

Gravimetrija

- **Gravimetrija** → meritve težnega pospeška.
- "gravis" – težek in "μετρειν" – meriti.
- Enote za težni pospešek:
 - SI enota: 1 ms^{-2} ,
 - enote v praksi (CGS sistem merskih enot): $1 \text{ cms}^{-2} = 1 \text{ Gal}$.

| količina | SI enote | uporabniške |
|---------------------|---------------------------------|-------------------|
| težnost | 10^{-2} ms^{-2} | 1 Gal |
| (težni pospešek) | 10^{-5} ms^{-2} | 1 mGal |
| | 10^{-8} ms^{-2} | 1 μGal |
| težnostni potencial | $10 \text{ m}^2\text{s}^{-2} =$ | 1 kGal |
| | $= 1 \text{ g.p.u.}$ | |

| |
|----------------------------------|
| 9,805 928 45 ms^{-2} |
| 980 592 8,45 μms^{-2} |
| 9 80 592 845 μgal |
| 9 80 592,845 mgal |

- Zveza: $1 \text{ mGal} = 10 \mu\text{ms}^{-2}$; $1 \mu\text{Gal} = 0,01 \mu\text{ms}^{-2}$.

Metode določitve težnega pospeška

- Za določitev težnega pospeška se uporabljata samo dve fundamentalni količini, vezani za pospešek:
 - čas in dolžina $\Rightarrow [\text{ms}^{-2}]$.
- Metode merjenja:
 - **dinamične**,
 - **statične**.
- Dinamične metode obravnavajo gibanje telesa pod vplivom sile teže.
- Statične metode obravnavajo spremembo ravnovesja telesa, kot posledico delovanja sile teže in njej nasprotne sile. Nasprotna sila je lahko sila prožnosti vzmeti, torzija nitke, membrane ...

Gravimetri

- ❑ **Gravimetri:** instrumenti za merjenje težnega pospeška.
- ❑ Gravimetri:
 - absolutni,
 - relativni.
- ❑ Z absolutnimi gravimetri določamo vrednost težnega pospeška v absolutnem znesku na točki.
- ❑ Relativni gravimetri nam dajo relativne vrednosti težnega pospeška med dvema točkama (vrednost g -ja glede na točko z znano vrednostjo težnega pospeška).

Absolutni gravimetri

- ❑ Absolutne vrednosti težnega pospeška se izključno določajo s pomočjo dinamičnih metod. Pri tem se uporablja:
 - nihanje telesa pod vplivom sile teže,
 - prosti pad telesa.
- ❑ Konstrukcija absolutnih gravimetrov:
 - nihala,
 - balistični instrumenti.

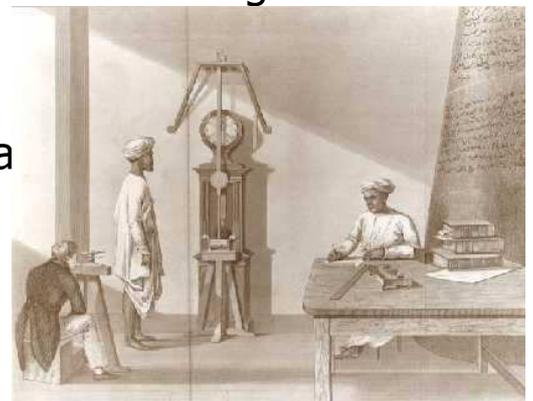
Nihala kot gravimetri

- Nihalo kot ura: C. Huygens XVII. st.

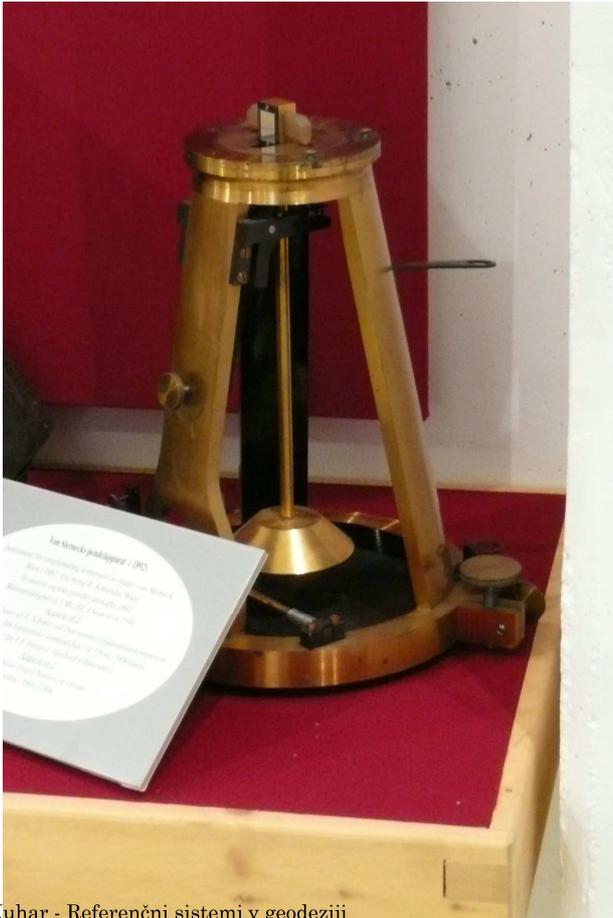


- J. Richer je leta 1672 ugotovil, da ura (kalibrirana v Parizu) v Južni Ameriki zamuja 2,5 minuti: → odvisnost sile teže od geografske širine.

- P. Bouguer (1749) je merjenjem v Andih določal odvisnost težnega pospeška od višine.
- J.C. Borda i J.D. Cassini sta ob koncu XVIII. st. dosegla natančnost $10^{-5} g$.
- V začetku XIX. st. so konstruirana prva nitna nihala (Bessel), in reverzibilna nihala (Kater).
- Koncem XIX. st. genral Robert von Sterneck (MGI Dunaj) je konstruiral nihalo, ki deluje kot relativni gravimeter. Dolžina nihala 25 cm. Z celodnevnim opazovanjem na točki so dosegli natančnost 1 mGal. Do leta 1912 je bilo izmerjenih več kot 2500 točk na območju celotne Evrope.



Sterneckov gravimeter



gravimeter s konca XIX. st. (iz zbirke arhivskih instrumentov Statens Kartverk - Državna geodetska uprava Norveške)

Nihala kot gravimetri

- ❑ Princip delovanja je zasnovan na teoriji matematičnega nihala.
- ❑ **Matematično nihalo** ne obstaja v naravi. Je teoretični predmet in ga lahko le približno realiziramo. Matematično nihalo modeliramo kot masno točko, pripeto na vrvico, katere maso zanemarimo. To je model masne točke, brez dimenzij, z zelo malo maso, ki lahko rotira okoli fiksne točke v prostoru. Gibanje matematičnega nihala lahko opišemo za majhne zasuke kot enostavno harmonično gibanje.
- ❑ Težno nihalo je utež, obešena na koncu toge ali raztegljive žice ali palice. Težno nihalo niha na osi, ki ne gre skozi njegovo težišče.
- ❑ V praksi se težno nihalo realizira kot "nitno nihalo" (pri njem je celotna masa zbrana v točkastem telesu, obešenem na neraztegljivi vrvici, katere maso lahko zanemarimo).

Določitev g -ja z nihalom

- Za male amplitude perioda (T) nihanja matematičnega nihala ni odvisno od same amplitude:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

- Težni pospešek lahko izračunamo kot:

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$$

Pogreški pri merjenju z nihali

- Za določitev g -ja je potrebno poznati:
 - dolžino nihala l , čas nihanja T , amplitudo.
- Določitev posameznih količin je zelo zamotano, ker se išče visoka natančnost.
 - n.pr. če želimo določiti g s natančnostjo 1 mGal →

$$dg = \frac{4\pi^2}{T^2} dl \quad dg = \pm 10 dl$$

za $T = 1$ s, $dg = 1$ mGal

→ moramo poznati dolžino nihala s natančnostjo: $dl = \pm 1\mu\text{m}$.

- Pri tem moramo izmeriti periodo s $dT = \pm 1\mu\text{s}$.
- To natančnost omogoča šele uporaba laserskih interferometrov in atomskih ur.

Izboljšane konstrukcije nihalnih gravimetrov

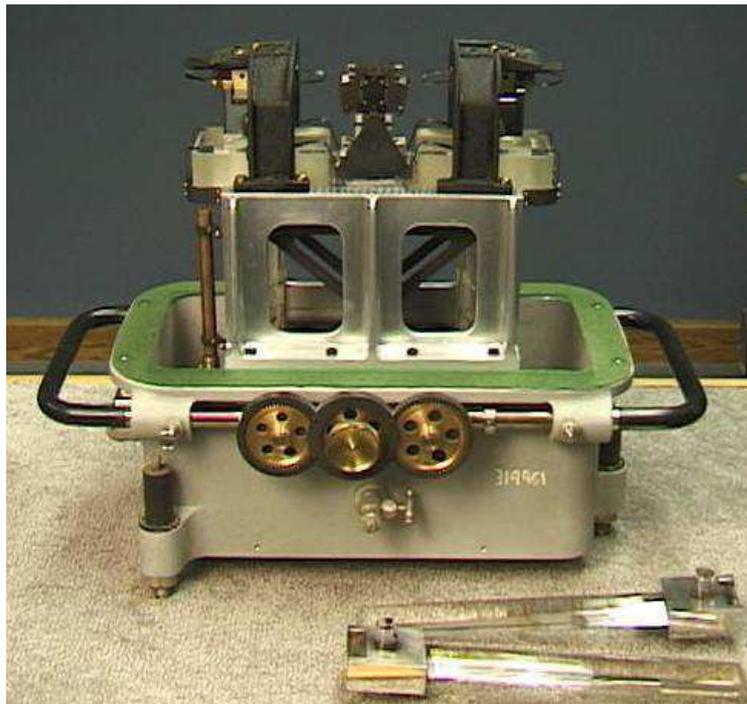
- ❑ Bessel je predlagal uporabo dve nihali različnih dolžina: l_1 i l_2 .
- ❑ Težni pospešek se lahko izračuna iz:

$$g = 4\pi^2 \frac{l_1 - l_2}{T_1^2 - T_2^2}$$

v enačbi se nastopa razlika dolžin nihal, ki se lažje določa.

- ❑ Kater in Repsold sta konstruirala "obrnljivo" nihalo. Niha lahko okrog dveh osi, po navadi simetričnih glede na masno središče. Njegova prednost je v tem da ni treba določiti njegovega masnega središča.

Obrnljivo nihalo



Gravimeter z dvema nihaloma iz leta 1936

Balistični gravimetri

- ❑ Razvoj sve bolj točnih načinov registracije časa in merjenja razdalj je pripomorel, da je metoda prostega pada v petdesetih letih prejšnjega stoletja postopno potisnila nihala iz uporabe. Danes je to edina metoda, ki se uporablja pri absolutnih meritvah.
- ❑ Sodobni balistični gravimetri uporabljajo princip prostega pada telesa oz. vertikalni met kot poseben primer prostega pada.



Prosti pad

- ❑ Teorija metode sloni na enačbi gibanja telesa pri prostem padu:

$$m\ddot{z} = mg(z) \qquad \ddot{z} = \frac{d^2z}{dt^2}$$

- ❑ m je merska masa, z je smer lokalne vertikalne osi.
- ❑ Z dvojno integracijo zgornjega izraza pridemo do enačbe prostega pada:

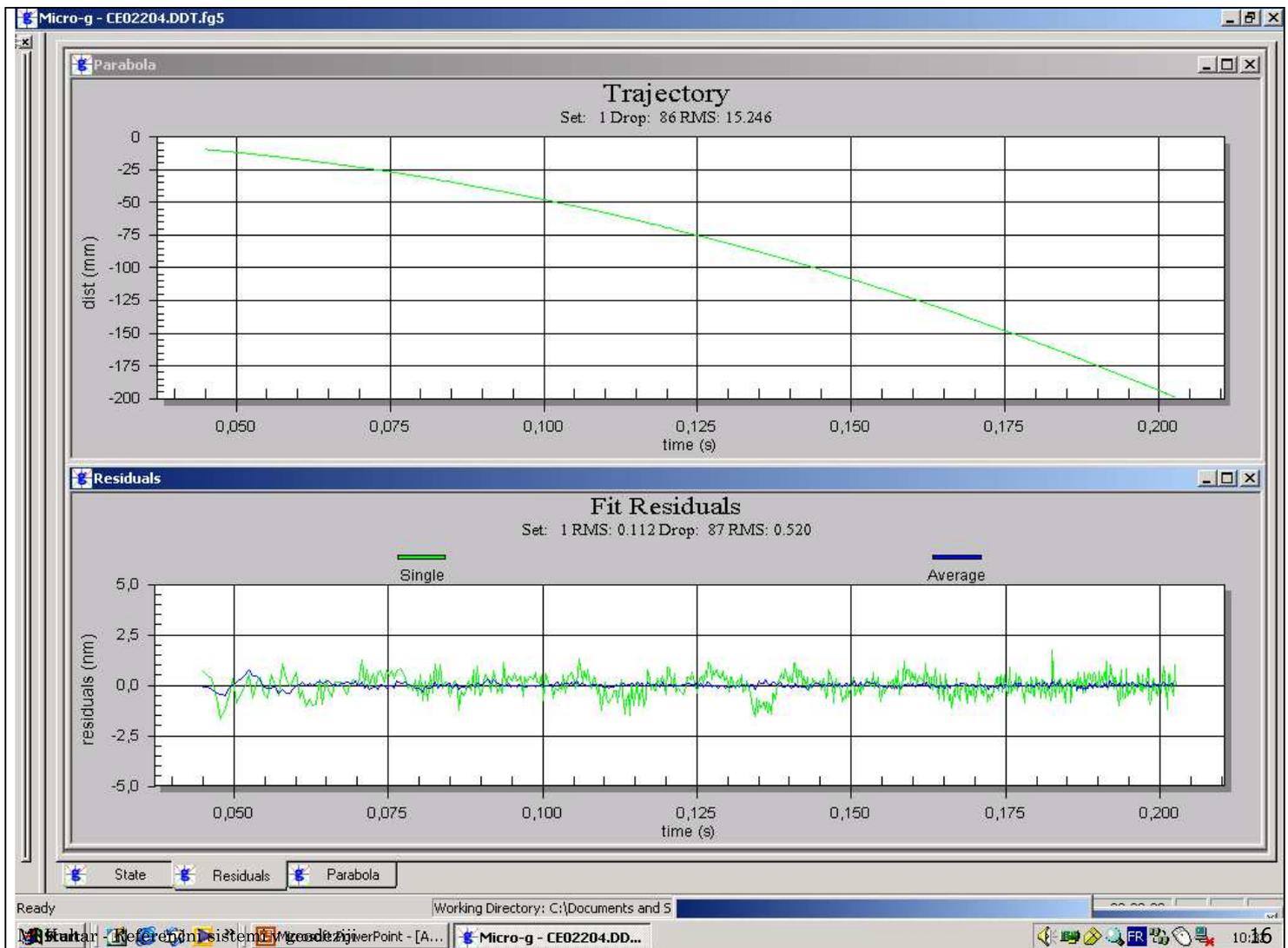
$$z = z_0 + \dot{z}_0 t + \frac{g}{2} t^2$$

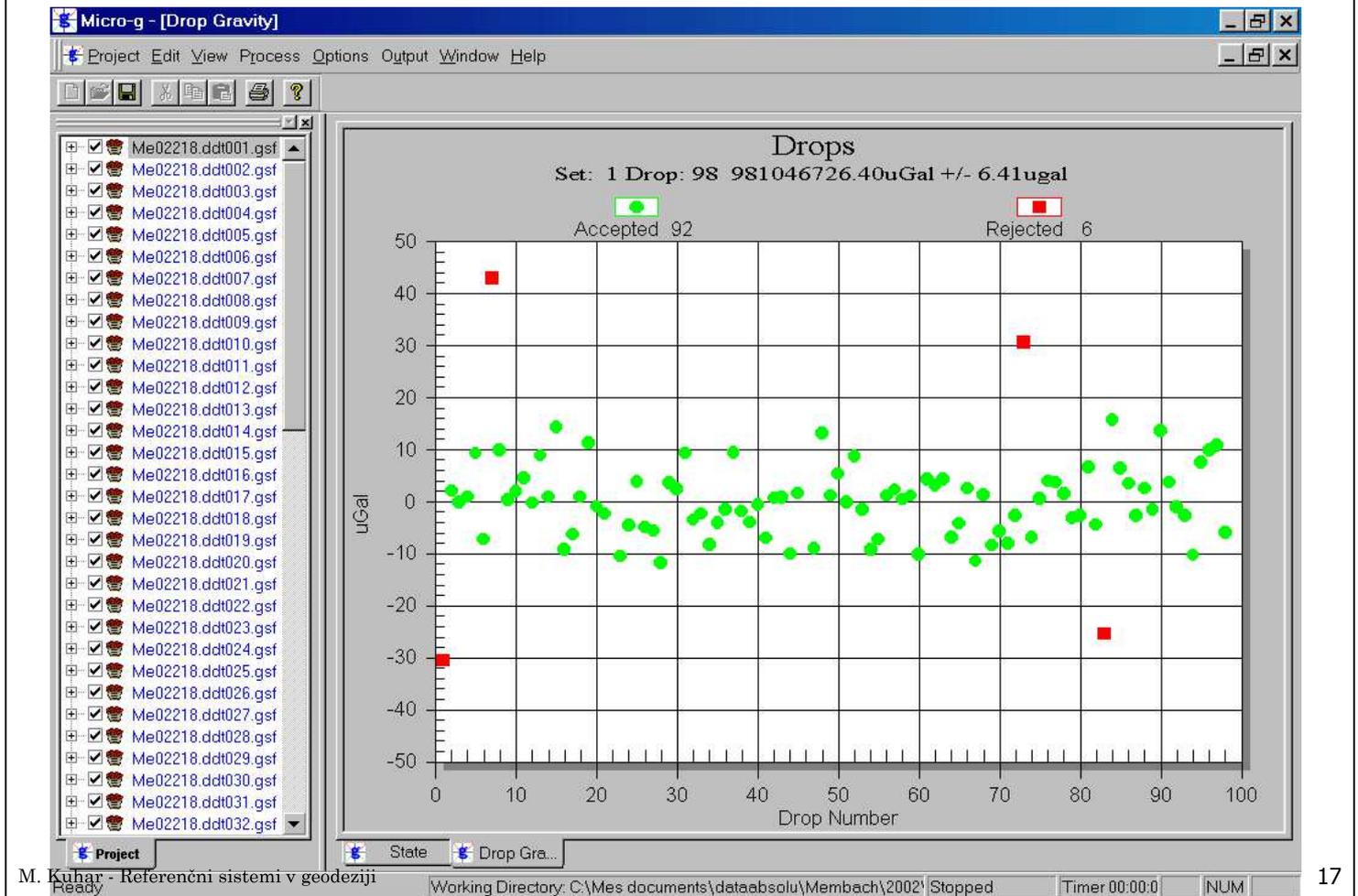
- ❑ Enačba povezuje položaj z telesa, ki pada, v trenutku t s težnim pospeškom g .

Balistični gravimeter FG5



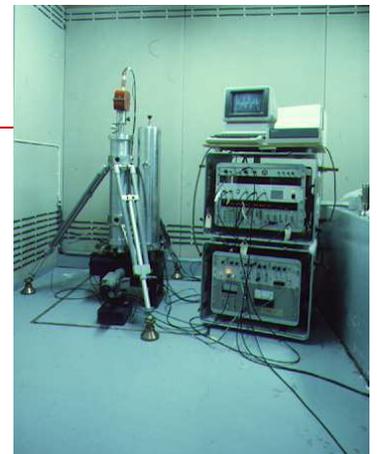
Točnost : 10^{-9} g ($g \cong 10, \text{xxx xxx xX m/s}^2$)
↔ $1 \mu\text{gal}$
↔ Vertikalni odmik 3 mm (popravek prostega zraka)





Tipi balističnih gravimetrov

- ❑ Predhodnik FG5 → JILAg (1987).
- ❑ Prvi komercialni FG5 leta 1993.
 - točnost 2 μgal (skladnost med instrumenti.
 - natančnost: 10 μgal ,
 - ponovljivost 1 μgal ,
 - cena: ~ 350.000 \$
- ❑ A10 - prenosni abs. gravimeter:
 - natančnost 10 μgal ,
 - točnost 10 μgal ;
 - ponovljivost 10 μgal ;
 - ~ 300.000 \$.
- ❑ FGL - pomanjšani FG5:
 - natančnost 10 μgal ,
 - točnost 10 μgal ,
 - ponovljivost 10 μgal ,
 - ~ 200.000 \$



Relativne meritve s pomočjo nihal

- ❑ Določamo vrednost težnega pospeška na eni točki glede na drugo, kjer nam je vrednost g znana.
- ❑ Merimo nihajne čase T_1 i T_2 (nihal) konstantne dolžine.
- ❑ Izhajamo iz enačbe:
$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$$

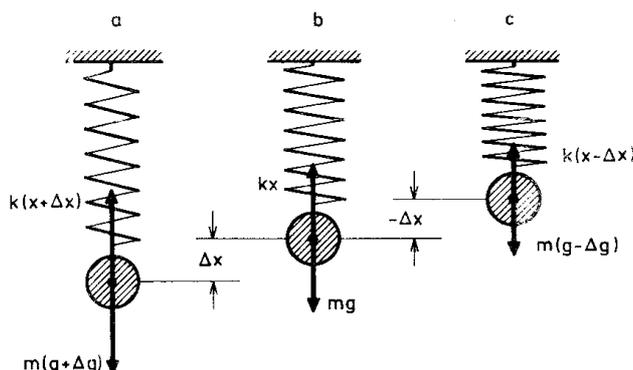
izračunamo razliko težnih pospeškov kot:

$$\Delta g_{1,2} = g_2 - g_1 = -2g_1 \frac{T_2 - T_1}{T_2} + g_1 \frac{(T_2 - T_1)^2}{T_2^2}$$

- ❑ Sistematični pogreški, ki so neodvisni od položaja in časa se izničijo v razliki težnih pospeškov g .
- ❑ Natančnost določitve max. 0,1 mgal.
- ❑ Tipi gravimetrov: Sterneck (XIX v.), Askania (4 nihala)...
- ❑ V uporabi do 50-tih let XX. st. za vzpostavitev kalibracijskih baz.

Mehanski gravimetri (gravimetri z vzmetjo)

- ❑ Princip delovanja mehanskih relativnih gravimetrov (danas izključno v rabi) sloni na podaljšanju vzmeti, ki je obtežena z probno maso. Pri spremembi težnega pospeška, se spreminja tudi slija, ki deluje na probno maso, ter vzmet podaljšuje oz. krajša, odvisno od tega ali se g povečuje ali zmanjšuje. Masa se potem vrača v prvobiten položaj učinkovanjem sile, ki jo uravnavamo prek merskega sistema samega instrumenta. Vrednost te sile je merilo spremembe težnega pospeška.



Princip delovanja mehanskih gravimetrov

- ❑ Statični princip delovanja gravimetara.
- ❑ Položaj ravnovesja je privzet kot osnova za meritev; instrumenti delujejo kot izredno občutljive tehtnice. Konstrukcijsko se ravnovesje vzpostavi s pomočjo sile elastične vzmeti.
- ❑ Sprememba težnega pospeška, ki je posledica spremembe mesta ali časa meritev, povzroča spremembo povratne sile, ki sistem ohranja v ravnovesju. Povratno silo je možno s pomočjo kalibracijske funkcije preračunati v enote težnega pospeška.
- ❑ Dva tipa konstrukcije gravimetrov:
 - Vertikalna tehtnica z vzmetjo → translacijski sistem.
 - Tehtnica z vzmetjo in vzvodom → rotacijski sistem.

Translacijski sistem

- ❑ Najenostavnejša konstrukcija. Neobremenjena vzmet dolžine l_0 . Če se vzmet obremeni z maso m , se ta podaljša pod vplivom delovanja sile teže; sistem se vrne v ravnovesni položaj ob delovanju nasprotne sile vzmeti. Pogoji ravnovesja:

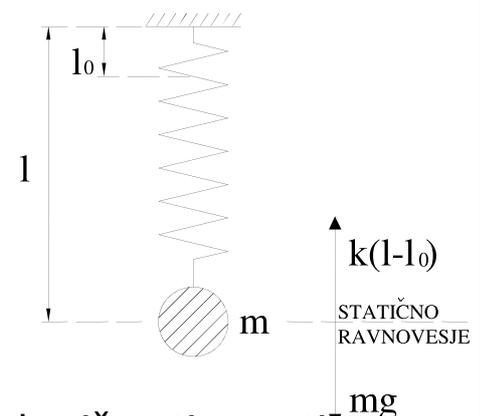
$$mg = k(l - l_0)$$

k konstanta vzmeti, ki je odvisna od dimenzij in elastičnosti vzmeti!

- ❑ Uporaba izraza za ravnovesje na razliko težnih pospeškov $g\Delta$, dobimo linearno vezo med razliko in izmerjene razliko dolžine vzmeti Δl :

$$\Delta g = \frac{k}{m} \Delta l = \frac{g}{l - l_0} \Delta l$$

- ❑ Za vzmet dolžine 10 cm, je potrebna natančnost določitve spremembe dolžine ± 1 nm, da bi dosegli relativno natančnost določitve $g\Delta 10^{-8}$.

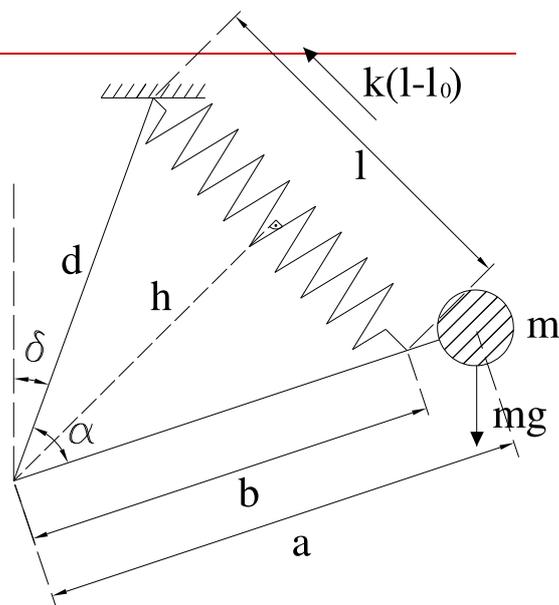


Rotacijski sistem

- Tehtnica na vzmet z vzvodom je rotacijski sistem, ki je v statičnem ravnovesju kadar so navori sil, ki delujejo na sistem enaki. Vzvod podpira maso m in rotira okoli osi O . Enačba ravnovesja v primeru sistema s poševnim vzvodom:

$$mg a \sin(\alpha + \delta) - kbd \frac{l - l_0}{l} \sin \alpha = 0$$

- Pri rot. sistemu s poševno elastično vzmetjo, povratna sila deluje pod kotom na vzvod določene mase. Veznica med rotacijsko osjo O in vrhom vzvoda oklepa z vertikalo kot δ ; a je dolžina vzmeti, α je kot uklona vzmeti.



LaCoste & Romberg gravimeter (čitanje)



Kalibracijska funkcija gravimetra

- ❑ Rezultati meritev gravimetra se izražajo v različnih enotah njegove merilne naprave (čutila). Da bi te enote lahko pretvorili v enote težnega pospeška je potrebno opraviti kalibracijo gravimetra. **Kalibracija** je torej postopek določevanja t.i. **kalibracijske funkcije**, ki omogoča pretvorbo merskih enot.
- ❑ Kalibracijo lahko izvedemo na dva načina:
 - z meritvami zunaj → merjenjem na točkah z znanimi vrednostmi težnega pospeška;
 - z laboratorijskimi meritvami → merjenjem majhnih sprememb težnega pospeška pri odklonu čutila gravimetra iz horizontale.
- ❑ Splošna oblika kalibracijske funkcije: $g = F(z)$
$$F(z) = F_{pol}(z) + F_{per}(z)$$

z je vrednost odčitka v merskih enotah gravimetra.
- ❑ Tendanca je doseči linearno obliko kalibracijske f-je.

Hod ("drift") gravimetra

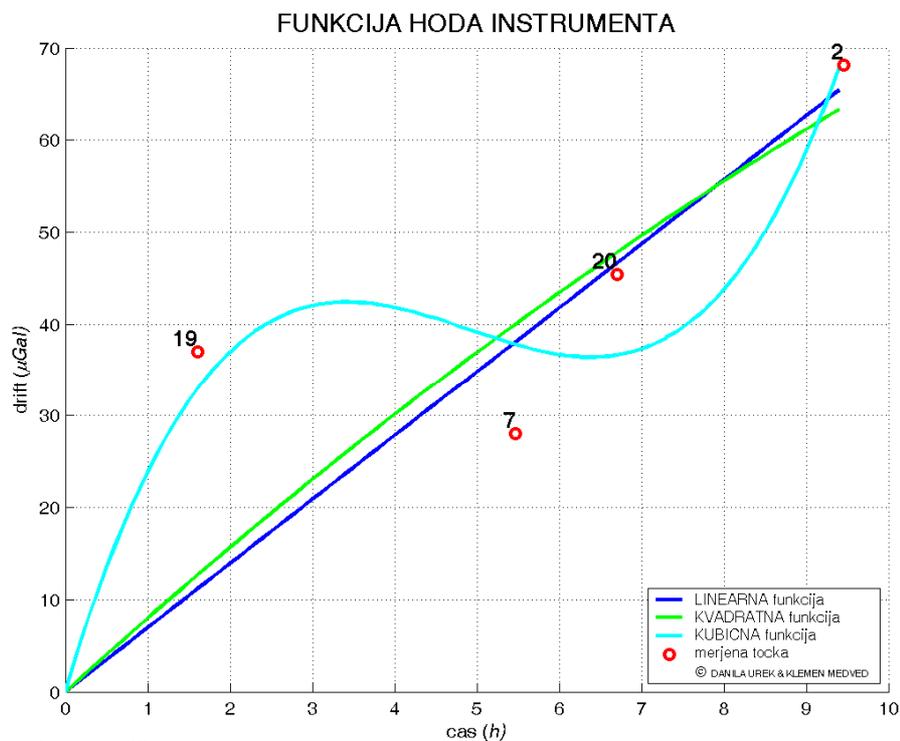
- ❑ Zaradi elastičnega popuščanja vzmeti se spreminja ničelni položaj čutila gravimetra. Ta pojav je znan kot **hod (drift)** gravimetra. Kadar gravimeter meri na enem mestu skozi daljše časovno obdobje, se odčitki povečujejo (zmanjšujejo), namesto da bi bili enaki.
- ❑ Hod opisuje spremembe fizikalnih lastnosti merilnega čutila in nekompensiranih vplivov na opazovanja, ki so prisotni pri merjenju z gravimetrom.
- ❑ Hod:
 - Stacionarni hod → določamo pred odhodom na teren.
 - Transportni hod: vpliv transporta gravimetra na rezultate meritev.
 - Dnevni hod: rezultat predhodna dva. Modelira se pri obdelavi grav. opazovanj.

Minimiziranje transportnega hoda



Modeliranje dnevnega hoda

- Dnevni hod se običajno modelira s pomočjo polinomske funkcije. Pogoji za to so ponovljene meritve na istih točkah tekom enega delovnega dneva.



Sodobni relativni gravimetri

| | LaCoste & Romberg | | Scintrex Autograv | | |
|-----------------|---------------------------------------|-------------------------------|---|--------------------------|-------------------------------------|
| | Model G | Model D | CG-3 | CG-3M | CG-5 |
| Resolucija | $\sim 0,1 \mu\text{ms}^{-2}$ | $\sim 0,01 \mu\text{ms}^{-2}$ | $0,05 \mu\text{ms}^{-2}$ | $0,01 \mu\text{ms}^{-2}$ | $0,01 \mu\text{ms}^{-2}$ |
| Natančnost | $0,15 \mu\text{ms}^{-2}$ | $0,05 \mu\text{ms}^{-2}$ | $0,1 \mu\text{ms}^{-2}$ | $0,05 \mu\text{ms}^{-2}$ | $0,05 \mu\text{ms}^{-2}$ |
| Merski razpon | $700 \mu\text{ms}^{-2}$ | $20 \mu\text{ms}^{-2}$ | $700 \mu\text{ms}^{-2}$ | $700 \mu\text{ms}^{-2}$ | $800 \mu\text{ms}^{-2}$ |
| Stacionarni hod | $< 0,33 \mu\text{ms}^{-2}/\text{dan}$ | | $< 0,2 \mu\text{ms}^{-2}/\text{dan}$ (z uporabo popravka) | | |
| Dimenzije | $18 \times 20 \times 25 \text{ cm}$ | | $24 \times 31 \times 32 \text{ cm}$ | | $21 \times 20 \times 34 \text{ cm}$ |
| Dim. baterije | $7 \times 15 \times 12 \text{ cm}$ | | baterija je integrirana v instrumentu | | |
| Masa | $3,2 + 2,3 \text{ kg}$ (baterija) | | 11 kg z baterijo | | 9 kg z bat. |

LaCoste & Romberg in Scintrex CG-3



Scintrex CG-5



Vplivi na opazovanja

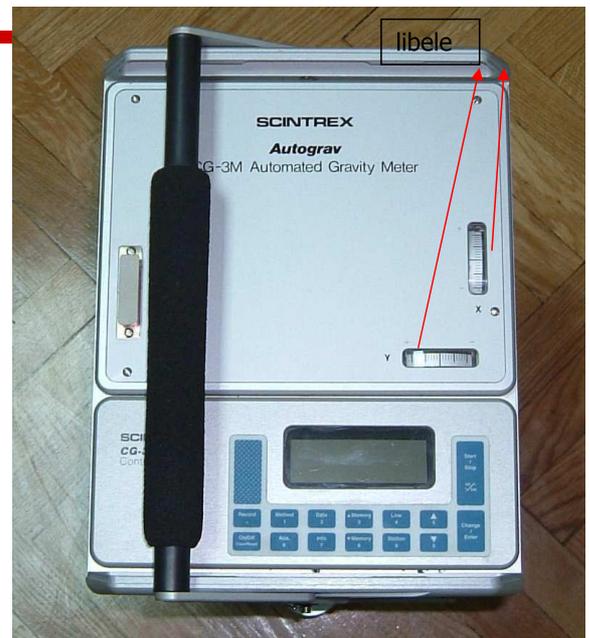
- ❑ Celotni vplivi:
 - instrumentalni pogoški;
 - vplivi okolice.
- ❑ Instrumentalni pogoški:
 - vzrok v sami konstrukciji gravimetra:
 - ❑ greške čitanja, nepravilno horizontiranje, vpliv spremembe temperature, elastična histereza (hod), nestabilna napetost v instrumentu, kalibracijska funkcija...
 - pogoški zaradi zunanjih dejavnikov:
 - ❑ sprememba zunanje temperature in tlaka, vpliv magnetnega polja, tresljaji gravimetra zaradi transporta in naravna ter umetna mikrosezmičnost okolice.
- ❑ Vplive zmanjšamo z načinom dela oz. z uvedbo redukcij (popravljen).

Gravimetrična izmera in gravim. mreže

- Gravimetrična izmera v geodeziji:
 - Izmera v gravimetričnih mrežah.
 - Izmera za potebe določevanja geopotencialnih kot.
- Gravimetrična izmera v geofiziki:
 - Izmera kot metoda uporabne geofizike ("applied geophysics").
 - Mikrogravimetrična izmera (najnatančnejša), podobna detajlnemu nivelmanu (linijsko oz. po površini).

Postopek pri gravimetrični izmeri

- Postavitev gravimetra na točko.
- Horizontiranje instrumenta.
- Merjenje višine instrumenta.
- Vnos parametrov meritve.
- Gravimetrični merski proces.
- Prenos in shranjevanje podatkov (na koncu delovnega dne).



merjenje višine instrumenta

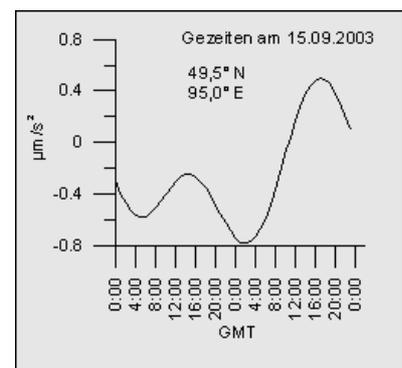
Obdelava gravimetričnih meritev (1)

- Izračun redukcij (popravljkov):
 - popravek za plimovanje trdne Zemlje;
 - popravek zaradi gibanja Zemljinih polov;
 - popravek zaradi spremembe atmosferskega tlaka;
 - popravek za dnevni hod instrumenta.
- Vpliv privlačni sili Sonca in Lune lahko doseže tudi $3 \mu\text{ms}^{-2}$. Obstajajo teoretični modeli, ki omogočajo računanje popravka kot funkcije geografske širine območja in časa. Gravimeter Scintrex CG-3 ima vgrajen model Longman → natančnost $0,03 - 0,05 \mu\text{ms}^{-2}$ (zadošča zahtevam grav. izmere za potrebe računanja geopotencialnih kot → grav. izmera vzdolž nivelmanskih linij).
- Za natančnejše meritve moramo uporabiti bolj popolne modele.

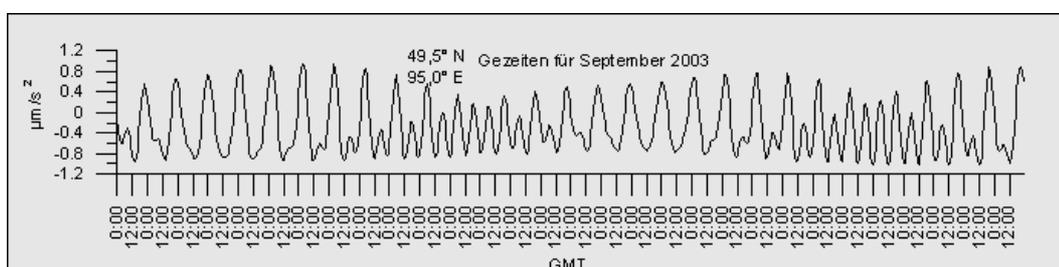
Obdelava gravimetričnih meritev (2)

- Popravek za plimovanje trdne Zemlje

Plimovanje trdne Zemlje tekom 1 dneva



Plimovanje trdne Zemlje tekom 1 meseca



Obdelava gravimetričnih meritev (3)

- Popravek za vpliv gibanja Zemljinih polov se računa kot:

$$dg_{pol}(t) = -1,164 \omega^2 R \sin 2\phi (x(t) \cos \lambda - y(t) \sin \lambda)$$

- ω kotna hitrost Zemljine rotacije,
- $x(t), y(t)$ položaj Zemljinih polov v trenutku t .
- ϕ, λ geodetske koordinate točke.

- Popravek zaradi spremembe atmosferskega tlaka zraka:

$$dg_P = 0,30 (P_i - P_n) \quad P_n = 1013,25 \left(1 - \frac{0,0065 H}{288,15} \right)^{5,2559}$$

- P_i je izmerjena vrednost tlaka na točki,
- P_n normalna vrednost tlaka, izračunana po gornjem izrazu.

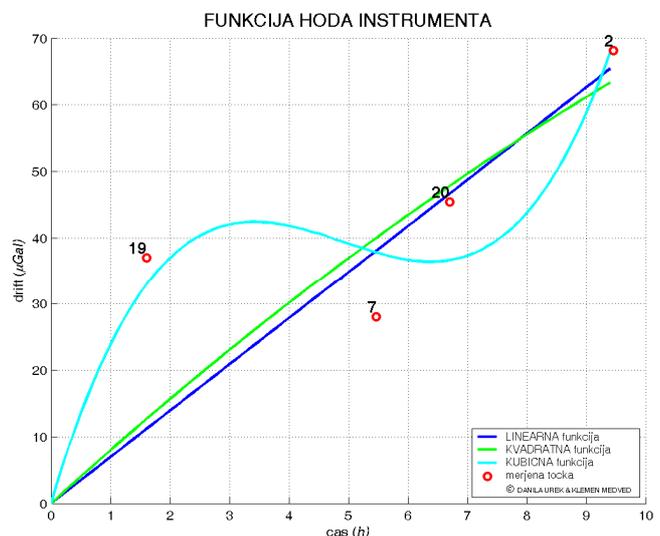
Obdelava gravimetričnih meritev (4)

- Izračun dnevnega hoda:

$$z(t) = z(t_0) + d_1(t - t_0) + d_2(t - t_0)^2 + \dots + d_n(t - t_0)^n$$

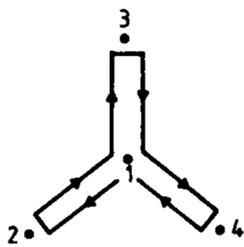
- $z(t)$ grav.odčitek v trenutku t ;
- $z(t_0)$ grav. odčitek v trenutku t_0
(prvi odčitek v delovnem dnevu);
- d_1, d_2, \dots, d_n koeficienti polinoma dnevnega hoda

- Stopnja polinoma je odvisna od števila ponovljenih meritev na isti točki tekom dneva (najbolj pogosto se vzame linearni oz. kvadratni polinom).

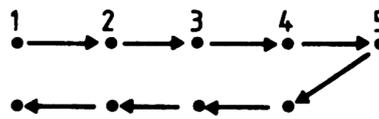


Metode merjenja

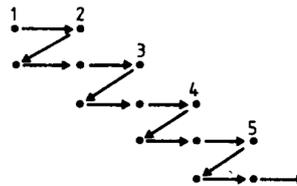
- Različne metode merjenja, da bi dobili možnost določitve dnevnega hoda.



metoda zvezde



metoda profila



step metoda

Izravnava meritev v grav. mrežah

- Izravnava po metodi posrednih opazovanj:
 - **izravnava direktnih gravimetričnih odčitkov** (po izračunu in uvedbi redukcij); v enačbi popravkov nastopajo tudi koeficienti polinoma hoda.
 - **Izravnava razlik težnega pospeška** (na enak način kot 1D opazovanja npr. geometrični nivelman); odčitki so običajno predhodno popravljani za vpliv dnevnega hoda.

$$\mathbf{v} + \mathbf{B}\Delta = \mathbf{f}$$

$$\sigma_0^2 = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{W} \mathbf{v}}{n - u + d}$$

- neznanke su vrednosti g -a na točkah.
- Poseben poudarek je na utežih meritev!
- Datum mreže definirajo točke z absolutno vrednostjo težnega pospeška.

Gravimetrični datumi

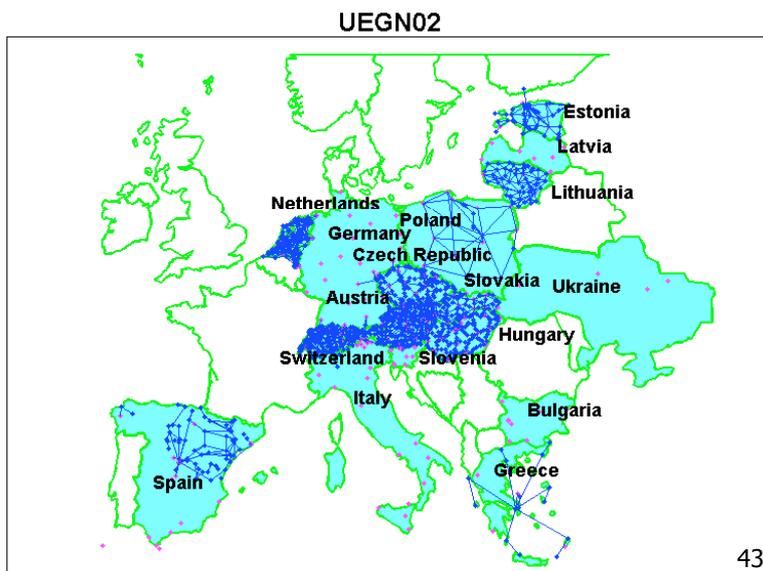
- ❑ Hierarhija vzpostavitve gravimetričnih mrež je podobna razvijanju klasičnih geodetskih mrež: od večjega k manjšemu. Gravimetrične mreže določajo:
 - enotno referenčno raven z vrednostmi težnega pospeška določenih na točkah gravimetričnih mrež;
 - definirano merilo težnosti z določenimi vrednostmi razlik težnosti med točkami gravimetričnih mrež.
- ❑ Enotno referenčno raven in merilo težnosti lahko označimo kot težnostni datum – gravimetrični datum.

Gravimetrični datumi skozi zgodovino

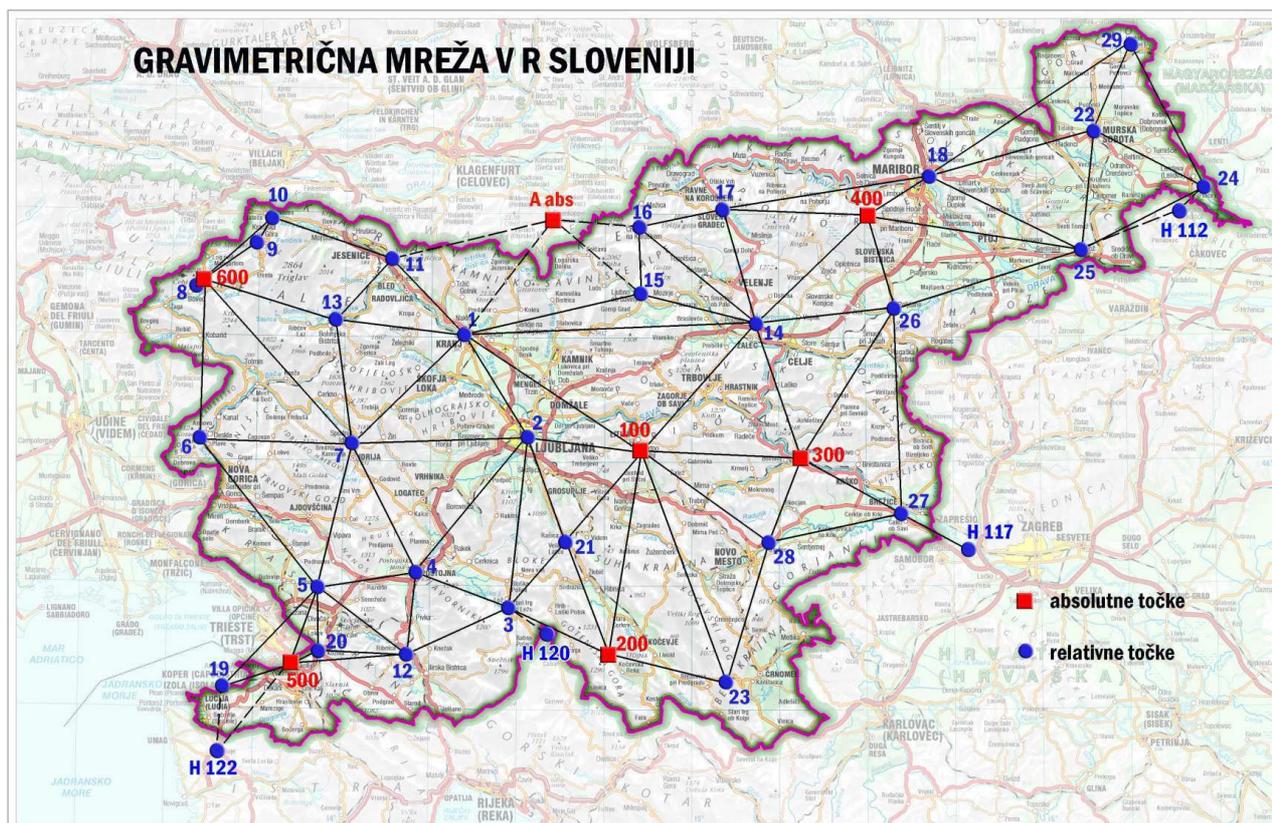
- ❑ **Dunajski sistem**, 1900 – 1909. Vrednost g -ja določena na točki v Dunaju. Natančnost (preoptimistično) ocenjena na 10 mGal.
- ❑ **Potsdamski sistem težnosti**, sloni na določitvi težnega pospeška v Potsdamu leta 1909, natančnost določitve 3 mGal.
- ❑ Oba sistema sta dejansko samo nivo težnosti, saj slonita na eni točki.
- ❑ **IGSN71** – “International Gravity Standardization Net 1971” globalni datum težnega pospeška, ki sloni na:
 - 10 absolutnih meritvah na 8 točkah,
 - 1200 relativnih meritvah z nihalnimi instrumenti,
 - 12 000 relativnih meritvah z LCR gravimetri,
 - 11700 relativnih meritvah z drugimi relativnimi gravimetri.
- ❑ IUGG je IGSN71 sprejela kot uradni globalni datum težnega pospeška.

Globalne in regionalne gravimetrične mreže

- ❑ Danes absolutne meritve na točkah določajo datum (saj dve absolutne meritve na dveh točkah na nekem območju).
- ❑ **IAGBN** "International Absolute Gravity Basestation Network", globalna gravimetrična mreža 0. reda.
- ❑ **UEGN02** "Unified European Gravity Network 2002"
– je evropska nadgradnja sistema IGSN71.



Slovenija



Areh



45

Boaenšperk



46

Gotenica



47

Sevnica



48

Kluže



49

Socerb



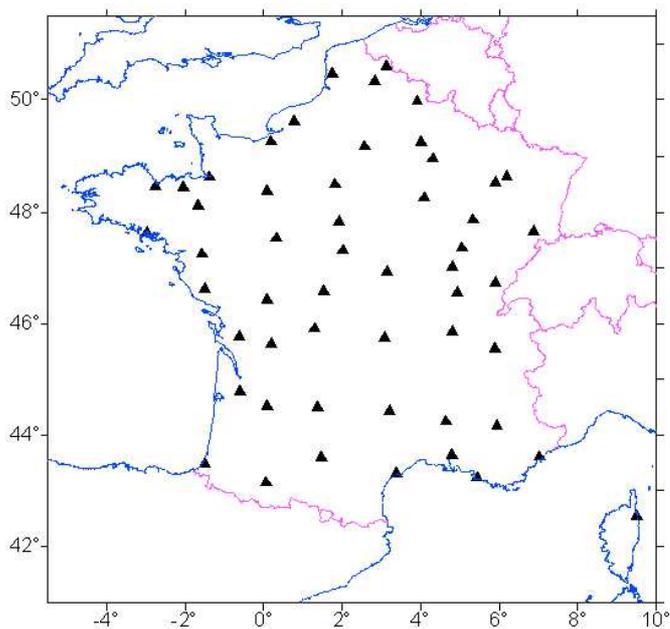
50

Primeri relativnih točk



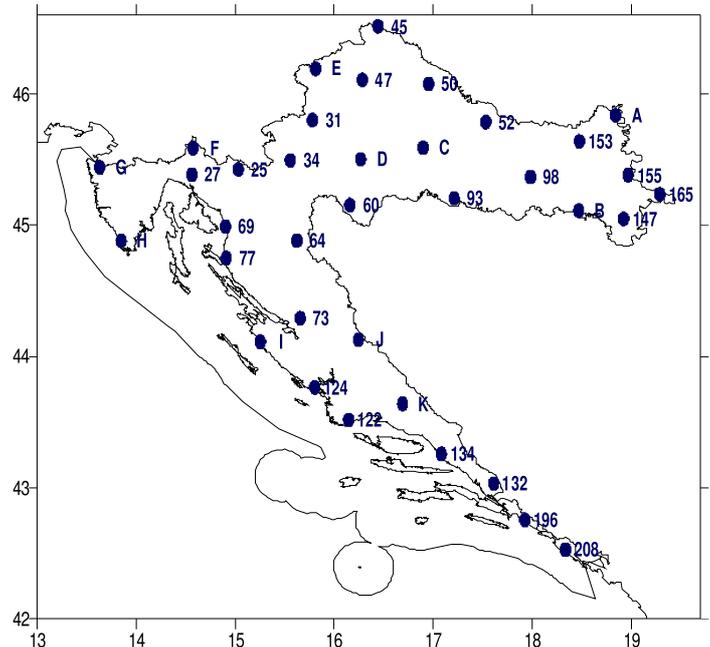
51

Nacionalne gravimetrične mreže (1)



Francija

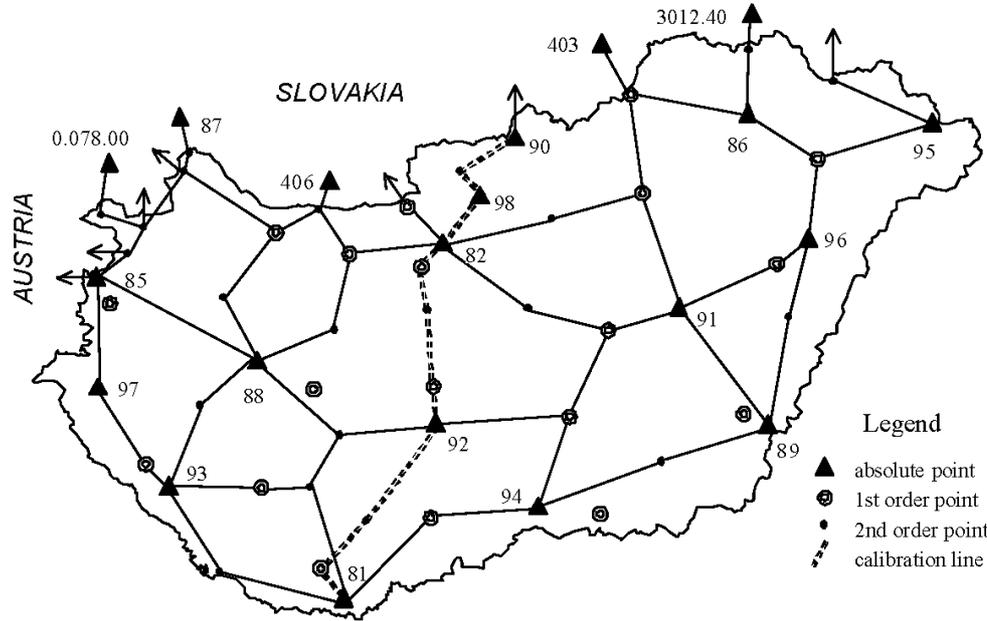
GRAVIMETRIJSKA MREŽA I. REDA



Hrvaška

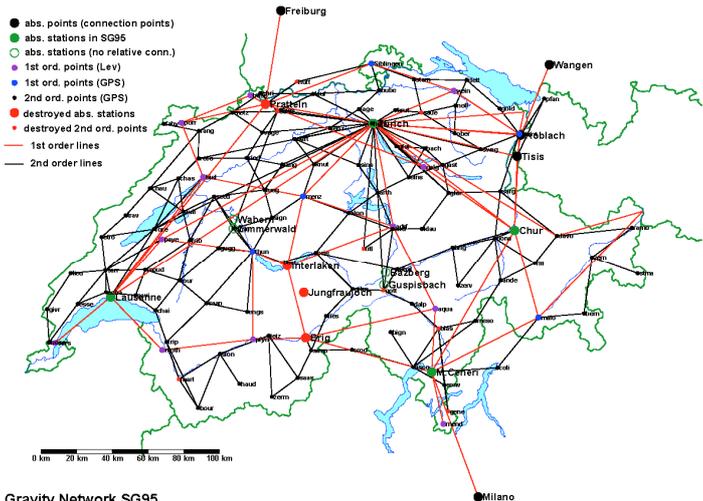
Nacionalne gravimetrične mreže (2)

Madžarska

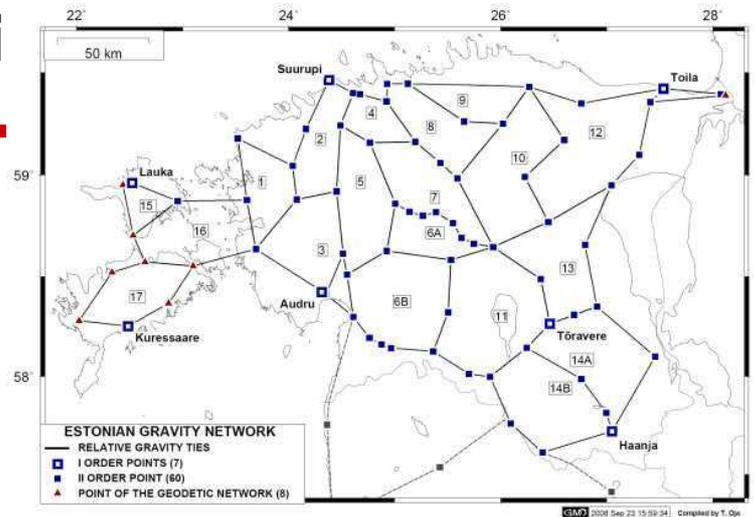


Nacionalne gravi

Švica



Gravity Network SG95



Estonija