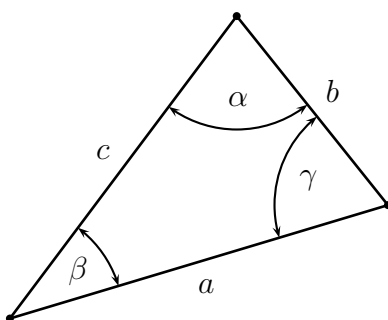


## Globalni test modela in iskanje grobih pogreškov – Opazovanja v trikotniku:

V trikotniku smo izmerili vse količine in dobili tri stranice:  $a = 175.527$  m,  $b = 132.392$  m in  $c = 192.018$  m, ter vse tri notranje kote:  $\alpha = 62^\circ 20' 15''$ ,  $\beta = 41^\circ 51' 6''$  in  $\gamma = 75^\circ 45' 33''$ . Razporeditev opazovanj v trikotniku prikazuje slika 1. Če so vse stranice izmerjene z enako natančnostjo ( $\sigma_d = 5.0$  cm), če so tudi koti izmerjeni z enako natančnostjo ( $\sigma_k = 1'$ ), po MNK izravnavaj opazovanja in reši tako funkcionalni kot tudi stohastični model izravnave (za izračun natančnosti uporabi referenčno varianco a-priori). Izvedi globalni test modela ( $\alpha = 0.05$ ) in s pregledom opazovanj, kakor tudi s  $\tau$ -testom poišči morebitne grobe pogreške ( $\alpha = 0.01$ ).



Slika 1: Skica trikotnika in opazovanj

Ker moramo v nalogi izvesti MNK, globalni test modela in poiskati morebitne grobe pogreške v izravnavi, bomo uporabili pogojno izravnavo po MNK.

### 1. Nastavimo funkcionalni model izravnave – sestavimo osnovni matrični model izravnave.

Pri obravnavanem trikotniku imamo  $n = \underline{\quad}$  opazovanj, kjer bi nujno potrebovali  $n_0 = \underline{\quad}$ . Število nadštevilnih opazovanj je torej  $r = \underline{\quad}$ , kar določa število pogojnih enačb. Le-te naj imajo obliko:

$$\begin{aligned} F_1 &\equiv \hat{\alpha} + \hat{\beta} + \hat{\gamma} - 180^\circ = 0 \\ F_2 &\equiv \hat{a} \sin \hat{\beta} - \hat{b} \sin \hat{\alpha} = 0 \\ F_3 &\equiv \hat{a} \sin \hat{\gamma} - \hat{c} \sin \hat{\alpha} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

V enačbi 1 smo izbrali vsoto notranjih kotov (1. pogojna enačba) in dva sinusna stavka (2. in 3. pogojna enačba). Vektor opazovanj zapišimo v obliki  $\mathbf{l} = [a \ b \ c \ \alpha \ \beta \ \gamma]^T$  in tako lahko nastavimo matriko koeficientov pogojnih enačb  $\mathbf{A}$  in vektor odstopanj pogojnih enačb  $\mathbf{f}$ . Osnovni matrični sistem pogojne izravnave  $\mathbf{A}\mathbf{v} = \mathbf{f}$  ima obliko:

$$\begin{bmatrix} \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} \\ \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} \\ \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} & \underline{\quad} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \\ v_\alpha \\ v_\beta \\ v_\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\quad} \\ \underline{\quad} \\ \underline{\quad} \end{bmatrix} \quad (2)$$

## 2. Nastavimo stohastični model izravnave.

Opazovanja so različne natančnosti, ki so tudi podane. Če si za referenčno varianco a-priori izberimo  $\sigma_0^2 = \sigma_d^2$ , torej natančnost stranic, potem bodo kofaktorji in uteži kotnih in dolžinskih opazovanj enaki:

$$\begin{aligned} q_a = q_b = q_c = \underline{\quad} & \quad q_\alpha = q_\beta = q_\gamma = \underline{\quad} \\ p_a = p_b = p_c = \underline{\quad} & \quad p_\alpha = p_\beta = p_\gamma = \underline{\quad} \end{aligned} \quad (3)$$

## 3. Rešimo funkcionalni in stohastični model izravnave.

Ko imamo nastavljen funkcionalni model izravnave (matrika  $\mathbf{A}$  in vektor  $\mathbf{f}$ ) in ko imamo nastavljen stohastični model izravnave (varianca  $\sigma_0^2$  in matrika  $\mathbf{Q}$ ), lahko rešimo pogojno izravnavo. Rešitev funkcionalnega modela predstavljata vektorja  $\mathbf{v}$  in  $\hat{\mathbf{l}}$ , medtem ko rešitev stohastičnega modela izravnave predstavljajo matriki  $\mathbf{Q}_{vv}$  in  $\mathbf{Q}_{\hat{l}\hat{l}}$  ter referenčna varianca a-posteriori  $\hat{\sigma}_0^2$ . Zapišimo prvo izračunano referenčno varianco  $\hat{\sigma}_0^2$  in referenčni standardni odklon a-posteriori  $\hat{\sigma}_0$ :

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_0^2 &= \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{n - n_0} = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{r} = \underline{\quad} \\ \hat{\sigma}_0 &= \sqrt{\hat{\sigma}_0^2} = \underline{\quad} \end{aligned} \quad (4)$$

Popravke opazovanj in njihove natančnosti, če uporabimo referenčno varianco a-priori, pa prikažimo v pregledni obliki:

Prikažimo še popravke opazovanj in izravnana opazovanja s pripadajočimi natančnostmi v pregledni obliki:

Opaz.	$v$	$\sigma_v$	$\hat{l}$	$\sigma_{\hat{l}}$
$a$	___ cm	___ cm	___ m	___ cm
$b$	___ cm	___ cm	___ m	___ cm
$c$	___ cm	___ cm	___ m	___ cm
$\alpha$	___ "	___ "	___ ' "	___ "
$\beta$	___ "	___ "	___ ' "	___ "
$\gamma$	___ "	___ "	___ ' "	___ "

## 4. Globalni test modela.

Pri globalnem testu modela moramo prvo nastaviti obe meji iz  $\chi^2$ -porazdelitve. Ker imamo stopnjo značilnosti testa  $\alpha = 0.05$ , število prostostnih stopenj  $r = \underline{\quad}$  in ker imamo dvostranski test, moramo dobiti:

- spodnja meja:  $\chi_{\alpha/2, r}^2 = \chi_{\underline{\quad}, \underline{\quad}}^2 = \underline{\quad}$  in
- zgornja meja:  $\chi_{1-\alpha/2, r}^2 = \chi_{\underline{\quad}, \underline{\quad}}^2 = \underline{\quad}$ .

Na osnovi zgornje in spodnje meje iz  $\chi^2$ -porazdelitve porazdelitve izračunamo še zgornjo in spodnjo mejo globalnega testa. Dobimo

- spodnja meja:  $\frac{\chi_{\alpha/2,r}^2}{3} = \chi_{-, -}^2 = \underline{\quad}$  in
- zgornja meja:  $\frac{\chi_{1-\alpha/2,r}^2}{3} = \chi_{-, -}^2 = \underline{\quad}$ .

Izračunajmo še razmerje med referenčnima variancama:

$$\frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} = \underline{\quad} \quad (5)$$

Glede na rešitev iz enačbe 5 in na obe meji, ki sta postavljeni v zgornjih alinejah, lahko zaključimo, da referenčni varianci nista skladni, globalni test pade.

#### 5. Iskanje grobih pogreškov s pregledom opazovanj.

Pri iskanju grobih pogreškov na osnovi pregleda opazovanj bomo primerjali vrednost popravka vsakega opazovanja s pripadajočo natančnostjo, ki jo izračunamo na osnovi referenčne variance a-priori  $\sigma_0^2$ . Stopnjo značilnosti testa nastavimo na  $\alpha = 0.01$  in iz preglednice normalne porazdelitve izpišemo kritično vrednost  $N_{\alpha/2}$ , s katero bomo testirali izračunane statistike  $\omega$ . Za kritično vrednost dobimo  $N_{\alpha/2} = N_{-} = \underline{\quad}$ . Rezultati iskanja grobih pogreškov na osnovi pregleda opazovanj so podani v spodnji pregledni obliki:

	$\omega$	$ \omega $	$ \omega  > N_{\alpha/2}$
$v_a$	$\underline{\quad}$	$\underline{\quad}$	$\underline{\quad}$
$v_b$	$\underline{\quad}$	$\underline{\quad}$	$\underline{\quad}$
$v_c$	$\underline{\quad}$	$\underline{\quad}$	$\underline{\quad}$
$v_\alpha$	$\underline{\quad}$	$\underline{\quad}$	$\underline{\quad}$
$v_\beta$	$\underline{\quad}$	$\underline{\quad}$	$\underline{\quad}$
$v_\gamma$	$\underline{\quad}$	$\underline{\quad}$	$\underline{\quad}$

#### 6. Iskanje grobih pogreškov s $\tau$ -testom.

Podobno kot pri pregledu opazovanj, bomo tudi pri  $\tau$ -testu primerjali vsak popravek s pripadajočo natančnostjo, le da bomo tu natančnost popravka izračunali na osnovi referenčne variance a-posteriori  $\hat{\sigma}_0^2$ . Tudi tu je stopnja značilnosti testa  $\alpha = 0.01$ , testna statistika  $T$  pa se porazdeljuje po  $\tau$ -porazdelitvi, zato kritično mejo preberemo iz te porazdelitve. Za kritično vrednost dobimo  $\tau_{r,\alpha/2} = \tau_{-, -} = \underline{\quad}$ . Rezultati iskanja grobih pogreškov na osnovi  $\tau$ -testa so podani v spodnji pregledni obliki:

	$T$	$ T $	$ T  > \tau_{r,\alpha/2}$
$v_a$	_____	_____	_____
$v_b$	_____	_____	_____
$v_c$	_____	_____	_____
$v_\alpha$	_____	_____	_____
$v_\beta$	_____	_____	_____
$v_\gamma$	_____	_____	_____