

OSNOVE PLIMOVANJA

Geofizika v geodeziji

Oskar Sterle

2021/2022

Kazalo vsebine

1	Uvod	1
2	Kratek zgodovinski pregled	2
3	Fizikalno ozadje plimovanja	4
3.1	Poenostavljen model Zemlja-Luna	7
3.2	Izpeljava plimske sile	10
3.2.1	Plimska sila antipodnih točk	11
3.2.2	Plimska sila poljubne točke na površini Zemlje	13
3.2.3	Vpliv Sonca in Lune - lunisolarna plima	17
3.3	Plimni potencial	17

1 Uvod

Plimovanje predstavlja periodične spremembe položaja *trdne Zemlje, oceanov (vode), atmosfere in težnostnega potenciala Zemlje* zaradi sprememb v **težnosti drugih nebesnih teles** (Luna, Sonce, planeti) do planeta Zemlje. Spremembe težnosti izhajajo iz sprememb relativnega položaja nebesnih teles glede na telo Zemljo.

Fizikalno ozadje plimovanja je pojasnil *Isaac Newton* s **teorijo težnosti**. Ugotovil je, da plimovanje v večji meri povzroča Luna, manjši vpliv (okoli 46% Luninega) ima Sonce, medtem ko je doprinos ostalih planetov zanemarljiv. Največji vpliv ima Venera, saj pride najbližje Zemlji, a je kljub temu njen vpliv 10,000-krat manjši od vpliva Lune in Sonca. Ostali planeti doprinesejo še vsaj 10-krat manj.

Najbolj očitna posledica plimovanja je **spreminjanje gladine morske vode**, kar lahko vidimo tudi na lastne oči. Opazovanja višine morske gladine in njeno modeliranje sta bila v preteklosti zato glavno gonilo razvoja teorije plimovanja. V osnovi plimovanje povzroča težnost drugih nebesnih teles, a so lastnosti plimovanja bolj podvržena hidrodinamiki; tj. fiziki gibanja vodne mase.

Poznavanje plimovanja na Zemlji je pomembno ker:

- Opazovanje in obravnavanje plimovanja pomeni *poznavanje geodinamičnih lastnosti Zemlje*,
- Poznavanje plimovanja lahko uporabimo za *reduciranje opazovanj neke druge vrste* (npr. psevdorazdalj GNSS, merjenega težnega pospeška, določanje globin na morju) in
- Poznane modele plimovanja lahko uporabimo za *študij vpliva plimovanja na ostale pojave* (npr. vpliv plimovanje atmosfere na položaj geodetske točke, vpliv plimovanja (napetosti) na potresno aktivnost, pojasni stanje Jupitrovih lun in Saturnovega obroča).

2 Kratek zgodovinski pregled

Pojav plimovanja oceana/morja so opazili že **stari Grki**, a so imeli težave, saj je plimovanje v Grčiji zelo neizrazito. Grk Pytheas (300 pr. n. št.) prvi poveže plimovanje z Luno in Soncem, ko je plul po Veliki Britaniji. Skozi zgodovino pa so bila pojasnila za plimovanje različna:

- Plimovanje povzročajo vrtinci v okolici severne Norveške, ob oseki voda ponikne v vrtinec, ob plimi pa se voda dvigne iz vrtinca.
- Arabski znanstvenik *Zakarija Al-Kazvini (1203-1283)* postavi tezo, da Luna in Sonce segrejeta vodo, ki se razteza, kar povzroča plimovanje (naraščanje gladine vode).
- Ob odkritju Amerike, Italijan *Julius Caesar Scaliger (1484-1558)* trdi, da plimovanje poleg Lune povzroča tudi valovanje oceana med Evropo in Ameriko.
- *Johanes Kepler (1571-1630)* trdi, da Luna in Sonce povzročata plimovanje z neko nepoznano silo, ki je podobna magnetizmu.
- *Galileo Galilei (1564-1642)* trdi, da je plimovanje posledica rotacije Zemlje in gibanje Zemlje okoli Sonca. To bi povzročilo oscilacije gladine vode. Plimovanje označi kot okultno.
- *Rene Descartes (1596-1650)* trdi, da plimovanje povzroča vrtinec, znotraj katerega se gibljeta Zemlja in Luna.
- *John Wallis (1616-1703)* nadgradi teorijo Galilea in vključi tudi gibanje Zemlje in Lune okoli bari-centra Zemlja-Luna.

Pojavi se ključno vprašanje:

Če Luna in Sonce povzročata plimovanje, kako lahko to pojasnimo? Če Luna in Sonce ne povzročata plimovanja, zakaj plima obstaja in kako lahko to pojasnimo?

Rešitev poda *sir Isaac Newton (1642-1727)* – plimovanje je posledica nove sile – **TEŽNOSTI**. Plimovanje nastane, ker so točke na Zemlji različno oddaljene od Sonca in Lune in so zato težnosti Sonca in Lune do teh točk različne. Newton pojasni ključne lastnosti plimovanja:

- glavno periodo 12-ih lunarnih ur (posledica rotacije Zemlje in gibanja Lune okoli baricentra Zemlja-Luna)
- odvisnost višine morske gladine od luninih faz (posledica relativne lokacije Lune glede na Sonce) in
- razlike med obema visokima vodami v dnevu (navidezna lokacija Lune na površju Zemlje).

Newton Zemljo in oceane obravnava v okviru teorije ravnovesja (angl. *equilibrium theory*), kjer se predpostavi, da je Zemlja (krogla) prekrita z oceanom enake globine.

Pierre de Laplace (1749-1827) opiše plimovanje s **plimnim potencialom**, kjer plimovanje opiše v odvisnosti od geodetske širine, deklinacije in časovnega kota. Plimovanje lahko matematično razcepimo na tri vrste plimovanja: dolgo-periodično, pol-dnevno in dnevno plimovanje. Laplace postavi temelje moderne obravnave plimovanja. Opredeli tudi vpliv hidrodinamike – problem pretakanja vode po oceanih in morjih.

William Thomson (1824-1907), kasneje znan kot *Lord Kelvin*, predpostavi, da je notranjost Zemlje elastična in je podvržena plimovanju – opredeli **plimovanje trdne Zemlje**. Nima pa odgovora, kako to izmeriti. Sestavi tudi prvi mehanizem napovedovanja plimovanja – stroj, ki deluje podobno kot ura.

George Darwin (1845-1912, sin Charlesa Darwina) aplicira idejo Lorda Kelvina. Definira razmerje med višino plimovanja oceana elastične Zemlje in toge Zemlje. S tem **dokaže obstoj plimovanja trdne Zemlje** – Zemlja se obnaša elastično. Ugotovi tudi (kar je predlagal Airy), da plimovanje (“*plimno trenje*”) vpliva na upočasnjevanje rotacije Zemlje in oddaljevanje Lune od Zemlje. Nekoliko kasneje definira tudi **vpliv plimovanja oceanov na elastično Zemljo**.

Artur Doodson (1890-1968) izvede **harmonično analizo plimnega potenciala** in plimovanje opiše z 386 komponentami, vsako z različno periodo in amplitudo. Njegov način opredelitve plimovanja velja še danes.

Skozi zgodovino se je dokazalo, da plimovanje ne vpliva le na višino morske gladine, ampak tudi na obliko Zemlje (plimovanje trdne Zemlje in vpliv plimovanja oceanov na kopno), razporeditev atmosfere (plimovanje atmosfere in vpliv plimovanja atmosfere na Zemljino površje – kopno in morje), rotacijsko os (orientacijo), hitrost rotacije, oddaljenost Lune od Zemlje, merjenje časa (v okviru relativnosti).

3 Fizikalno ozadje plimovanja

Fizikalno ozadnje plimovanja je pojasnil *Isaac Newton* v okviru teorije težnosti. Zemljo je obravnaval v ti. ravnovesju, kjer je Zemlja kroglata enakomerne gostote, po površini pa je enakomerno razporejena tekočina. Zanimaril je tudi hidrodinamične lastnosti tekočine, tj. trenje pri pretakanju tekočine. Kljub temu je tak opis osnova obravnave plimovanja še danes. Lep grafičen prikaz celotnega tega poglavja dobite na spletni strani <https://beltoforion.de/en/tides/>.

Za prikaz, kaj povzroča in kako pride do plimovanja, se osredotočimo le na Zemljo in Luno in naredimo

nekaj **poenostavitev**:

- Zemlja in Luna sta krogli, konstantne gostote,
- Zemlja ne rotira okoli svoje osi in
- Luna “kroži” okoli Zemlje po krožnici.

Osnovna metodologija bodo **trije Newtonovi zakoni**, ki so:

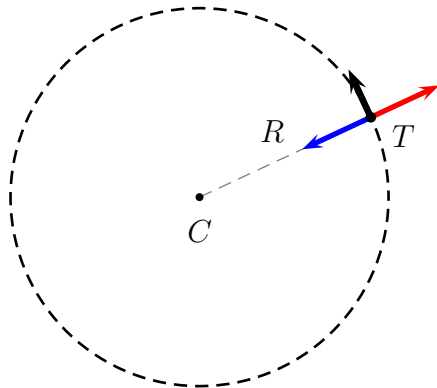
1. **Newtonov zakon**: Če je rezultanta vseh zunanjih sil \mathbf{F} , ki delujejo na telo, enaka nič ($\mathbf{F} = \mathbf{0}$), potem telo miruje ali pa se giblje premo sorazmerno (ne-pospešeno).
2. **Newtonov zakon**: Če je rezultanta vseh zunanjih sil \mathbf{F} , ki delujejo na telo, različna od nič ($\mathbf{F} \neq \mathbf{0}$), potem le-ta telesu z maso m vsiljuje pospešek \mathbf{a} : $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$.
3. **Newtonov zakon**: Če prvo telo na drugo telo deluje s silo \mathbf{F}_1 , potem drugo telo deluje na prvo telo s silo \mathbf{F}_2 , ki je nasprotno enaka prvi sili: $\mathbf{F}_2 = -\mathbf{F}_1$.

Ključen je tudi **težnostni zakon**, ki opisuje gravitacijsko silo \mathbf{F}_g med dvema telesoma z masama m_1 in m_2 , ki sta med seboj na razdalji d . Velikost F_g gravitacijske sile \mathbf{F}_g je:

$$|\mathbf{F}_g| = F_g = \frac{G m_1 m_2}{d^2} \quad (1)$$

V enačbi 1 G predstavlja splošno gravitacijsko konstanto, ki znaša $G = 6.67408 \times 10^{-11} \text{m}^3 \text{kg}^{-1} \text{s}^{-2}$.

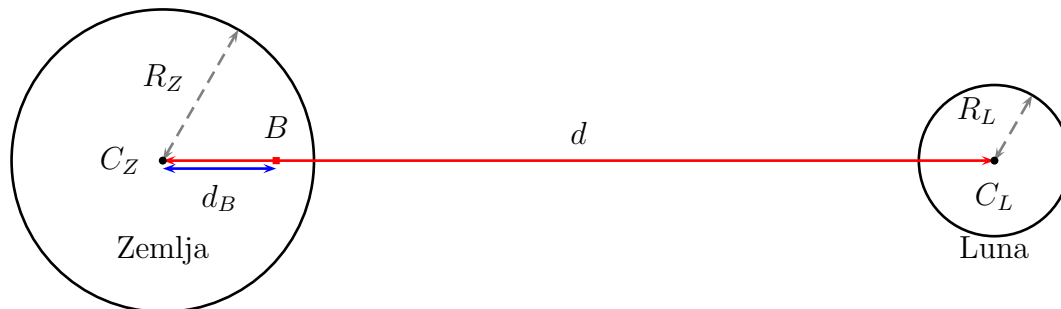
Da lahko neko telo kroži okoli osi, mora nanj delovati **centripetalna sila**. V splošnem je usmerjena iz prijemališča na krožečem telesu **proti osi rotacije**. Telo pa “občuti” **centrifugalno silo** (tudi **sredobežno silo**), ki je enako velika kot centripetalna sila, le da kaže v nasprotno smer, kot to prikazuje slika 1.



Slika 1: Prikaz centrifugalne (rdeča) in centripetalne (modra) sile pri kroženju točke T okoli središča C na oddaljenosti R

3.1 Poenostavljen model Zemlja-Luna

Zemljo in Luno si lahko predstavimo kot dve kroglji, ki imata konstantno gostoto in sta njuni masni središči oddaljeni za d . Zemlja ima maso M_Z in polmer R_Z , medtem ko ima Luna maso M_L in polmer R_L . Situacijo prikazuje slika 2.



Slika 2: Poenostavljen prikaz Zemlje in Lune in njuno masno središče - baricenter Zemlja-Luna (B)

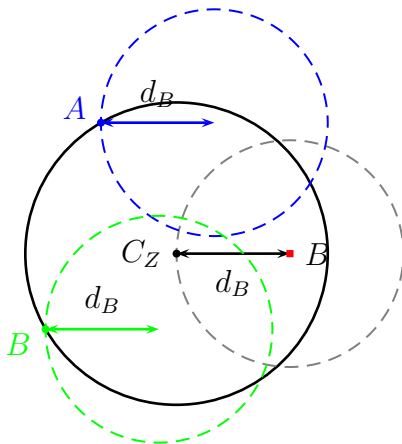
Razmerja med masama in polmeroma ter oddaljenost med Zemljo in Luno so podani z:

$$M_Z = 81.53M_L \quad R_Z = 3.667R_L \quad d = 60.3R_Z \quad (2)$$

Iz enačbe vidimo, da Luna ne predstavlja točkastega telesa v primerjavi z Zemljo, niti ni tako zelo oddaljena. Če izračunamo še položaj masnega središča obeh teles – baricenter Zemlja-Luna, tj. položaj točke B na sliki 2, dobimo:

$$d_B = \frac{d M_L}{M_Z + M_L} = \frac{60.3R_Z M_L}{81.53M_L + M_L} = R_Z \frac{60.3}{82.53} = 0.72R_Z \quad (3)$$

Masno središče je locirano v notranjosti Zemlje, a na skoraj $\frac{3}{4}$ polmera Zemlje. To je tudi točka, okoli katere krožita skupaj Zemlja in Luna. Težišče Zemlje (točka C_Z) kroži okoli baricentra B in v enem obhodnem času naredi krožnico s polmerom d_B . Ker se Zemlja ne suka okoli svoje osi, potem je kroženje Zemlje okoli točke B tako, da se Zemlji orientacija ne spreminja. Zaradi tega vse točke na Zemlji opravijo isto pot, to je krožnico s polmerom d_B .



Slika 3: Kroženje točk na (in v) Zemlji okoli baricentra B

Centripetalna sila, ki omogoča to kroženje je ravno gravitacijska sila med Zemljo in Luno. Velikost te sile v težišču Zemlje (in Lune) je:

$$F_g = \frac{G M_Z M_L}{d^2} \quad (4)$$

Če obravnavamo v težišču Zemlje samo enoto mase $m = 1$ kg, potem po 2. Newtonovem zakonu opredelimo gravitacijski pospešek težišča Zemlje g_C :

$$F_g = \frac{G m M_L}{d^2} = m g_C \quad \rightarrow \quad g_C = \frac{G M_L}{d^2} \quad (5)$$

Da lahko Zemlja in Luna krožita okoli točke B (sta “zaklenjeni v ravnovesju”), mora biti centrifugalni pospešek a_C v težišču Zemlje C_Z po velikosti enak gravitacijskemu pospešku iz enačbe 5, kaže pa v nasprotno smer, torej:

$$a_C = g_C = \frac{G M_L}{d^2} \quad (6)$$

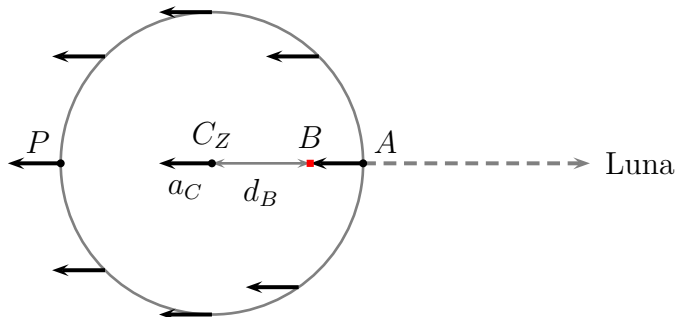
Enačba 6 predstavlja izhodišče izpeljave sile, ki poganja plimovanje na Zemlji. Da pa dobimo občutek o velikosti tega pospeška, ga izračunajmo. Če upoštevamo razmerja med masama, polmeri in oddaljenosti Zemlje in Lune (enačba 2), dobimo:

$$a_C = g_C = \frac{G M_L}{d^2} = G \frac{M_Z}{81.53} \frac{1}{(60.3R_Z)^2} = \frac{1}{81.53 \cdot 60.3^2} \frac{G M_Z}{R_Z^2} \approx 3.4 \times 10^{-6} g_g \quad (7)$$

V enačbi 7 je z g_g označen težnostni pospešek na površini Zemlje (krogle). Privlačni pospešek Lune je izredno majhen na površini Zemlje v primerjavi s težnostjo same Zemlje.

3.2 Izpeljava plimske sile

Glede na enačbo 6 morata biti gravitacijski pospešek g_C in centrifugalni pospešek a_C v težišču enaka. Glede na sliko 3, kjer vidimo, da vse točke na (in v) Zemlji zaradi kroženja okoli baricentra B opišejo enako pot (krožnico velikosti d_B). To pomeni, da za vse točke na (in v) Zemlji deluje enak centrifugalni pospešek a_C , kar prikazuje slika 4.



Slika 4: Prikaz centrifugalnega pospeška na poljubno točko na (in v) Zemlji zaradi kroženja okoli točke B ter položaja najbližje (A) in najbolj oddaljene (P) točke do Lune

3.2.1 Plimska sila antipodnih točk

Če pa pogledamo gravitacijski pospešek g za posamezne točke na (in v) Zemlji, ki je odvisen od oddaljenosti od težišča Lune (C_L), pa ugotovimo, da je težnostni pospešek g , zapisan v enačbi 5 (nasprotno) enak centrifugalnemu pospešku a_C le v težišču Zemlje. Ostale točke imajo drugačen gravitacijski pospešek, saj so različno oddaljene od Lune. Poglejmo, kakšna sta gravitacijska pospeška g_A v točki A (najbližja Luni) in g_P v točki P (najbolj oddaljena od Lune). Ker je polmer Zemlje enak R_Z , velja:

$$g_A = \frac{G M_L}{(d - R_Z)^2} \quad g_P = \frac{G M_L}{(d + R_Z)^2} \quad (8)$$

Uporabimo zakon o prenosu pravih pogreškov za enačbi 8, izpeljavo pa prikažimo za poljubno točko i , kjer se oddaljenost od Lune spremeni za vrednost Δd . Velja:

$$g_i = \frac{G M_L}{(d + \Delta d)^2} \approx \frac{G M_L}{d^2} + \frac{\partial g_i}{\partial d} \Delta d = g_C + \frac{\partial g_i}{\partial d} \Delta d = g_C + \Delta g_i \quad (9)$$

Razlika v gravitacijskem pospešku Δg_i poljubne točke i glede na gravitacijski pospešek g_C težišča Zemlje ($= a_C$) ima obliko:

$$\Delta g_i = \frac{\partial g_i}{\partial d} \Delta d = G M_L \frac{-2}{d^3} \Delta d = \frac{G M_L}{d^2} \frac{-2\Delta d}{d} = -2g_C \frac{\Delta d}{d} \quad (10)$$

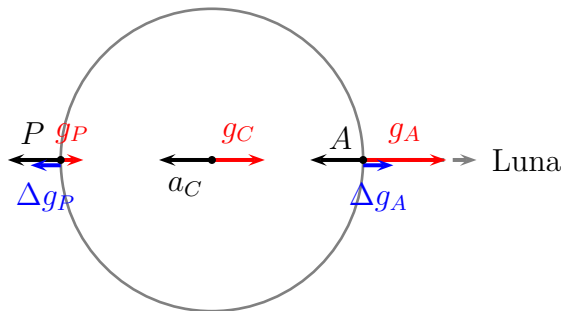
Če uporabimo enačbo 10 za točki A in P s slike 4 in iz enačbe 8 dobimo:

$$\begin{aligned} g_A &= g_C - 2g_C \frac{-R_Z}{d} = g_C + 2g_C \frac{R_Z}{60.3R_Z} = g_C + 0.033g_C \\ g_P &= g_C - 2g_C \frac{R_Z}{d} = g_C - 2g_C \frac{R_Z}{60.3R_Z} = g_C - 0.033g_C \end{aligned} \quad (11)$$

Razliki v gravitacijskem pogrešku Δg_A in Δg_B sta tako dana z:

$$\Delta g_A = 0.033g_C \quad \Delta g_P = -0.033g_C \quad (12)$$

Gravitacijski pospešek v točki A je za dobre 3% večji od gravitacijskega pospeška g_C , medtem ko je v točki P le-ta za istih dobrih 3% manjši od g_C . Če je v težišču Zemlje ravnovesje $g_C = a_C$, v točki A velja $g_A - a_C = \Delta g_A = 0.033g_C$, medtem ko v točki P velja $g_P - a_C = \Delta g_P = -0.033g_C$. Razliko v gravitacijskem pospešku lahko opredelimo kot **plimni pospešek**, saj le ta povzroča plimovanje. Slika 5 prikazuje vse tri vrste pospeškov.



Slika 5: Primerjava centrifugalnega pospeška (črni vektorji), gravitacijskega pospeška (rdeči vektorji) in plimnega pospeška (modri vektorji) na točkah C_Z , A in P

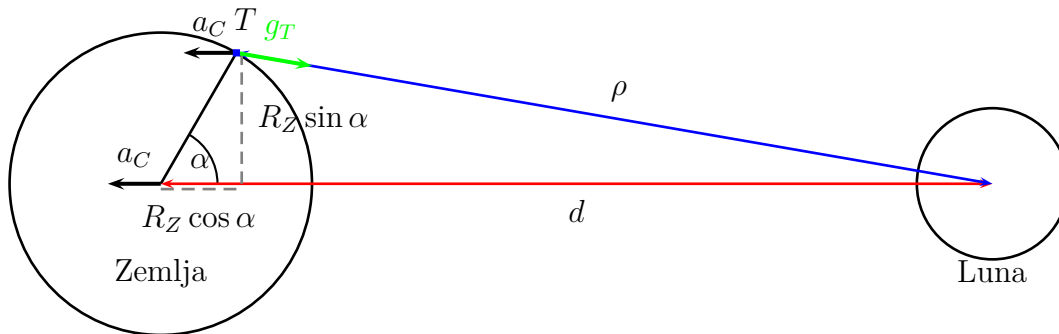
Prikažimo še vpliv 2. člena razvoja v Taylorjevo vrsto iz enačbe 9. Ko uporabimo zakon o prenosu pravih pogreškov, pri razvoju v Taylorjevo vrsto uporabimo prvi člen in zanemarimo ostale člene vrste (ki imajo

potenco prirastka neodvisne spremenljivke večjo od 1). Drugi člen ima obliko:

$$\Delta g_2 = \frac{\partial^2 g}{\partial d^2} \frac{\Delta d^2}{2} = 3 \frac{G M_L}{d^4} \Delta d^2 = 3g_C \left(\frac{\Delta d}{d} \right)^2 \approx g_C \frac{1}{1200} \quad (13)$$

Enačba 13 kaže na to, da je drugi člen (in posledično vsi ostali členi vrste) zanemarljiv, zato obravnava plimne sile preko enačbe 11 zadošča.

3.2.2 Plimska sila poljubne točke na površini Zemlje



Slika 6: Prikaz centrifugalnega pospeška (črni vektor) in gravitacijski pospešek Lune (zelen vektor) poljubne točke na površini Zemlje

Na poljubno točko T na površini Zemlje, ki je določena glede na središčni kot α , deluje centrifugalni pospešek a_C in gravitacijski pospešek Lune g_T . Slednji deluje na zveznici $\overline{TC_L}$, ki pa ni vzporedna s centrifugalnim pospeškom a_C . Zato velja, da:

- a_C in g_T nimata enake velikosti in
- a_C in g_T ne ležita na isti premici.

Za izračun gravitacijskega pospeška g_T moramo prvo izračunati razdaljo ρ , kjer uporabimo Pitagorov izrek:

$$\rho^2 = (R_Z \sin \alpha)^2 + (d - R_Z \cos \alpha)^2 = d^2 - 2dR_Z \cos \alpha + R_Z^2 = d^2 \left(1 - 2\frac{R_Z}{d} \cos \alpha + \frac{R_Z^2}{d^2} \right) \quad (14)$$

Na osnovi enačbe 14 ima gravitacijski pospešek g_T v točki T zato obliko:

$$g_T = \frac{G M_L}{\rho^2} = \frac{G M_L}{d^2} \frac{1}{1 - 2\frac{R_Z}{d} \cos \alpha + \frac{R_Z^2}{d^2}} = g_C \frac{1}{1 - 2\frac{R_Z}{d} \cos \alpha + \frac{R_Z^2}{d^2}} \quad (15)$$

Posledica je, da obstaja plimni pospešek Δg_T , ki deluje na točko T in je rezultat vektorske vsote $\mathbf{a}_C + \mathbf{g}_T$. Plimni pospešek Δg_T ima tako smer, da ima na nivoju točke T v splošnem horizontalno in vertikalno komponento. Izračuna pa se ga lahko kot:

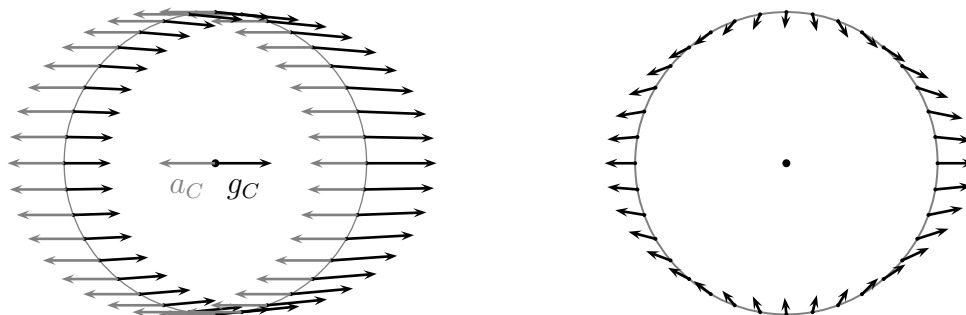
$$\Delta g_T = g_T - g_C = g_C \frac{1}{1 - 2\frac{R_Z}{d} \cos \alpha + \frac{R_Z^2}{d^2}} - g_C = g_C \frac{2\frac{R_Z}{d} \cos \alpha - \frac{R_Z^2}{d^2}}{1 - 2\frac{R_Z}{d} \cos \alpha + \frac{R_Z^2}{d^2}} \quad (16)$$

Iz enačbe 16 velja:

- če je $\alpha = 0^\circ$ - točka T je dejansko točka A in velja $\Delta g_T = \Delta g_A = 0.033g_C$,

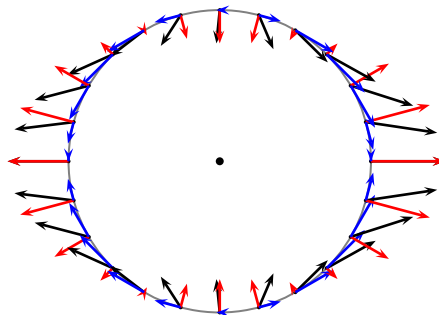
- če je $\alpha = 90^\circ$ - točka T je na polu, potem pa velja $g_T = \frac{GM_J}{d^2 + R_Z^2}$ - plimni pospešek na polu je manjši od a_C in ima tudi horizontalno komponento,
- da bo imela točka T samo vertikalno komponento v primeru, ko velja $\cos \alpha = \frac{R_Z}{2d} = \frac{1}{2 \cdot 60.3}$ oziroma $\alpha \approx 89.53^\circ$. Druga možnost je seveda v točki A (in P).

Slika 7 na levi strani prikazuje gravitacijske pospeške (črni vektorji) različnih točk na površini Zemlje in pripadajoče centrifugalne pospeške (sivi vektorji). Desna stran slike pa prikazuje razlike med gravitacijskim in centrifugalnimi pospeški - plimne pospeške točk na površini Zemlje.



Slika 7: Prikaz gravitacijskih in plimnih pospeškov (levo) ter njihovih rezultat - plimne pospeške (desno)

V težišču Zemlje velja ravnovesje sil, kar pa ne velja za vse ostale točke na površini in (v notranjosti) Zemlje. Za vsako točko na površini Zemlje, lahko plimni pospešek razdelimo v njegovo vertikalno komponento $\Delta g_{T,v}$ in horizontalno komponento ($\Delta g_{T,h}$), kar prikazuje slika 8.



Slika 8: Prikaz plimnih pospeškov (črni vektorji) in njihov razcep v horizontalno komponento (modri vektorji) ter vertikalno komponento (rdeči vektorji)

Vertikalna komponenta plimnega pospeška deluje tako, da vpliva le na teža teles na Zemlji in ne povroča plimovanja. Horizontalna komponenta, ki povzroča plimne tokove, pa je ključna za pojav plime, saj deluje tako, da potiska vodo na površju Zemlje proti obema antipodnima točkama, dokler se ne doseže ravnovesje. Na ta način imata točki A in P visoko vodo (plimo), medtem ko imata točki, ki sta za 90° pomaknjeni po površini Zemlje stran od A in P nizko vodo (oseko).

3.2.3 Vpliv Sonca in Lune - lunisolarna plima

Vpliv Sonca na plimo je popolnoma enake oblike, kot vpliv Lune. Sonce je v primerjavi z Luno veliko večje, za maso Sonca M_S velja $M_S = 333\,420M_Z$, a je tudi precej bolj oddaljeno, velja $d_S \approx 23\,450R_Z$. Velikost plimnega pospeška smo prikazali kot (enačba 10)

$$\Delta g_i = -2 \frac{G M_i R_Z}{d_i^3} \quad (17)$$

kjer i predstavlja oznako nebesnega telesa z maso M_i , ki je za d_i oddaljeno od Zemlje. Če v enačbo 17 vstavimo enkrat podatke o Luni in drugič podatke o Soncu ter primerjamo, dobimo:

$$\frac{\Delta g_S}{\Delta g_L} = \frac{M_S d_L^3}{M_L d_S^3} \approx 0.46 \quad (18)$$

Vpliv Sonca je za več kot polovico manjši od vpliva Lune na plimovanje. Če pogledamo še ostala nebesna telesa, ima poleg Sonca in Lune največji vpliv Venera, ki pride najbližje Zemlji, a je njen vpliv 10 000-krat manjši od vpliva Lune in Sonca. Ostali planeti doprinesejo še vsaj 10-krat manj.

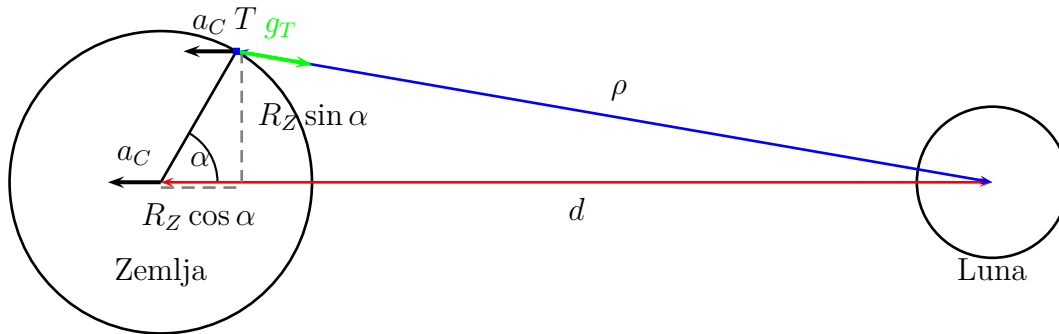
3.3 Plimni potencial

Ker je plimovanje posledica gravitacije, ki se opredeli kot konzervativno vektorsko polje, potem obstaja skalarno polje V , ki ga označimo kot gravitacijski potencial in ima obliko:

$$V = G \frac{M}{d} \quad (19)$$

Povezava med gravitacijskim potencialom in gravitacijskim vektorskim poljem je podana preko gradienta, saj velja:

$$\mathbf{g} = \nabla V = \left(\frac{\partial V}{\partial x} \quad \frac{\partial V}{\partial y} \quad \frac{\partial V}{\partial z} \right) \quad (20)$$



Slika 9: Poenostavljen prikaz Zemlje in Lune in njuno masno središče - baricenter Zemlja-Luna (B)

Če si pogledamo, kako smo izpeljali gravitacijski pospešek poljubne točke na površini Zemlje (slika 6), in kako smo opredelili oddaljenost poljubne točke od težišča Lune (enačba 14), potem lahko gravitacijski potencial poljubne točke na Površini Zemlje opredelimo kot:

$$V = G \frac{M}{\rho} = G \frac{M}{d} \frac{1}{\sqrt{1 - 2 \left(\frac{R_Z}{d} \right) \cos \alpha + \left(\frac{R_Z}{d} \right)^2}} \quad (21)$$

V enačbi 21 lahko recipročno oddaljenost $1/\rho$ razvijemo v potenčno vrsto na osnovi Legendrovih polinomov,

in sicer:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{d} \left(1 - 2 \left(\frac{R_Z}{d} \right) \cos \alpha + \left(\frac{R_Z}{d} \right)^2 \right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{d} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R_Z}{d} \right)^n P_n(\cos \alpha) \quad (22)$$

Legendrovi polinomi imajo obliko $P_0(z) = 1$, $P_1(z) = z$, $P_2(z) = (3z^2 - 1)/2$, $P_3(z) = (5z^3 - 3z)/2 \dots$ Potencial iz enačbe 19 lahko sedaj zapišemo kot:

$$V = G \frac{M}{\rho} = GM \frac{1}{d} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R_Z}{d} \right)^n P_n(\cos \alpha) \quad (23)$$

Če obravnavamo potencial po členih razvoja z Legendrovimi polinomi, lahko ugotovimo:

- $n = 0$: $V_0 = GM/d$ predstavlja konstantno vrednosti, katere odvod (glej enačbo 20) je enak 0.
- $n = 1$: $V_1 = GM/d^2 R_z \cos(\alpha)$ predstavlja linearni del potenciala, kjer bo gradient tega člena konstanta in predstavlja ne-spremenljivo vektorsko polje, ki ne povzroča plimovanja.
- $n > 1$: ti členi predstavljajo vpliv plimovanja na točke na Zemlji. Če vzamemo primer Lune, kjer velja $R_Z/d = 1/60.3$, potem v poštev prideta le še člena $n = 2$ in $n = 3$, v najnatančnejših primerih tudi $n = 4$ (visoko natančni gravimetri). Ostali členi ($n \geq 4$) so zanemarljivo majhni. Pri Soncu, ko velja $R_Z/d_S = 1/23450$ je edini člen $n = 2$, ostali so zanemarljivo majhni.

Na ta način lahko plimni potencial predstavimo kot:

$$V \approx V_2 = G \frac{MR_Z^2}{d^3} P_2(\cos \alpha) = G \frac{MR_Z^2}{d^3} \left(\frac{3}{2} \cos^2 \alpha - \frac{3}{2} \right) \quad (24)$$

Za samo uporabo je razvoj plimnega potenciala v harmonično vrsto (Legendrovi polinomi) eden izmed ključnih orodij za obravnavo predvsem pa za napovedovanje plime. *Artur Doodson* je na začetku 20. stoletja plimni potencial razvil v 396 členov, kjer je vsak predstavljen z amplitudo, frekvenco in začetno fazo. V današnjem času je teh harmoničnih členov že več kot 1000. V tem dokumentu smo plimovanje obravnavali v okviru teorije ravnovesja, ki nikakor ne predstavlja realne situacije. Kaj vse smo zanemarili in vpliva na obliko in velikost plimovanja:

- Zemlja ni kroglja enakomerne gostote, ampak oblike geoida, kjer je gostota spremenljiva.
- Zemlja rotira okoli svoje osi, vrtenje pa ni enakomerno.
- Zemlja ni v celoti prekrita z oceani. Oceani imajo različno globino (ki se tudi spreminja), različno temperaturo, slanost, viskoznost. . . Hitrost pretoka vode v oceanih je odvisna od številnih faktorjev.
- Luna kroži po elipsi in ne po krožnici okoli Zemlje, trajektorija Lune tudi ne leži v ekvatorski ravnini, rotacijska os Lune tudi precesira. Spreminja se oddaljenost Lune od Zemlje.
- Zemlja kroži po elipsi in ne po krožnici okoli Sonca, ekvatorska ravnina je glede na ekliptiko nagnjena, rotacijska os Zemlje precesira. Oddaljenost Zemlje od Sonca ni konstanta, ampak se spreminja
- Zemlja ima atmosfero, kateri se fizikalno stanje spreminja skozi čas.
- Zanemarjen je vpliv trenja in inercije pri teoriji ravnovesja.

Za upoštevanje vseh teh vplivov pa so ključna opazovanja višine vodne gladine na čim večjem nizu mareografskih postaj po celi Zemlji.