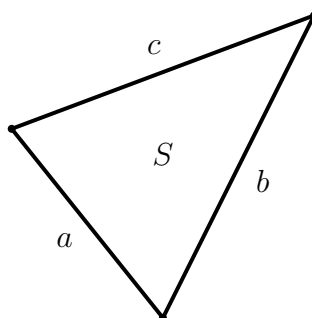


Potrebna natančnost geodetskih opazovanj – Površina parcele trikotne oblike (merjene stranice)

Površino S parcele trikotne oblike moramo določiti z natančnostjo $\sigma_S = 0.1 \text{ m}^2$, pri tem da bi opazovali vse tri stranice a , b in c , kot to prikazuje slika 1. S kakšno natančnostjo moramo izmeriti vse tri stranice σ_a , σ_b in σ_c , da bomo površino parcele dobili z zahtevano natančnostjo? Približne vrednosti stranic so $a = 40 \text{ m}$, $b = 60 \text{ m}$ in $c = 70 \text{ m}$.



Slika 1: Določitev površine iz merjenih stranic trikotnika

S konceptualnega vidika naloga ni nič posebnega, pri samo eni stvari se bomo ustavili, in sicer pri parcialnih odvodih. Iz naloge pa vidimo, da moramo površino S izračunati iz stranic trikotnika, torej $n = \underline{\quad}$. Iz osnovne trigonometrije vemo, da velja:

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = \underline{\quad} \text{m}^2 \quad (1)$$

kjer količina s v enačbi 1 predstavlja $s = \frac{a+b+c}{2} = 85.00 \text{ m}$. Po zakonu o prenosu varianc in kovarianc velja:

$$\sigma_S^2 = \left(\frac{\partial S}{\partial a}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial b}\right)^2 \sigma_b^2 + \left(\frac{\partial S}{\partial c}\right)^2 \sigma_c^2 \quad (2)$$

Parcialni odvodi iz enačbe 2 imajo vrednosti:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = \underline{\quad} \text{m} \quad \frac{\partial S}{\partial b} = \underline{\quad} \text{m} \quad \frac{\partial S}{\partial c} = \underline{\quad} \text{m} \quad (3)$$

A ključno vprašanje tu je, kako parcialne odvode izračunati. Se vam zdijo težki? Ali obstaja obvod? Pa pogledjmo, ali obstaja numerični način za izračun odvodov funkcije. Izkaže se, da seveda obstaja¹. Primer, prvi parcialni odvod iz enačbe 3 lahko izračunamo tudi takole:

$$\frac{\partial S}{\partial a} \approx \frac{S(a+h, b, c) - S(a-h, b, c)}{2h} \quad (4)$$

V enačbi 4 količina h predstavlja prirastek spremenljivke, in če si izberete $h = 0.1 \text{ m}$, potem bo razlika v izračunanem odvodu iz enačbe 3 (pravilen izračun) in drugemu, iz

¹poglejte recimo tole: https://en.wikipedia.org/wiki/Numerical_differentiation

enačbe 4, enaka -4.9×10^{-6} m. Razlika je zanemarljiva in ne vpliva na rezultate. Seveda, ker pa je funkcija izračuna površine S iz enačbe 1 zvezna in gladka, to pomeni, da parcialni odvodi funkcije obstajajo. Lahko se pokaže, npr. da je:

$$\frac{\partial S}{\partial a} = \frac{S}{4} \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s-a} + \frac{1}{s-b} + \frac{1}{s-c} \right) \quad (5)$$

Parcialna odvoda po stranicah b in c bosta zelo podobna kot parcialni odvod po a iz enačbe 5 (kaj mislite, da se spremeni, če odvajamo po npr. b ?).

Ko imamo parcialne odvode izračunane, moramo izračunati le še potrebne natančnosti vseh treh opazovanj σ_a , σ_b in σ_c , kar dobimo kot:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_S}{\left| \frac{\partial S}{\partial a} \right| \sqrt{n}} = \text{_____ mm} \quad \sigma_b = \frac{\sigma_S}{\left| \frac{\partial S}{\partial b} \right| \sqrt{n}} = \text{_____ mm} \quad \sigma_c = \frac{\sigma_S}{\left| \frac{\partial S}{\partial c} \right| \sqrt{n}} = \text{_____ mm} \quad (6)$$