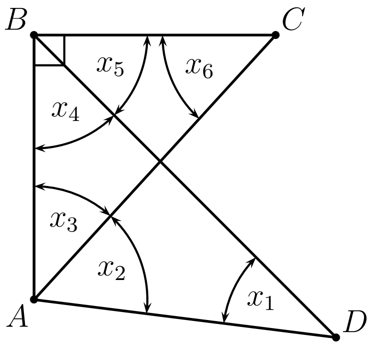
Pogojna izravnava po MNK – Sistem kotov v triangulacijski shemi:

V triangulacijski shemi smo izmerili kote, kot to prikazuje slika 1, in dobili: $x_1 = 48.88°$, $x_2 = 42.10°$, $x_3 = 44.52°$, $x_4 = 43.80°$, $x_5 = 46.00°$ in $x_6 = 44.70°$. Če so opazovanja enake natančnosti in medseboj nekorelirana, s pogojno izravnavo po MNK izravnaj opazovanja in upoštevaj, da je na točki B pravi kot.



Slika 1: Koti v triangulacijski shemi med točkami A, B, C in D

Rešitev s postopkom pogojne izravnave po MNK

Postopek pogojne izravnave sledi korakom iz datoteke *PogojnaIzravnavaMNK.pdf*.

1. Iz podatkov naloge sestavimo vektor opazovanj $\mathbf{l}$ in matriko kofaktorjev opazovanj $\mathbf{Q}$. Nastavimo n, n_0 in r.
   Iz podatkov naloge je razvidno, da imamo $n =$ ___ opazovanj, to so koti v triangulacijski shemi med štirimi točkami A, B, C in D, kot to prikazuje slika 1. Vektor opazovanj zato sestavimo kot:

$$\mathbf{l} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \_\_\_^\circ \\ \_\_\_^\circ \\ \_\_\_^\circ \\ \_\_\_^\circ \\ \_\_\_^\circ \\ \_\_\_^\circ \end{bmatrix} \tag{1}$$

   Ker so opazovanja enake natančnosti in medseboj nekorelirana, so vsi kofaktorji opazovanj enake in so:

$$q_i = \_\_\_ \qquad i = \{1, \ldots, 6\} \tag{2}$$

   Zanima pa nas tu tudi, koliko ne n_0. Če pogledamo sliko 1, vidimo da imamo dva trikotnika, in sicer:

   - trikotnik ΔABC, ki je pravokotni trikotnik, zato v njem potrebujemo le en kot (x_3 ali x_6) in

- trikotnik ΔABD, ki je splošni trikotnik, zato v njem potrebujemo dva kota (dva izmed kotov x_1, $x_2 + x_3$ in x_4).

Skupno torej velja, da je $n_0 = \_\_$ in zato $r = \_\_$.

2. Sestavimo r pogojnih enačb - vsako nadštevilno opazovanje poda možnost sestave ene enačbe.
Število pogojnih enačb je torej $r = \_\_$, v katerih nastopajo le izravnana opazovanja. Pogoje, katerim morajo zadoščati opazovanja, določimo iz slike 1, dobimo pa jih tako, morajo biti koti v trikotniku enaki 180.00° in da je kot pri točki B enak 90.00°:
$$\begin{aligned} F_1 &\equiv \hat{x}_1 + \hat{x}_2 + \hat{x}_3 + \hat{x}_4 - 180.00^\circ = 0 \\ F_2 &\equiv \hat{x}_4 + \hat{x}_5 - 90.00^\circ = 0 \\ F_3 &\equiv \hat{x}_3 + \hat{x}_4 + \hat{x}_5 + \hat{x}_6 - 180.00^\circ = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

3. Lineariziramo pogojne enačbe in jih zapišemo v matrični obliki $\mathbf{Av} = \mathbf{f}$.
Matrika koeficientov / parcialnih odvodov pogojnih enačb po opazovanjih $\mathbf{A}$ je velikosti $\_ \times \_$. Število vrstic je enako številu enačb, medtem ko je število stolpcev enako številu opazovanj. Matrika $\mathbf{A}$ je enaka:
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \frac{\partial F_1}{\partial x_3} & \frac{\partial F_1}{\partial x_4} & \frac{\partial F_1}{\partial x_5} & \frac{\partial F_1}{\partial x_6} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \frac{\partial F_2}{\partial x_3} & \frac{\partial F_2}{\partial x_4} & \frac{\partial F_2}{\partial x_5} & \frac{\partial F_2}{\partial x_6} \\ \frac{\partial F_3}{\partial x_1} & \frac{\partial F_3}{\partial x_2} & \frac{\partial F_3}{\partial x_3} & \frac{\partial F_3}{\partial x_4} & \frac{\partial F_3}{\partial x_5} & \frac{\partial F_3}{\partial x_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \_\_ & \_\_ & \_\_ & \_\_ & \_\_ & \_\_ \\ \_\_ & \_\_ & \_\_ & \_\_ & \_\_ & \_\_ \\ \_\_ & \_\_ & \_\_ & \_\_ & \_\_ & \_\_ \end{bmatrix} \tag{4}$$
Vektor odstopanj pogojnih enačb $\mathbf{f}$ je velikosti $\_ \times \_$, za vsako pogojno enačbo dobimo eno odstopanje. Vektor dobimo tako, da vse kar se nahaja na levi strani enačaja v pogojnih enačbah iz 3 prenesemo na desno stran. Pri tem se spremeni predznak, namesto izravnanih opazovanj pa uporabimo merjene vrednosti. Dobimo:
$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} 180.00^\circ - x_1 - x_2 - x_3 - x_4 \\ 90.00^\circ - x_4 - x_5 \\ 180.00^\circ - x_3 - x_4 - x_5 - x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \_\_^\circ \\ \_\_^\circ \\ \_\_^\circ \end{bmatrix} \tag{5}$$

4. Izračunamo matriko kofaktorjev $\mathbf{Q}_e$ in matriko uteži $\mathbf{P}_e$ ekvivalentnih enačb/opazovanj.
Ko smo nastavili osnovni matrični model (matriko $\mathbf{A}$ in vektor $\mathbf{f}$) in stohastični model pogojne izravnave (matriko $\mathbf{Q}$), nas čaka samo še niz matričnih računov do rezultatov izravnave. Prvo izračunamo matriko kofaktorjev ekvivalentnih enačb/opazovanj $\mathbf{Q}_e$, ki je velikosti $\_ \times \_$. Dobimo:
$$\mathbf{Q}_e = \mathbf{AQA}^\mathrm{T} = \begin{bmatrix} \_ & \_ & \_ \\ \_ & \_ & \_ \\ \_ & \_ & \_ \end{bmatrix} \tag{6}$$
Matriko uteži $\mathbf{P}_e$ ekvivalentnih enačb/opazovanj dobimo z inverzom matrike $\mathbf{Q}_e$ in dobimo:
$$\mathbf{P}_e = \mathbf{Q}_e^{-1} = \begin{bmatrix} \_ & \_ & \_ \\ \_ & \_ & \_ \\ \_ & \_ & \_ \end{bmatrix} \tag{7}$$

5. Izračunamo Lagrangejeve multiplikatorje, vektor korelat $\mathbf{k}$.
   Sledi izračun vektorja korelat $\mathbf{k}$, velikosti _ × _, ki ima obliko:

$$\mathbf{k} = \mathbf{P}_e \mathbf{f} = \begin{bmatrix} \_ \\ \_ \\ \_ \end{bmatrix} \tag{8}$$

6. Izračunamo vektor popravkov opazovanj $\mathbf{v}$.
   Na osnovi vektorja $\mathbf{k}$ izračunamo popravke opazovanj, vektor $\mathbf{v}$, ki je:

$$\mathbf{v} = \mathbf{f} - \mathbf{B}\boldsymbol{\Delta} = \begin{bmatrix} v_{x_1} \\ v_{x_2} \\ v_{x_3} \\ v_{x_4} \\ v_{x_5} \\ v_{x_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \_\_^\circ \\ \_\_^\circ \\ \_\_^\circ \\ \_\_^\circ \\ \_\_^\circ \\ \_\_^\circ \end{bmatrix} \tag{9}$$

7. Izračunamo vektor izravnanih opazovanj $\hat{\mathbf{l}}$.
   Vektor izravnanih opazovanj dobimo iz vektorja merjenih opazovanj $\mathbf{l}$ iz enačbe 1 in vektorja popravkov opazovanj $\mathbf{v}$ iz enačbe 9:

$$\hat{\mathbf{l}} = \mathbf{l} + \mathbf{v} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \\ \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \\ \hat{x}_5 \\ \hat{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \_\_^\circ \\ \_\_^\circ \\ \_\_^\circ \\ \_\_^\circ \\ \_\_^\circ \\ \_\_^\circ \end{bmatrix} \tag{10}$$

8. Preverimo, ali je potrebno narediti dodatno iteracijo pogojne izravnave.
   V triangulacijski shemi so pogojne enačbe linearne, zato dodatne iteracije ni potrebno izvesti.

9. Če naloga zahteva še kakšne dodatne izračune, uporabimo izravnana opazovanja in rešimo problem.
   Naloga ne zahteva nobenega dodatnega izračuna.