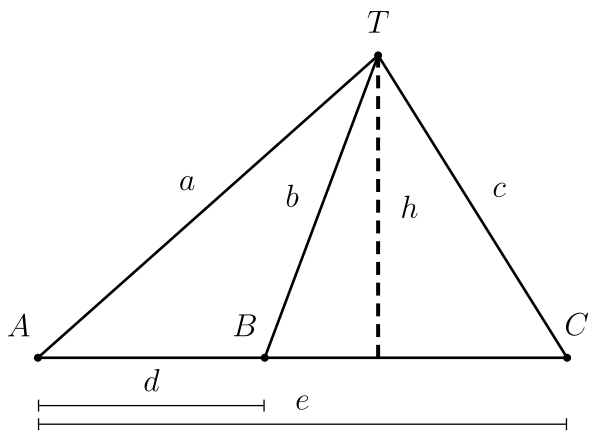
# Splošni model izravnave – Višina točke $T$ (merjene dolžine):

V ravnini imamo tri točke, ki ležijo na premici, in sicer $A$, $B$ in $C$. Točka $B$ je od točke $A$ oddaljena za $d = 40.00\,\mathrm{m}$, točka $C$ pa za $e = 110.00\,\mathrm{m}$. Določiti želimo višino točke $T$ (oddaljenost od premice), zato smo izmerili tri dolžine, na točki $A$ dolžino $a = 79.00\,\mathrm{m}$, na točki $B$ dolžino $b = 53.24\,\mathrm{m}$ in na točki $C$ dolžino $c = 67.67\,\mathrm{m}$, kot to prikazuje slika 1. Če so opazovanja enake natančnosti in medseboj nekorelirana, s splošnim modelom izravnave po MNK izravnajte opazovanja, izračunajte višino $h$ točke $T$ in njeno natančnost $\sigma_h$.




Slika 1: Opazovane dolžine za določitev višine točke $T$

Pri tej nalogi imamo enak problem kot pri nalogi iz datoteke *Naloga8_VisinaTockeK.pdf*, le da tu opazujemo dolžine. Če smo pri opazovanih kotih izhajali iz zunanjega ureza, bomo tu seveda izhajali iz ločnega preseka. Pri nalogi bomo podali samo nastavitev in končne rezultate, vse vmesne rezultate si izračunajte sami.
Iz naloge je razvidno, da imamo $n = 3$ opazovanj, pri tem, da bi jih nujno potrebovali $n_0 = 2$. Sestavimo vektor opazovanj $\mathbf{l}$ in matriki $\mathbf{Q}$ ter $\mathbf{P}$, pri tem, da so opazovanja enake natančnosti in medseboj nekorelirana:

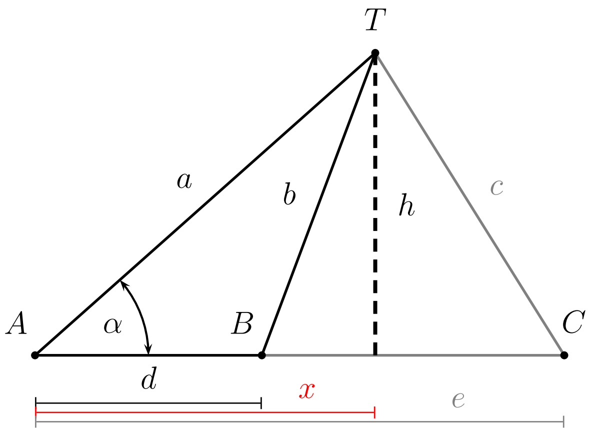
$$\mathbf{l} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \qquad \mathbf{Q} = \mathbf{P} = \mathbf{I} \tag{1}$$

Tudi tu si izberemo eno neznanko, višino $h$, torej $u = 1$ in vektor $\mathbf{x}$ je enak:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} h \end{bmatrix} \tag{2}$$

Kako izračunati približno vrednost $h_0$? Uporabimo ločni presek iz količin na sliki 2.
V trikotniku $\Delta ABT$, kjer imamo dve merjeni ($a$ in $b$) in eno dano ($d$) stranico, na osnovi kosinusnega izreka izračunamo kot $\alpha$. Dobimo:

$$\alpha = \arccos\left(\frac{a^2 + d^2 - b^2}{2ad}\right) \tag{3}$$




Slika 2: Določitev približne višine $h$ na osnovi enačb ločnega preseka

Za izračun približne višine $h_0$ uporabimo stranico $a$ in kot $\alpha$ in dobimo:

$$\mathbf{x}_0 = \left[ \begin{array}{c} h_0 \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} a\sin(\alpha) \end{array} \right] \tag{4}$$

Sestaviti moramo $c = r + u = 1 + 1 = 2$ enačb, kjer si spet pomagamo s stranico $x$ iz slike 2. Iz slike vidimo, da velja:

$$\begin{aligned} a^2 =& x^2 + h^2 \quad \rightarrow \quad x = \sqrt{a^2 - h^2} \\ b^2 =& (x - d)^2 + h^2 \\ c^2 =& (e - x)^2 + h^2 \end{aligned} \tag{5}$$

Tudi tu moramo iz treh enačb v 5 eliminirati stranico $x$, saj ni neznanka v modelu. Desno stran prve enačbe vstavimo v drugo in tretjo enačbo. Če ti dve enačbi preuredimo, dobimo:

$$\begin{aligned} F_1 &\equiv \hat{a}^2 + d^2 - \hat{b}^2 - 2d\sqrt{\hat{a}^2 - h^2} = 0 \\ F_2 &\equiv \hat{a}^2 + e^2 - \hat{c}^2 - 2e\sqrt{\hat{a}^2 - h^2} = 0 \end{aligned} \tag{6}$$

Enačbi 6 sta dve, kot je tudi število enačb, ki jih moramo sestaviti. Po drugi strani, v obeh enačbah nastopajo vsa tri opazovanja in neznanka. Enačbi sta torej pravilno sestavljeni in jih lahko uporabimo pri splošnem modelu izravnave.
Izvedemo celoten izračun s splošnim modelom izravnave in dobimo:

$$h = 48.2397\,\mathrm{m} \qquad \sigma_h = 11.4\,\mathrm{mm} \tag{7}$$

Natančnost $\sigma_h$ iz enačbe 7 je izračunana na osnovi referenčne variance a-posteriori $\hat{\sigma}_0^2$, ki je:

$$\hat{\sigma}_0^2 = 2.068 \times 10^{-4} \qquad \hat{\sigma}_0 = 14.4\,\mathrm{mm} \tag{8}$$

Popravki opazovanj, izravnana opazovanja in njihove natančnosti pa so prikazani spodaj.

| Opaz. | $v$ | $\sigma_v$ | $\hat{l}$ | $\sigma_{\hat{l}}$ |
|---|---|---|---|---|
| $a$ | $-9.4$ mm | 9.4 mm | 78.991 m | 10.9 mm |
| $b$ | 9.9 mm | 9.9 mm | 53.250 m | 10.4 mm |
| $c$ | $-4.6$ mm | 4.6 mm | 67.666 m | 13.4 mm |