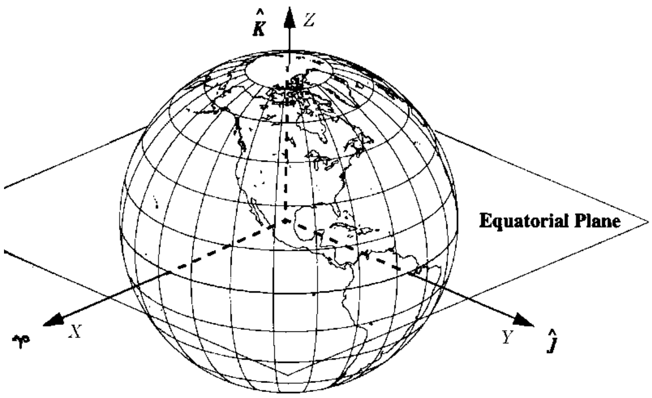
Tirnica v prostoru (1)

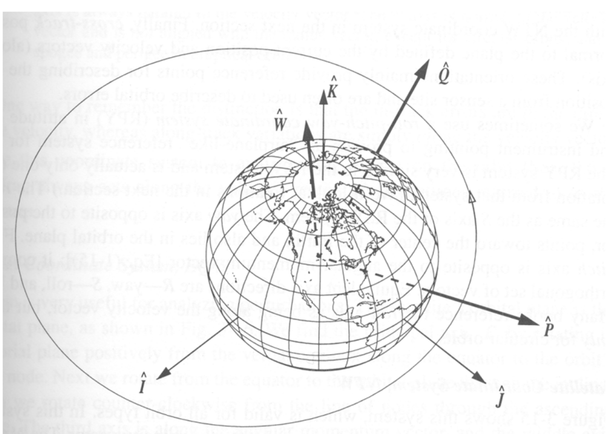
- Za upodobitev tirnic v prostoru potrebujemo inercialni referenčni sistem: → Geocentrični ekvatorski koord. sistem - ECI ("Earth Centered Inertial") koordinatni sistem, je upodobitev kvazi-inercialnega koordinatnega sistema.

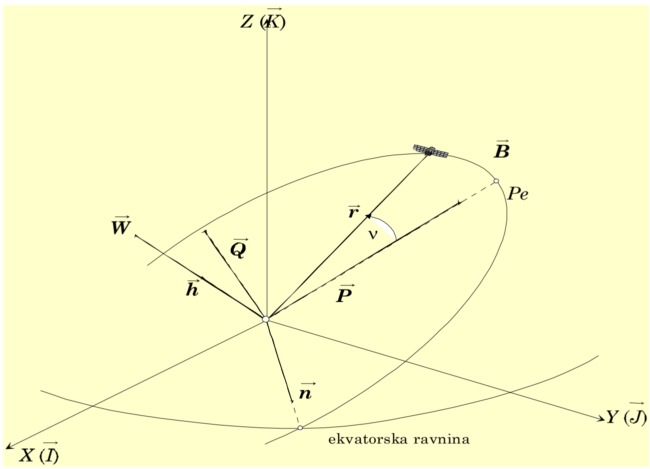


- Enotski vektorji $\boldsymbol{I}$, $\boldsymbol{J}$ in $\boldsymbol{K}$ so usmerjeni vzdolž koordinatnih osi X, Y, Z. K.s. ni trdno vezan na Zemljo, saj ne rotira skupaj z njo in je fiksen glede na zvezde (sem za dolgoročni vpliv precesije).

Tirnica v prostoru (2)

- Za določitev položaja satelita na tirnici se uporablja t.i. koordinatni sistem gorišča ali PQW koordinatni sistem ("perifocal coordinate system").

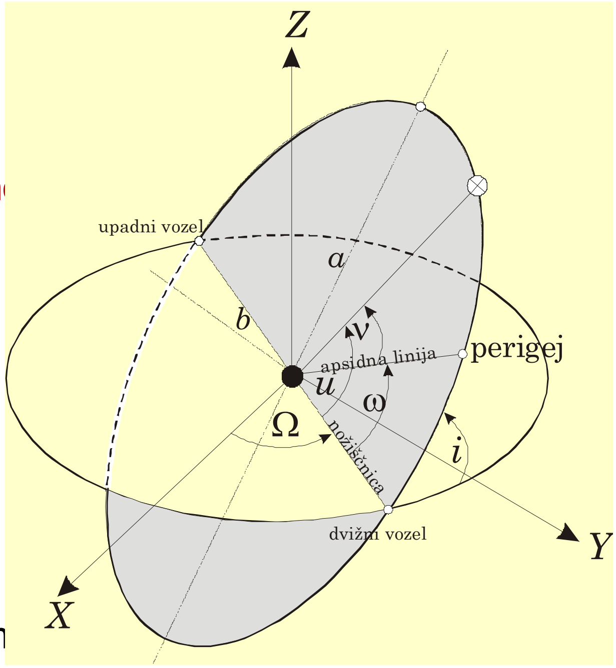




- Osnovna ravnina je ravnina tirnice, Z-os je pravokotna na njo in sovpada z vektorjem vrtilne količine (h). X-os je usmerjena proti perigeju, Y-os dopolnjuje sistem v desnega (tudi leži v ravnini tirnice). Enotski vektorji vzdolž koordinatnih osi so označeni s $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{Q}$ in $\boldsymbol{W}$.

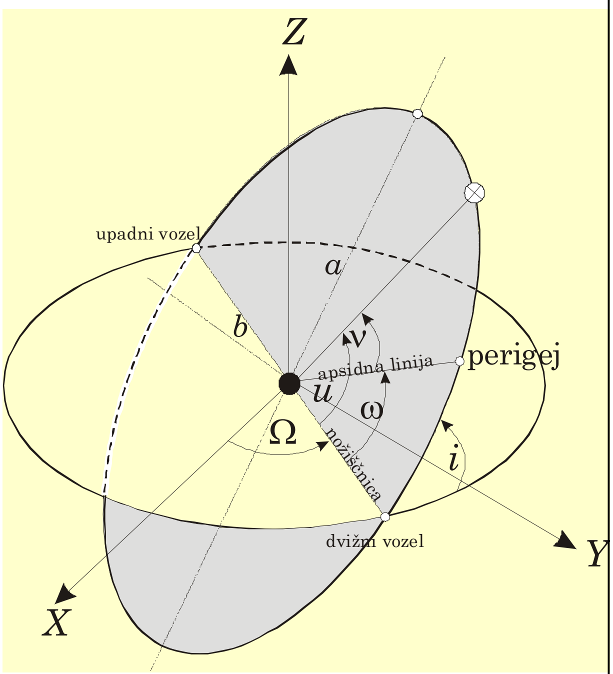
Tirnica v prostoru (3)

- Tirnica satelita navadno prebada ekvatorialno ravnino v dveh točkah. Točko, v kateri pride satelit iz južnega polprostora v severni polprostor, imenujemo dvižni vozel ("ascending node"). Na nasprotni strani tirnice je upadni vozel ("descending node"). Presečišče ekvatorialne ravnine in ravnine elipse imenujemo linija vozlov (nožiščnica, "lines of nodes". Vzdolž linije vozlov leži vektor $\boldsymbol{n}$ nožiščni vektor.
- Položaj dvižnega vozla v prostoru določa rektascenzija dvižnega vozla Ω ("right ascension of ascending node"), to je kot v ekvatorski ravnini med pomladiščem in dvižnim vozlem.



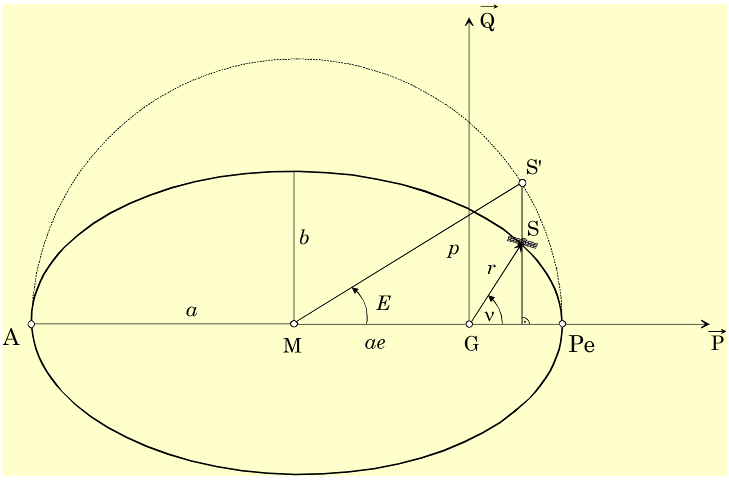
Tirnica v prostoru (4)

- Ravnina satelitove tirnice na splošno ne sovpada z ekvatorialno ravnino. Nagnjenost ravnine tirnice glede na ekvatorsko ravnino določa inklinacija i – naklon tirnice ("inclination").
- Lega velike polosi v ravnini tirnice je poljubna, zato potrebujemo še dodatno količino, ki bo določala lego velike polosi. To je argument perigeja ω ("argument of perigee"). Argument perigeja je kot, ki ga merimo od dvižnega vozla do perigeja v smeri satelitovega premikanja po tirnici.
- Gibanje satelita v funkciji časa je določeno s trenutkom prehoda satelita skozi perigej (t_o). Ta trenutek je lahko podan z vrednostjo ene od anomalij: prava anomalija (ν), ekscentrična anomalija (E), srednja anomalija (M).



Anomalije

- Ponovimo: prava anomalija ν ("true anomaly") je kot med apsidno linijo in krajevnim vektorjem satelita. Računa se v nasprotni smeri urinega kazalca, gledano iz severnega nebesnega pola oz. pozitivne smeri Z–osi geocentričnega ekvatorskega k. s. Ekscentrična anomalija E ("eccentric anomaly") je kot med apsidno linijo in zveznico središče elipse – projekcija satelita S'. Niti prava niti ekscentrična anomalija ne naraščata enakomerno s časom. Zato so uvedli t.i. srednjo anomalijo M ("mean anomaly"):
- $M = n\,(t - t_o)$

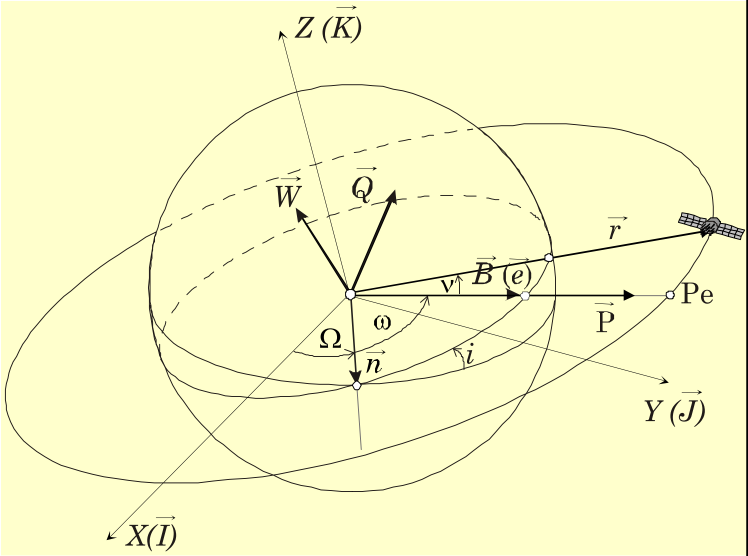


- Srednja anomalija M narašča premosorazmerno s časom in se izraža v kotnih enotah, vendar pa geometrijsko ne predstavlja ničesar. Srednja anomalija ni nič drugega kot merilo za čas, normiran v kotnih enotah.

Klasični Keplerjevi elementi

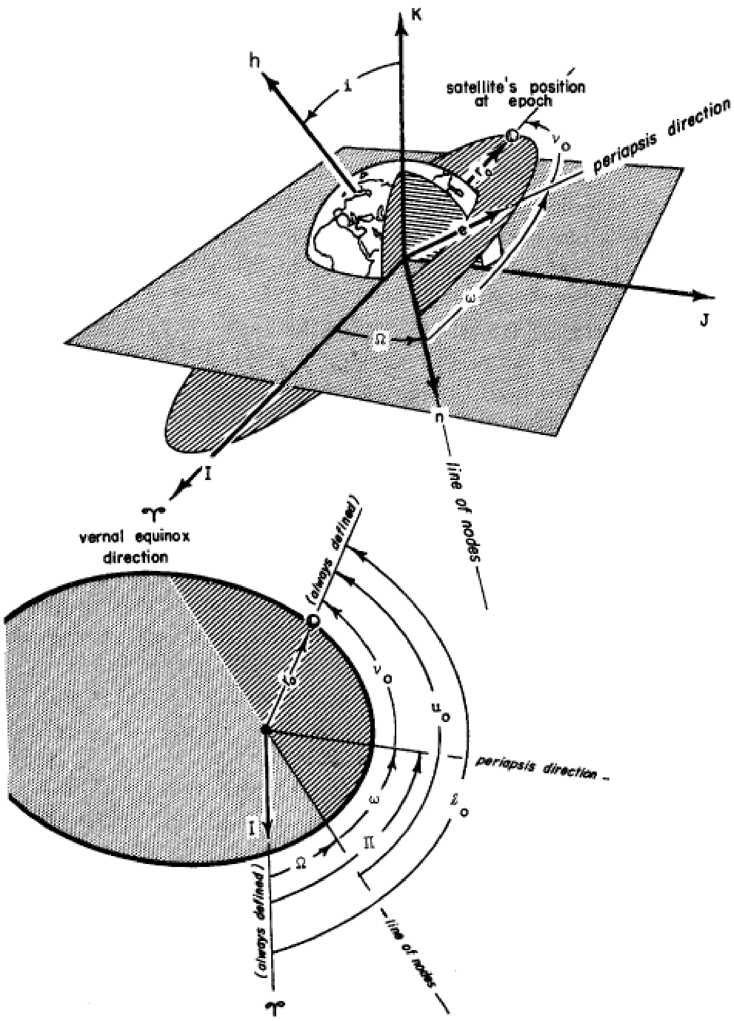
- Rešitev dif. enačbe gibanja satelita glede na Zemljo bi nam točno podala položaj tega v izbranem koordinatnem sistemu. To je vektorska d.e. drugega reda. Za rešitev sistema šestih enačb je potrebno poznati 6 integracijskih konstant, ki določajo gibanje satelita okoli Zemlje.
- Potrebno je poznati položaj in hitrost satelita v nekem poljubnem (začetnem) časovnem trenutku. Teh 6 količin se lahko poda v obliki vektorjev položaja in hitrosti t.i. "state vector", ali v obliki skalarnih količin znanih kod Keplerjevi elementi.
- Satelit je na tirnici določen z 6 Keplerjevimi elementi:

$\{\ i, \Omega, \omega, a, e, M\ \}$



Keplerjevi elementi

- Keplerjevi elementi predstavljajo popolnoma naraven opis periodič eliptične tirnice satelita. Vsi razen anomalije so neodvisni od časa.
- Geometrija elipse:
  - a, e,(h, p);
- Položaj v prostoru:
  - i, Ω, ω ;
- Položaj na tirnici:
  - ν, E, M, (n).



Keplerjeva enačba

- Vse tri anomalije – prava (ν), ekscentrična (E) in srednja (M) sovpadajo le v dveh točkah tirnice - perigeju in apogeju, sicer pa se te količine med seboj razlikujejo. Srednja in ekscentrična anomalija sta povezani prek t.i. Keplerjeve enačbe:
- $M = E - e\sin E$ oz. $n\,(t - t_0) = E - e\sin E$
- Keplerjeva enačba je transcedentna enačba: čas sicer lahko neposredno izračunamo iz ekscentrične anomalije, v nasprotni smeri pa moramo enačbo rešiti numerično.

$$\cos E = \frac{ae + r\cos\nu}{a}$$

- ker je $r = \dfrac{a(1-e^2)}{1+e\cos\nu}$, se zgornja enačba poenostavi v obliko:

$$\cos E = \frac{e + \cos\nu}{1 + e\cos\nu}$$

- Ker funkcija cosinus ne daje enolične rešitve, uporabimo raje funkcijo tangens:

$$\tan\frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}\tan\frac{\nu}{2}$$

Primeri tirnic – misije (1)

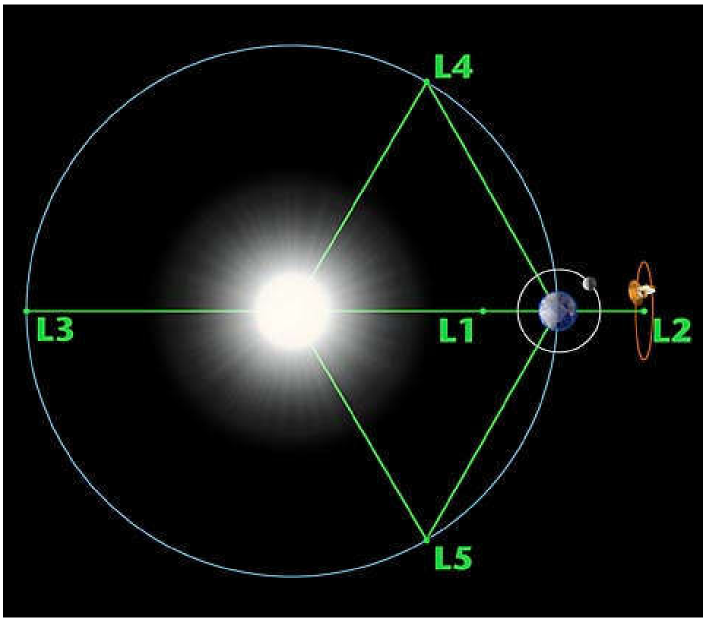
- GOCE (ESA)
  - cilj: raziskave težnostnega polja Zemlje. "Gravitacijski signal" je močnejši čim nižje letimo; h = 250 km (negravitacijski moteči pospeški na minimumu), sončnosinhrona tirnica , i = 96,5°. Zelo zahtevno okolje za let (atmosfera).
- GOESS ("Geostationary Operational Environmental Satellites" - ZDA
  - cilj: monitoring Zemlje, geosinhrona tirnica, h = 35 800 km; zahtevna tirnica (ohranjanje lege, količina informacij, ke se pretaka do sprejema – "link budget").
- GPS-sateliti
  - cilj: sat. navigacija; MEO tirnica; zahtevno okolje (sevanje iz Vesolja).
- ISS (Mednarodna vesoljska postaja)
  - cilj: znanstvene raziskave; LEO tirnica h = 350 km, i = 51°; zahtevno okolje (atmosfera).
- SPOT-5 (Francija)
  - cilj: daljinsko zaznavanje (spremljanje vegetacije); sončnosinhrona tirnica, h = 850 km, i = 98,°7°.

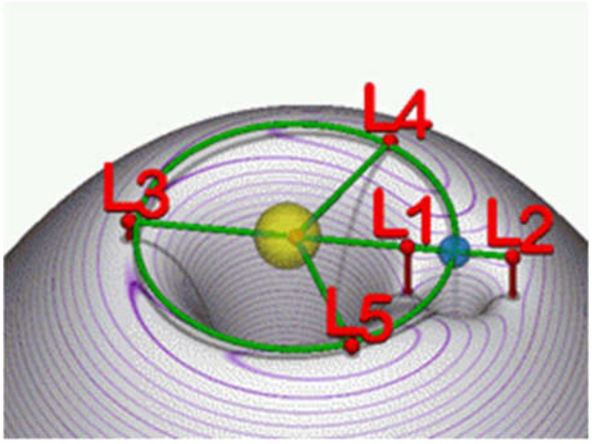
Primeri tirnic – misije (2)

- James Webb Space Telescope (ESA-NASA)
  - cilj: infrardeči teleskop, iskanje najstarejših galaksij v Vesolju; pomebna je toplotna stabilnost; "halo" tirnica v točki L2 v sistemu Sonce-Zemlja (1,5 mio. km od Zemlje); okolje nezahtevno. Tirnica James Webb teleskopa .
- XMM Newton (ESA)
  - Rentgenski satelitski observatorij; cilj: zaznavanje rentgenskega sevanja teles Osončja, opazovanje vesolja v prostu nastanka zvezd...; zelo ekscentrična tirnica: T=48h, i=40°, Pe=7000 km Apo=114 000 km.

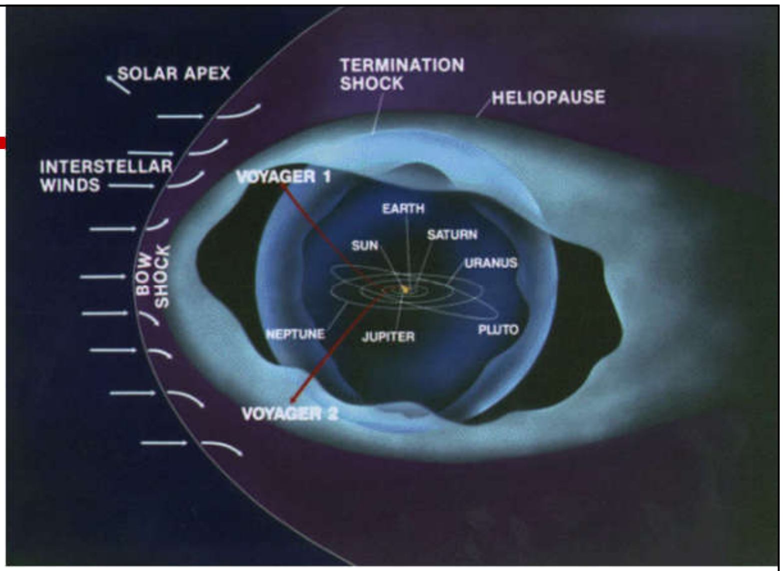
Lagrangeove točke

- Lagrangeove točke je pet točk v Vesolju kjer se objekt (z malo maso) lahko nahaja v tirnici skupaj z dvema večjima telesoma. Privlačni učinek teh dveh teles (mas) je enak centripetalni sili, ki jo naš objekt potrebuje, da se giblje skupaj z njimi.

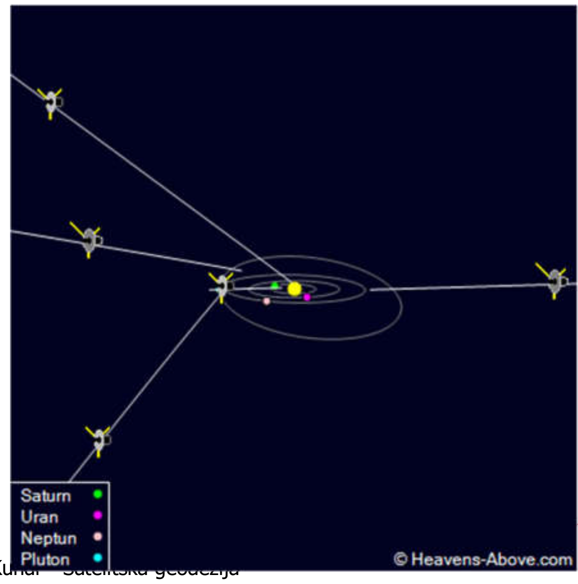




Voyager 1 in 2



- Voyager 1 in 2 (NASA)
  - cilj: "veliko potovanje – Grand Tour" raziskave zunanjega dela Osončja; ubežna tirnica ("escape trajectory"); zahtevno okolje.
  - Voyager 2: 20.08.1977
  - Voyager 1: 05.09.1977



Določitev tirnice (1)

- Tirnice satelitov, ki krožijo okoli Zemlje, določamo s pomočjo senzorjev nameščenih na Zemlji ali celo na satelitih. Senzorji sprejemajo podatke v načinu "one-way" oz. "two-way".
- One-way način je sprejem signala s satelita na lokaciji senzorja. Two-way način opazovanja je sprejem signala s satelita, potem ko je bil ta odbit ("reflected") oz. ponovno oddan ("retransmitted signal"). Ponovno oddane signale oddajajo sateliti potem, ko so te prvotno sprejeli s sledilne postaje (senzorja).
- Sami senzorji izmerijo lahko čas potovanja signala, smer iz katere prihaja signal, ter spremembo frekvence sprejetega signala t.i. Dopplerjevo frekvenco.

Določitev tirnice (2)

- Senzorji pretvorijo opazovanja v obliko (količine), iz katere je možno določiti položaj in hitrost satelita na tirnici: razdalja (satelit-senzor), sprememba razdalje ("range rate"), azimut in višina satelita (kotne količine se vedno nanašajo na senzorje na Zemlji).
- Določitev tirnice vsebuje dve vrsti nalog:
  - določitev Keplerjevih elementov tirnice iz znanih krajevnega vektorja $\boldsymbol{r}$ in vektorja hitrosti $\boldsymbol{v}$;
  - določitev vektorjev položaja in hitrosti iz znanih elementov tirnice – izračun efemerid.

Keplerjevi elementi tirnice iz r in v (1)

- Za izračun Keplerjevih elementov moramo prvo izračunati vrednosti treh osnovnih vektorjev gibanja satelita: $\boldsymbol{h}$, $\boldsymbol{n}$, in $\boldsymbol{e}$. Vektor vrtilne količine je že znan: $\boldsymbol{h} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{v}$.

$$\boldsymbol{h} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I} & \boldsymbol{J} & \boldsymbol{K} \\ r_I & r_J & r_K \\ v_I & v_J & v_K \end{bmatrix} = h_I \boldsymbol{I} + h_J \boldsymbol{J} + h_K \boldsymbol{K}$$

- Nožiščni vektor $\boldsymbol{n}$ je definiran kot:

$$\boldsymbol{n} = \boldsymbol{K} \times \boldsymbol{h} \qquad \boldsymbol{n} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I} & \boldsymbol{J} & \boldsymbol{K} \\ 0 & 0 & 1 \\ h_I & h_J & h_K \end{bmatrix} = n_I \boldsymbol{I} + n_J \boldsymbol{J} + n_K \boldsymbol{K} = -h_J \boldsymbol{I} + h_I \boldsymbol{J}$$

- Vektor $\boldsymbol{n}$ kaže v smeri dvižnega vozla; njegova velikost nima pomena za gibanje satelita, pomembna je samo njegova smer.
- Vektor ekscentricitete $\boldsymbol{e}$ dobimo s pomočjo Laplaceovega vektorja $\boldsymbol{B}$: $\boldsymbol{e} = \dfrac{\boldsymbol{B}}{\mu}$
vektor B je enak: $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{h} - \mu \dfrac{\boldsymbol{r}}{r}$
- Od tod je $\boldsymbol{e}$: $\boldsymbol{e} = \dfrac{1}{\mu}\left[\left(v^2 - \dfrac{\mu}{r}\right)\boldsymbol{r} - (\boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{v})\boldsymbol{v}\right]$

- Goriščni parameter p in ekscentriciteta e sledita neposredno iz vektorjev $\boldsymbol{h}$ in $\boldsymbol{e}$. Vsi ostali elementi so koti med znanimi vektorji.
- Iz vektorske analize je znano, da lahko kot med dvema vektorjema izračunamo s pomočjo njihovega skalarnega produkta.

- Vrstni red določitve Keplerjevih elementov je naslednji:

I. izračunamo p iz : $p = h^2 / \mu$.

II. ekscentriciteta eliptične tirnice je enaka: $e = |\boldsymbol{e}|$.

III. Naklon tirnice i je kot med vektorjema $\boldsymbol{K}$ in $\boldsymbol{h}$: $\cos i = \dfrac{h_K}{h}$
Inklinacija je vedno manjša od 180°.

IV. Rektascenzija dvižnega vozla je kot med vektorjema $\boldsymbol{I}$ in $\boldsymbol{n}$: $\cos \Omega = \dfrac{n_I}{n}$
Za določitev kvadranta si pomagamo s naslednjim: dvižni vozel leži na pozitivni strani ravnine XZ (IK) če je $n_J > 0$ (0° < Ω < 180°); v nasprotnem primeru se dvižni vozel nahaja na negativni strani ravnine XZ (IK), (180° < Ω < 360°).

V. Argument perigeja ω je kot med vektorjema $\boldsymbol{n}$ in $\boldsymbol{e}$: Če je $e_K > 0$, je potem ν manjši od 180°.

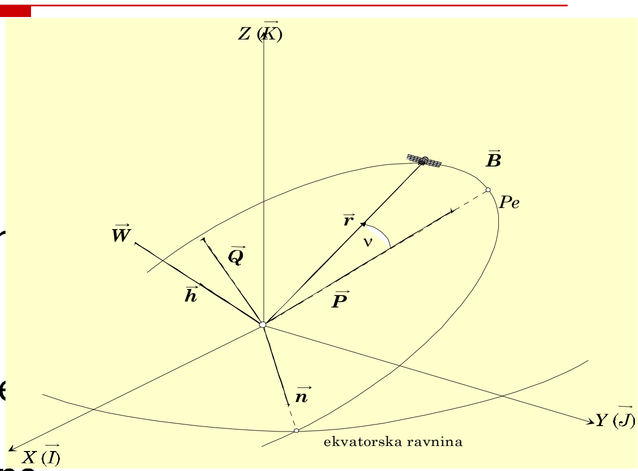
$$\cos\omega = \frac{\boldsymbol{n} \cdot \boldsymbol{e}}{ne}$$

VI. Prava anomalija ν je kot med vektorjema $\boldsymbol{e}$ in $\boldsymbol{r}$:

$$\cos\nu = \frac{\boldsymbol{e} \cdot \boldsymbol{r}}{er}$$

Če je skalarni produkt $\boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{v} > 0$, je potem anomalija ν manjša od 180°. Predznak skalarnega produkta $\boldsymbol{r} \cdot \boldsymbol{v}$ je skladen s predznakom naklonskega kota na tirnici ϕ_{FPA}: ta je pozitiven, če se satelit nahaja med perigejem in apogejem, $0° < \nu < 180°$; v nasprotnem primeru je negativen, $180° < \nu < 360°$ (slika 4.5). Kontrola kvadranta pri izračunu prave anomalije ν_0 pomeni določitev dela tirnice, na katerem se nahaja satelit. Če se ta nahaja med perigejem in apogejem je kot na tirnici vedno pozitiven; če pa se satelit nahaja med apogejem in perigejem, je naklonski kot na tirnici vedno negativen.

Vektorja $\boldsymbol{r}$ in $\boldsymbol{v}$ iz Keplerjevih elementov tirnice



- Ta naloga je izračun efemerid satelita, saj moramo predvideti njegovo tirnico v bodočnosti. Prvo sledi določitev vektorjev v koordinatnem sistemu gorišča PQW, in poten rotacija teh v geocentrični, ekvatorski k. s.

- Krajevni vektor $\boldsymbol{r}$ v sistemu PQW sledi iz slike: $\boldsymbol{r} = r\cos\nu\boldsymbol{P} + r\sin\nu\boldsymbol{Q}$
Velikost vektorja $\boldsymbol{r}$ lahko izračunamo iz polarne enačbe stožnice:
$$r = \frac{p}{1 + e\cos\nu}$$

- Krajevni vektor lahko napišemo v nam bolj znani obliki:
$$\boldsymbol{r}_{PQW} = \begin{bmatrix} \dfrac{p\cos\nu}{1 + e\cos\nu} \\ \dfrac{p\sin\nu}{1 + e\cos\nu} \\ 0 \end{bmatrix}$$

- ali v obliki: $$\boldsymbol{r}_{PQW} = \frac{h^2}{\mu}\frac{1}{1+e\cos\nu}\begin{bmatrix}\cos\nu\\ \sin\nu\\ 0\end{bmatrix}$$
- Vektor hitrosti dobimo z odvajanjem enačbe za $\boldsymbol{r}$; ker je koordinatni sistem PQW inercialni velja t.j.: $\dot{\boldsymbol{P}} = \dot{\boldsymbol{Q}} = 0$
- Hitrost je: $\boldsymbol{v} = \dot{\boldsymbol{r}} = (\dot{r}\cos\nu - r\dot{\nu}\sin\nu)\boldsymbol{P} + (\dot{r}\sin\nu + r\dot{\nu}\cos\nu)\boldsymbol{Q}$ $\quad h = r^2\dot{\nu}$

  Če uporabimo zvezo med vrtilno količino in goriščnim parametrom: $\quad p = h^2/\mu$
- Z odvajanjem polarne enačbe elipse po času:

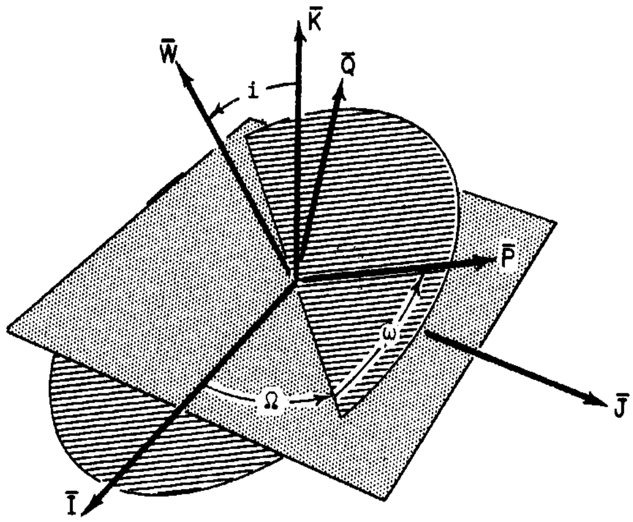
$$\dot{r} = \sqrt{\frac{\mu}{p}}\, e\sin\nu \qquad r\dot{\nu} = \sqrt{\frac{\mu}{p}}(1+e\cos\nu)$$

z zamenjavo v izraz za vektor hitrosti:

$$\boldsymbol{v}_{PQW} = \frac{\mu}{h}\begin{bmatrix}-\sin\nu\\ e+\cos\nu\\ 0\end{bmatrix} = \sqrt{\frac{\mu}{p}}\begin{bmatrix}-\sin\nu\\ e+\cos\nu\\ 0\end{bmatrix}$$

Transformacija iz koord. sistema gorišča v geocentrični ekvatorski koord. sistem

- Kordinatni sistem gorišča PQW in geocentrični ekvatorski koordinatni sistem I,J,K sta povezani prek Keplerjevih elementov Ω, i in ω.



- S tremi postopnimi rotacijami prevedemo koordinatni sistem gorišča v geocentrični ekvatorski k.s. Vrstni red rotacij je naslednji: prvo rotiramo okoli osi W za kot ω; zatem rotiramo okoli osi P za kot i in na koncu rotiramo okoli že rotirane osi W za kot Ω:

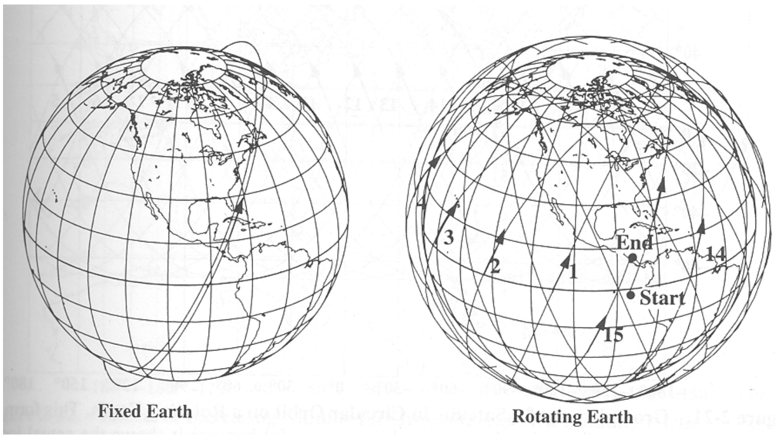
$$\boldsymbol{r}_{IJK} = R_3(-\Omega)R_1(-i)R_3(-\omega)\boldsymbol{r}_{PQW}$$

$$\boldsymbol{v}_{IJK} = R_3(-\Omega)R_1(-i)R_3(-\omega)\boldsymbol{v}_{PQW}$$

- Ker gre za desne koordinatne sisteme in je predznak vseh rotacij negativen, pomeni da so rotacije v smeri urinega kazalca.

Projekcija tirnice na Zemljinem površju

- Da bi satelit izpolnil predvidene naloge je potrebno poznati projekcijo tirnice na Zemljinem površju ("groundtrack of a sateliite orbit"). Iz te lahko lahko predvidimo koliki del površja "pokriva" satelitski signal (primer satelitov za daljinsko zaznavanje), oz. v kolikem času satelit preleti del površja, ali koliko časa je satelit nad obzorjem (primer satelitov GNSS) itd.
- Tirnica satelita vedno leži v ravnini, ki poteka skozi Zemljino središče. Projekcija tirnice na mirujoči Zemlji-krogli je veliki krog.

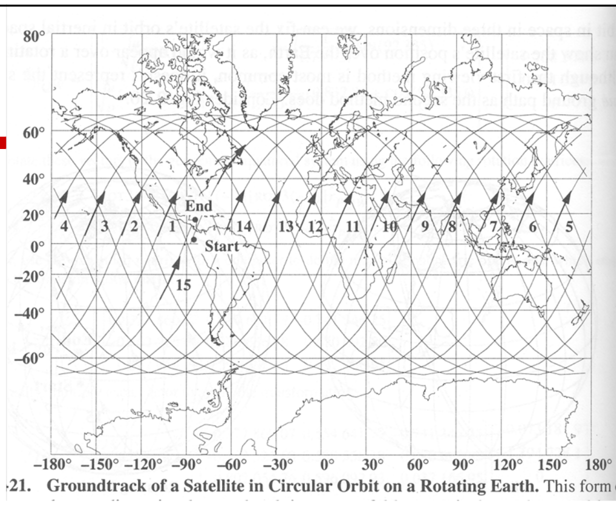


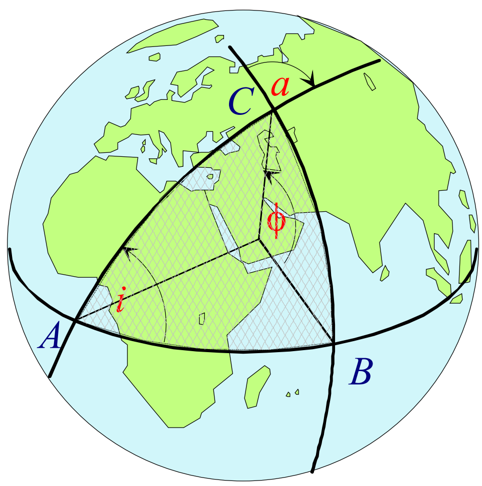
- Če bi Zemlja ne rotirala, bi projekcija satelitove tirnica bila vedno enaka.

- Projekcija tirnice v Mercatorjevi projekciji. Maksimalna severna in južna geografska širina, ki jih projekcija doseže sta enaki inklinaciji tirnice i. Pri retrogradni tirnici sta ekstremni geografski širini na projekciji $180° - i$.
- Vpliv geografske širine izstrelišča na inklinacijo tirnice (slika):
  - Satelit izstreljen iz kraja C z geografskimi koord. (ϕ, λ), azimut izstrelitve je a. Projekcija tirnice seka ekvator v točki A in to pod kotom enakim inklinaciji tirnice.
  - Lok CB, ki tvori tretjo stranico pravokotnega sfernega trikotnika ACB je meridianski krog izstrelišča. Ker poznamo dva elementa v trikotniku lahko rešimo neznani kot i.

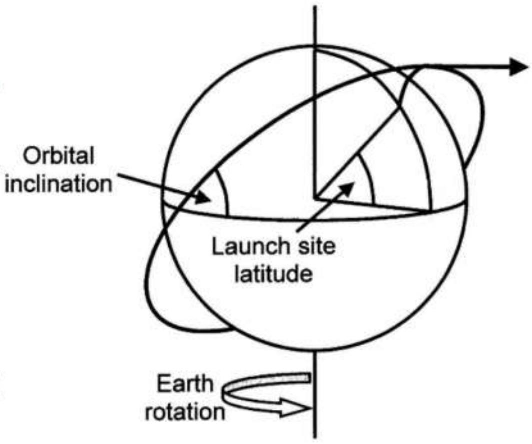
$$\cos i = \sin a \sin(90° - \phi) = \sin a \cos \phi$$

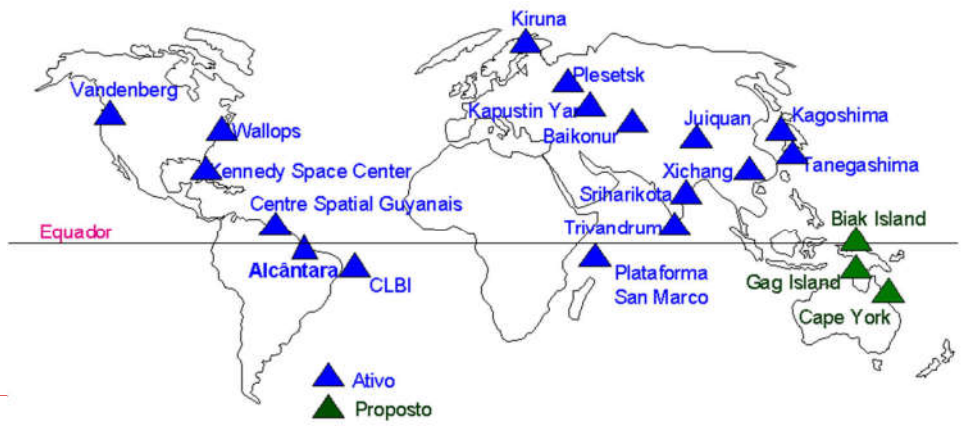
- Enačba nam da neverjetno veliko informacij!





- Direktna tirnica terja vzhodne azimute med 0° in 180°.
- Pri tem izkoristimo Zemljino rotacijo, da zmanjšamo maso nosilne rakete (in goriva).
- Kolika je minimalna inklinacija tirnice z izstrelitvijo satelita na geogr. širini ϕ?
- Če je i minimalno, mora biti $\cos i$ maksimaln iz česar sledi, da mora biti azimut izstrelitve enak 90°.
- Minimalni naklon tirnice je enak geografski širini izstrelišča.





Moteno gibanje satelita

- Tirnica je elipsa (ali krog). Nemoteno gibanje satelita imenujemo "Keplerjevo gibanje", tirnica $\rightarrow$ "Keplerjeva elipsa". V resnici, Keplerjevo idealno gibanje satelita ni enako pravem gibanju. Razloga sta predvsem naslednja:
  - Zemlja ni idealna krogla, in razporeditev njenih mas ni sferno simetrična;
  - na satelit vplivajo še druge sile, ki smo jih pri idealnem Keplerjevem gibanju zanemarili.
- Poleg Zemljine privlačne sile, so pri gibanju satelita prisotne še druge sile, vendar so te mnogo manjše. Zato jih obravnavamo kot motnje, saj povzročajo, da tirnica odstopa od idealne elipse.
- Vse moteče sile lahko razvrstimo v dve skupini: konzervativne in nekonzervativne sile:
  1. konzervativne sile lahko izpeljemo iz potencialne funkcije, na primer gravitacijskega potenciala, bodisi Zemlje, bodisi drugih nebesnih teles.
  2. Nekonzervativnih sil ne moremo izpeljati iz potencialne funkcije; med te sodijo na primer sila trenja atmosfere in sile, ki so rezultat delovanja pritiska sončeve svetlobe.

Moteče sile (1)

- Pomembno je poznati velikostni razred posameznih motečih sil. Vzemimo na primer satelit LEO na višini 800 km v skoraj krožni tirnici: če vzamemo gravitacijsko, centralno silo kot enoto, imajo motnje naslednjo velikostni razred:
  - 10^{-3} motnje zaradi sploščenosti Zemlje,
  - 10^{-6} motnje zaradi drugih nepravilnosti Zemljinega težnostnega polja,
  - 10^{-7} motnje zaradi privlačnega vpliva Lune,
  - 10^{-8} motnje zaradi privlačnega vpliva Sonca.
  - Vse ostale moteče sile (konzervativne in nekonzervativne) v splošnem ne presegajo velikosti 10^{-8}.
- Vse moteče sile se ne obravnavajo skupaj, vendar vsaka pocebej, kot količine, ki ostajajo majhne v primerjavi s centralno gravitacijsko silo. Zaradi prisotnosti motečih sil, lahko enačbo gibanja satelita napišemo v obliki:

$$\ddot{\boldsymbol{r}} = -\frac{\mu}{r^3}\boldsymbol{r} + \boldsymbol{a}_m$$

kjer je $\boldsymbol{a}_{\mathrm{m}}$ je skupni pospešek, ki ga povzročajo moteče sile.

Moteče sile (2)

- Moteče sile:

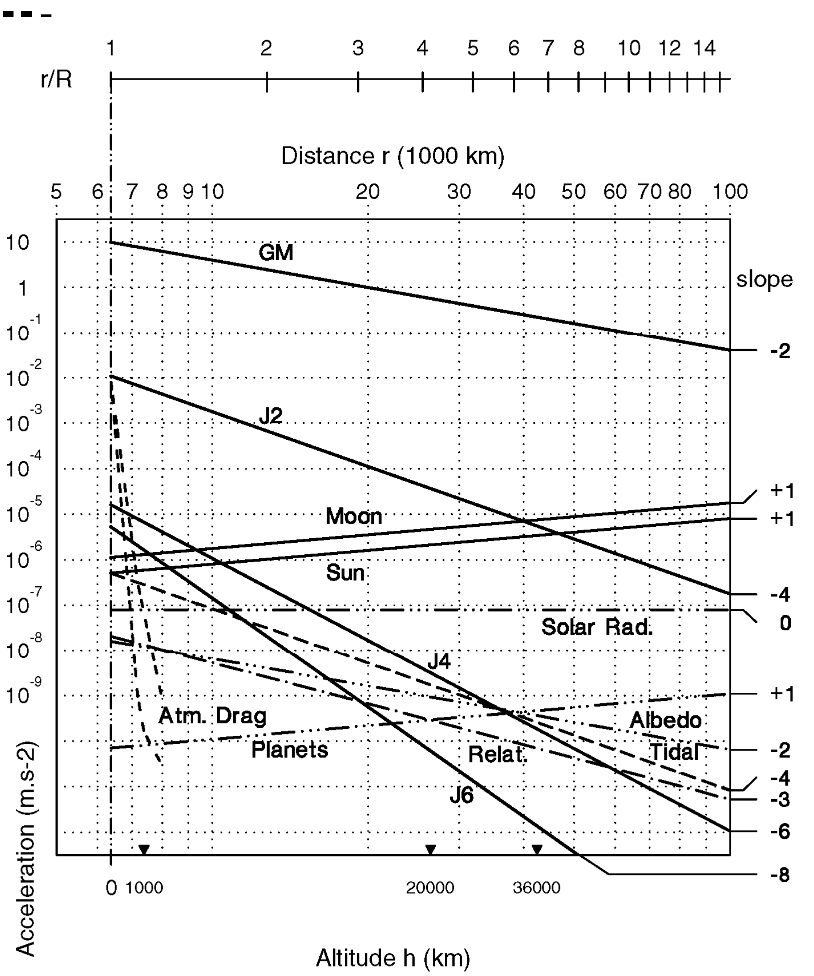
Oznaka		Sila
		Konzervativne sile
C		• privlačna sila Zemlje
	CC	• centralni del $\mu = GM$
	NC	• necentralni del
L		• privlačna sila Lune
S		• privlačna sila Sonca
P		• privlačna sila planetov
Pl		• plimovanje trdne Zemlje in oceanov
Re		• relativistični vpliv
		Nekonzervativne sile
T		• sila trenja atmosfere
P		• sila pritiska sončeve svetlobe
A		• albedo učinek

- Vse sile iz tabele lahko napišemo v tudi v obliki pospeškov:

$$\ddot{r} = \ddot{r}_{CC} + \ddot{r}_{NC} + \ddot{r}_L + \ddot{r}_S + \ddot{r}_P + \ddot{r}_{Pl} + \ddot{r}_{Re} + \ddot{r}_T + \ddot{r}_P + \ddot{r}_A$$

Motnje in višina sate

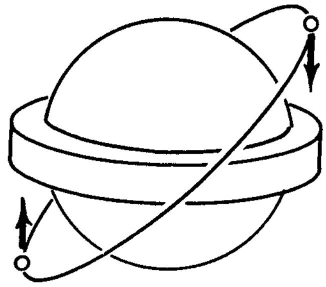
- Vrednost pospeška satelita v funkciji krajevnega vektorja (višine) satelita.
- V območju prikazanim na sliki se krivulje lahko obravnavajo kot premice z navedenimi gradienti. Višine tri tipa satelitov (LEO, MEO in GEO) so tudi navedene na sliki:
  - višine do 1000 m ustrezajo tirnicam LEO;
  - višine do 20000 km ustrezajo tirnicam MEO;
  - višine do 36000 km ustrezajo tirnicam GEO.



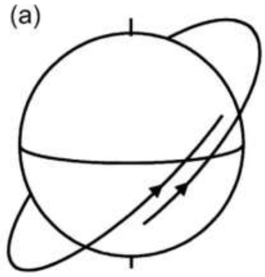
Časovni vpliv motečih sil na Keplerjeve elemente

- Zanima nas časovni vpliv vsake moteče sile na posamezni Keplerjev element. Vsaka moteča sila deluje različno na posamezne Keplerjeve elemente in ti se relativno počasi spreminjajo, saj je centralni del Zemljine privlačne sile skoraj 10^4 večji od od ostalih.
- Glede na časovno periodo moteče sile, lahko njihov vpliv razdelimo v tri skupine:
  - sekularne motnje (ki se počasi linearno povečujejo),
  - kratkoperiodične in
  - dolgoperiodične.
- Vse posamezne motnje lahko medsebojno seštevamo.

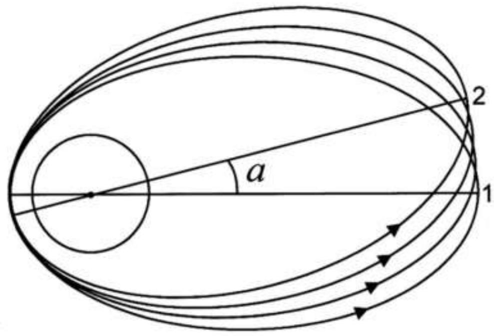
Vpliv necentralnega dela privlačne sile Zemlje



- Necentralni del Zemljine privlačne sile tvorita odstopanje njene oblike od krogle (sploščenost na polih) in neenakomerna razporeditev mas, predvsem prisotnost ekvatorskih izboklin. Celoten vpliv je dvojen:
  - precesija dvižnega vozla, ali regresija linije vozlov;



  - precesija perigeja.



Vpliv posameznih motečih sil (2)

- V nasprotju z motnjami gravitacijskega polja Zemlje, so motnje zaradi vpliva privlačnih sil Lune in Sonca toliko večje, koliko bolj je satelit oddaljen od Zemlje.

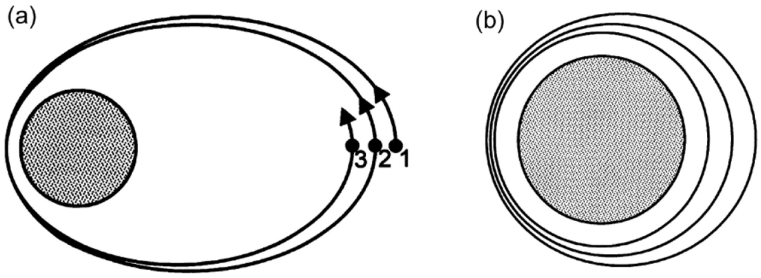
- Če je velika polos tirnice večja od petih premerov Zemlje, postane tirnica povsem nestabilna zaradi privlačnega vpliva Lune in Sonca. Na srečo so takšne tirnice za praktično uporabo nezanimive.

- V splošnem se motnje zaradi privlačnega vpliva Luna in Sonca kažejo v precesiji ravnine tirnice.

- Relativistični pospešek: posledica je sekularni učinek na argumet perigeja: perigej tirnice se premika hitreje kot bi lahko sklepali na osnovi izračunov, prihaja do dodatne precesije perigeja. Ta fenomen je prvi pojasnil A. Einstein pri pojasnitvi precesije perihelija Merkurja.

Trenje v atmosferi

- Za nizkoleteče satelite je značilna motnja trenje atmosfere ("atmospheric drag"). To je odvisno od oblike in mase satelita, njegove hitrosti in seveda fizikalnih lastnosti atmosfere v danem trenutku.
- Trenje v atmosferi znižuje hitrost satelita v perigeju, zato se zaporedni apogeji nižajo, položaj in višina perigeja pa ostajata nespremenjena.



- Pri tirnicah LEO sodi trenje med največje moteče sile, pri višinah nad 700 km pa je upor ozračja zanemarljivo majhen.

Primeri učinka motečih sil na Keplerjeve elemente

- Učinki motečih sil seveda naraščajo z dolžino loka tirnice, torej čim daljši je čas obravnave tem večji je vpliv na posamezen element. Učinek motenj na tirnice satelitov GPS:

Motnja	$\ddot{r}$ [ms^{-2}]	3-urna tirnica	3-dnevna tirnica
[μ/ r]	(0,56)	–	
J_{20}	5 10^{-5}	2 km	14 km
koef. više stopnje	3 10^{-7}	50 – 80 m	100 – 1500 m
Sonce in Luna	5 10^{-6}	5 – 150 m	1000 – 3000 m
Plimovanje trdne Zemlje	10^{-9}	–	0,5 - 1 m
Plimovanje	10^{-9}	–	0,0 - 2,0
Pritisk sonč. svetlobe	10^{-7}	5 – 10 m	100 - 800 m
Albedo	10^{-9}	-	1 – 1,5 m

Primeri učinka motečih sil na Keplerjeve elemente (2)

- Učinek ekvatorskih izboklin in koef. višje stopnje (tabela 1) in učinek privlačne sile Lune na tirnice satelitov GPS (tabela 2):

Element	učinek ekvat. izboklin [m]	učinek koef. višje stopnje [m]
a	2600	20
e	1600	5
i	800	5
Ω	4800	3
$\omega + M$	1200	40

Element	Učinek privlačne sile Lune [m]
a	220
e	140
i	80
Ω	80
$\omega + M$	500

Določanje motenega gibanje satelitov

- Določanje motenega gibanja umetnih Zemljinih satelitov pomeni določitev dejanske tirnice za naprej (efemeride) oz. določitev natančnih tirnic za nazaj.
- Ne glede na vrsto satelita, moramo pri določitvi motenega gibanja upoštevati vse moteče sile, da bi izračunane efemeride bile čimbolj natančne. V splošnem obstaja tri vrste metod določanja motenega gibanja satelitov:
  - analitične metode - General Orbit Propagators;
  - numerične metode - Special Orbit Propagators;
  - semianalitične metode.
- Delitev sloni na matematičnih dejstvih reševanja problema.