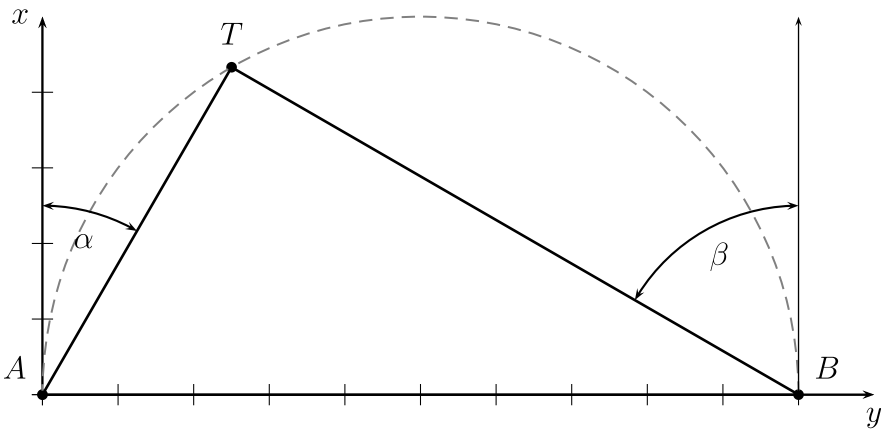
Elipse pogreškov – Položaj točke T na krožnici

Z danih točk $A(y_A, x_A)$=(0.0 m, 0.0 m) in $B(y_B, x_B)$=(100.0 m, 0.0 m) smo neodvisno in z različno natančnostjo opazovali kota $\alpha = 30°1'$ ($\sigma_\alpha = 15''$) in $\beta = 60°1'$ ($\sigma_\beta = 30''$) do točke T. Točka T leži na krožnici, katere diametralni točki sta točki A in B. S posredno in pogojno izravnavo po MNK izravnaj opazovanja in določi koordinate točke T. Določi kovariančno matriko $\mathbf{\Sigma}_T$, natančnosti koordinat σ_{y_T} in σ_{x_T} točke T ter korelacijo $\rho_{y_T x_T}$. Za izračun uporabi referenčno varianco a-priori σ_0^2. Izračunaj parametre absolutne elipse pogreškov a, b in θ na točki T in jo tudi izriši.



Slika 1: Opazovanja za določitev koordinat točke T na krožnici

Da pridemo do vseh rešitev naloge, moramo prvo izravnati opazovanja, nato izračunati neznanke, z zakonom o prenosu varianc in kovarianc izračunati statistične lastnosti neznank in v zadnjem koraku izračunati parametre elips pogreškov.

Izravnava opazovanj po MNK

V nalogi je navodilo, da je potrebno opazovanja izravnati z obema modeloma izravnave, to sta posredna in pogojna izravnava. Postopka ne bomo prikazali, le nastavek in končne rezultate. Ne glede na vrsto izravnave, imamo osnovni pogoj, ki mu morata obe izravnani opazovanji $\hat{\alpha}$ in $\hat{\beta}$ zadoščati:

$$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 90° \tag{1}$$

Do enačbe 1 pridemo, ko ugotovimo, da je trikotnik ΔABT pravokotni trikotnik. To izhaja iz osnovnih pravil pravokotnega trikotnika, saj središče očrtanega kroga pravokotnega trikotnika leži ravno na sredini hipotenuze (stranica AB). Enačbo 1 uporabimo za pogojno enačbo pogojne izravnave ali v enačbah popravkov pri posredni izravnavi. Tam moramo izbrati tudi neznanke. Imamo dve opazovanji (α in β), kjer bi nujno potrebovali le eno, zato imamo eno nadštevilno opazovanje. Rezultat izravnave sta izravnana kota z natačnostmi:

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} &= \_\_\_^\circ\_\_\_'\_\_\_'' & \sigma_{\hat{\alpha}} &= \_\_\_'' \\ \hat{\beta} &= \_\_\_^\circ\_\_\_'\_\_\_'' & \sigma_{\hat{\beta}} &= \_\_\_'' \end{aligned} \tag{2}$$

Iz oblike enačbe 1 lahko tudi sklepamo o korelaciji med obema izravnanima opazovanjema, velja $\rho_{\hat{\alpha}\hat{\beta}} = \_\_\_\_$.

Izračun koordinat točke T in pripadajoče kovariančne matrike s prenosom varianc in kovarianc

Koordinate y_T in x_T dobimo, če prvo izračunamo stranico a med točko A in točko T, na osnovi npr. izravnanega kota $\hat{\alpha}$ in hipotenuze trikotnika (razdalja $D = \overline{AB}$). Nato pa izračunamo:

$$\begin{aligned} y_T &= a \sin \hat{\alpha} = \_\_\_\_\mathrm{m} \\ x_T &= a \cos \hat{\alpha} = \_\_\_\_\mathrm{m} \end{aligned} \tag{3}$$

Natančnosti obeh koordinat in njuna korelacija pa so:

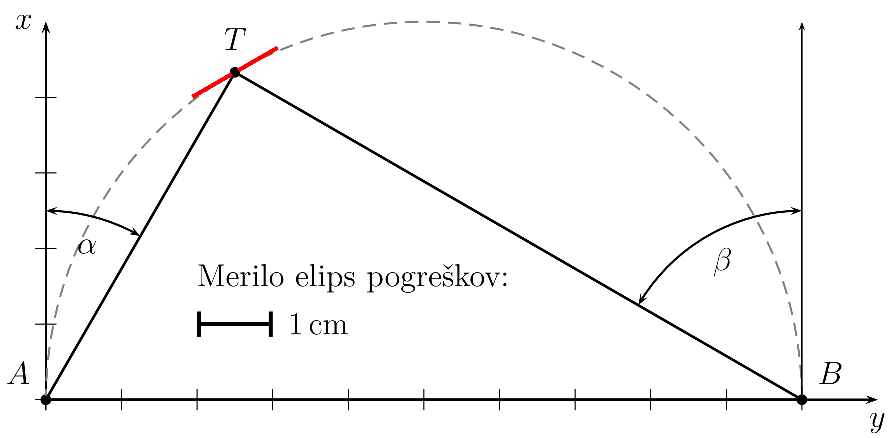
$$\sigma_{y_T} = \_\_\_\_\mathrm{mm} \qquad \sigma_{x_T} = \_\_\_\_\mathrm{mm} \qquad \rho_{y_T x_T} = \_\_\_\_ \tag{4}$$

Izračun parametrov elipse pogreškov in njen izris

Na osnovi izračunane kovariančne matrike $\mathbf{\Sigma}_T$ točke T iz prejšnjega podpoglavja, izračunamo vse tri parametre elipse pogreškov:

$$a = \_\_\_\_\mathrm{mm} \qquad b = \_\_\_\_\mathrm{mm} \qquad \theta = \_\_\_\_^\circ \tag{5}$$

Ali je oblika elipse pogreškov iz enačbe 5 presenečenje? Zakaj za polos b dobimo takšno vrednost? Odgovor je na sliki 2. Vidimo, da mora točka T ležati na krožnici, zato se lahko "premika" le po krožnici, torej na nekem majhnem delu krožnice le po premici, ki je ravno tangenta skozi točko. Zato je elipsa pogreškov sploščena do daljice.



Slika 2: Izris elipse pogreškov na točki T