAS** (angl. *Satellite-based Augmentation System*) kot sta EGNOS (angl. *European Geostationary Overlay Service*) na območju Evrope in WAAS (angl. *Wide Area Augmentation System*) na območju ZDA, ki uporabniku v *realnem času podaja parametre za odpravo ionosferske refrakcije*. Te parametre se v realnem času izračunava na osnovi opazovanj GNSS in se parametre oddaja preko geostacionarnih satelitov.

3. 5. 1. Modeliranje ionosfere z GIM

S pojavom stalno delujočih postaj GNSS v okviru *regionalnih* ali *globalni omrežij* se je pojavila ideja o ocenjevanju *količine elektronov v atmosferi v odvisnosti od časa na globalnem nivoju*. Opazovanja, ki jih lahko uporabimo za izračun *TEC* sta linearni kombinaciji *Cg* in *Lg*:

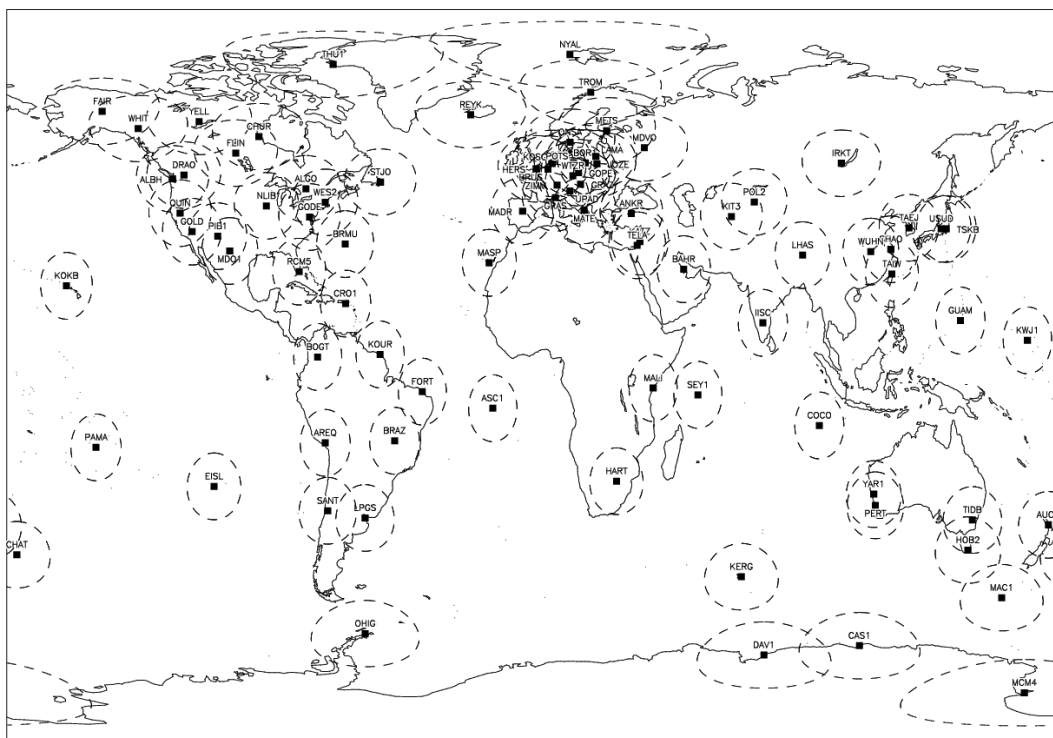
$$\begin{aligned} Cg &= C_2 - C_1 = (\kappa_2 - 1)I + \Delta D \\ Lg &= L_1 - L_2 = (\kappa_2 - 1)I + \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \end{aligned} \quad (37)$$

Kjer se ionosferska refrakcija *I* parametrizira kot:

$$I = \frac{40,28}{f^2 \cos z'} TEC \quad (38)$$

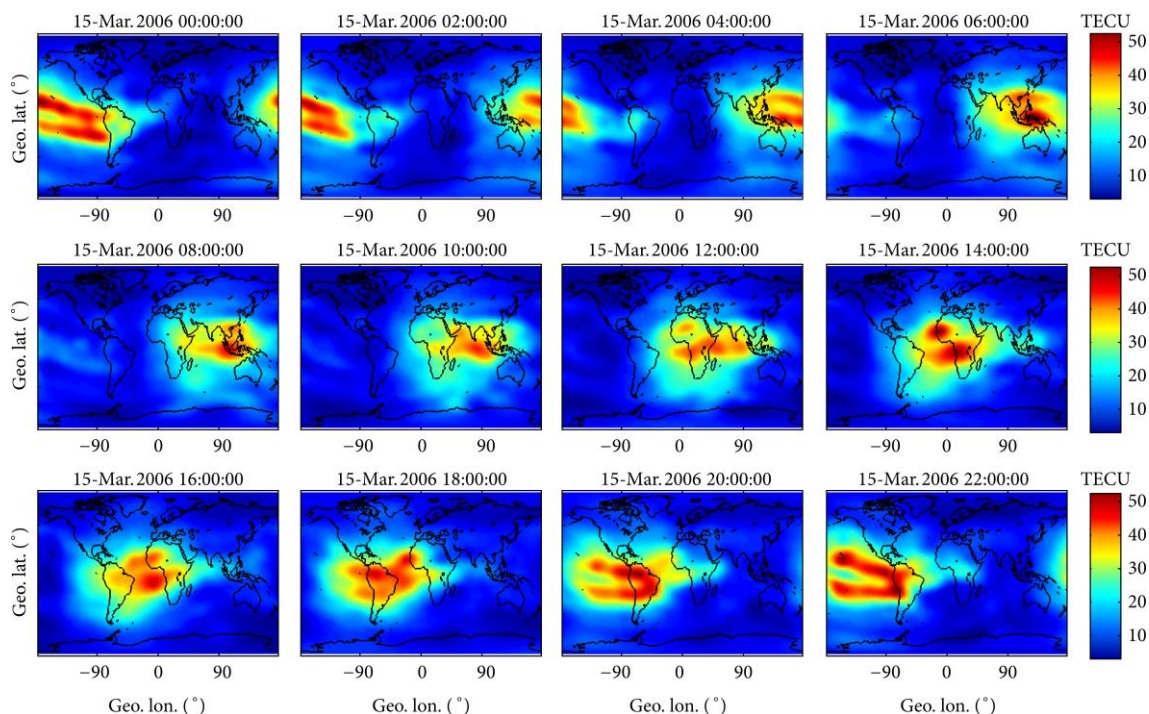
Parametri, ki se tako izračunavajo so *TEC na vsaki postaji (npr. na vsako uro ali dve), kodni zamiki na kodnih opazovanjih ΔD in fazne nedoločenosti faznih opazovanj*. Podajanje vrednosti *TEC* globalno v odvisnosti od časa se podaja v obliki GIM (angl. *Global Ionosphere Model*), kjer se podaja **vrednost *TEC*** na *vsaki 2 uri z razvojem v harmonično vrsto s prostorsko resolucijo 2,5° za geodetsko dolžino in 5° za geodetsko širino*.

Ker je ionosfera sloj atmosfere nad 50 km višine, ni potrebno veliko število stalnih postaj GNSS globalno za modeliranje celotne ionosfere,



Slika 16: Primer nabora postaj GNSS za oceno stanja ionosfere in vplivno območje posamezne postaje (vir: Schaer, S. 1997. How to use CODE's Global Ionosphere Maps. <http://ftp.aiub.unibe.ch/ionosphere/doc/gimman.ps>)

V okviru službe IGS (angl. International GNSS Service) se že od leta 1996 *na dnevni osnovi izračunava globalen model ionosfere*. Format datoteke se imenuje IONEX (angl. Ionosphere Exchange format), z GIM pa je možno odpraviti tudi več kot 80% vpliva ionosfere.



Slika 17: Primer GIM za 15. 3, 2006 (JPL) (vir: <https://www.hindawi.com/journals/tswj/2015/376702/fig1/>)

3. 6. Vpliv ionosferske refrakcije na rezultate obdelave opazovanj GNSS

Vpliv ionosferske refrakcije se na opazovanja GNSS kaže kot *skrajšanje faznih opazovanj* in *podaljšanje kodnih opazovanj*. Zaradi tega ionosferska refrakcija **pri absolutni določitvi položaja** na

osnovi *kodnih opazovanj* povzroči predvsem pogrešek višine – *navidezni dvig točke*. Po drugi strani na osnovi *faznih opazovanj* dobimo ravno obratno situacijo – *navidezno spuščanje točke*. Pri absolutnem določevanju položaja je *za višjo kakovost nujno potrebno modelirati ali eliminirati (linearna kombinacija)* ionosfersko refrakcijo.

V okviru **baznih vektorjev** se nemodeliran vpliv ionosfere kaže kot *skrajšanje dolžine baznega vektorja* (fazna opazovanja), kar vpliva na *merilo geodetske mreže GNSS*. Vendar pa je vpliv *odvisen od velikosti baznega vektorja*, krajši kot je, več pogreška se eliminira s sestavo enojnih in dvojnih razlik opazovanj. Pri **krajših vektorjih** (do ~20 km) se priporoča *uporaba opazovanj L_1 in modela GIM*, medtem ko je potrebno pri **daljših baznih vektorjih** uporabiti **linearno kombinacijo L_i** .