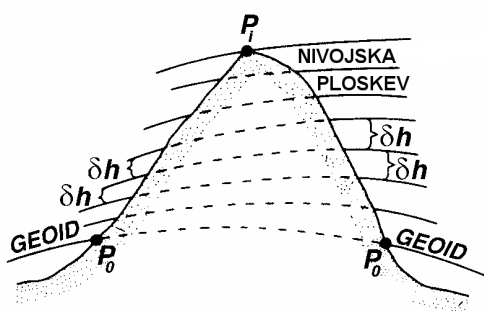


# Sistemi višin (1)

- Pogoji, ki bi naj jih izpolnjeval teoretično neoporečen višinski sistem:
  - Višine točk enolično definirane in določljive neodvisno od poti niveliranja.
  - Višine točk v metrih, za višine naj obstaja geometrična razlaga.
  - Uvedba čim manj hipotez o gostoti mas, višine bi naj bile določene na osnovi merjenj na površju Zemlje.
  - Popravki merjenih višinskih razlik naj bi bili čim manjši; ne upoštevamo jih pri nivelmanskih mrežah nižjih redov.
  - Enostavna povezava z elipsoidnimi ( $h$ ), GNSS-višinami.
  - Dobro je, če obstaja fizikalna razlaga za izhodiščno (referenčno) ploskev.

# Sistemi višin (2)



- Katera višina točke  $P_i$  je prava?
- Kako vpliva nevporednost nivojskih ploskev na rezultat geometričnega nivelmana?

$$\Delta h \approx -0,0053 h_m \Delta \phi \sin 2\phi_m$$

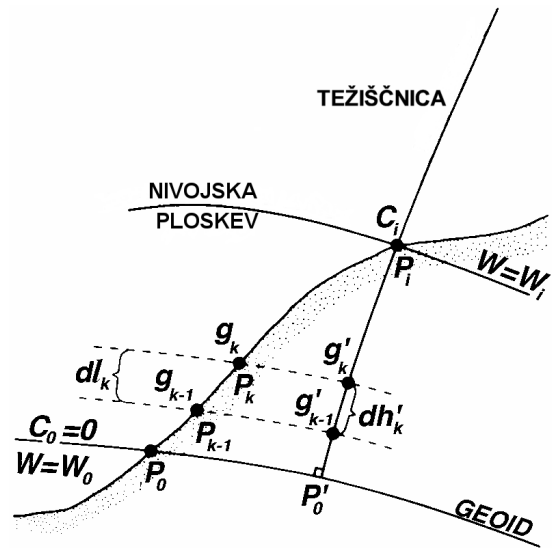
# Sistemi višin (3)

- Razlika potencialov med dvema točkama je neodvisna od poti niveliranja.

$$dW = -gdh$$

$$W_{P_i} - W_{P_0} = \int_{P_0}^{P_i} dW = - \int_{P_0}^{P_i} gdl = - \int_{P_0'}^{P_i'} g' dh'$$

Integriramo vzdolž terena ( $dl$ ),  
od geioda do točke  $P_i$ ;  
ali vzdolž težiščnice ( $dh'$ ) točke  $P_i$ .



## Geopotencialne višine (kote) (C)

- Geopotencialna višina je razlika potencialov, reducirana na geoid:

$$C_i = -(W_i - W_0) = (W_0 - W_i) = \int_{P_0}^{P_i} gdl = \int_{P_0'}^{P_i'} g' dh'$$

- Enota: **geopotencialno število 1 gpu**

$$10 \text{ m}^2\text{s}^{-2} = 1 \text{ gpu} = 1 \text{ kGalm} = 1000 \text{ Galm}$$

- Lastnosti geopotencialnih višin:

- neodvisne od poti niveliranja;
- vsaka točka je neločljivo določena z C;
- pozitivne nad geoidom, negativne pod geoidom;
- vse točke na isti nivojski ploskvi imajo enako geopotencialno koto;
- določamo jih na osnovi opazovanj na površju Zemlje;
- niso v [m], praktično neuporabne;
- ni geometrične razlage;
- ni povezave z GNSS-višinami.

# Nadmorske višine

- Vse vrste "nadmorskih" višin so v metrih.
- Izračunamo jih lahko na dva načina:
  - iz geopotencialne višine  $C$ :

$$H_{[m]} = \frac{C_{[m^2s^{-2}]}}{\text{pospešek}_{[ms^{-2}]}}$$

- s prištevanjem ustreznega popravka "nivelirani" višini:
  - višina = nivelirana višina + popravek
- Vrste višin:
  - dinamične višine,
  - ortometrične višine,
  - normalne višine

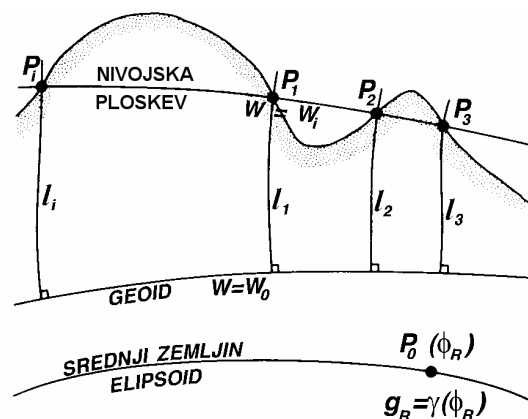
# Dinamične višine

- Dinamični popravek:

$$DP_{ij} = \int_{P_i}^{P_j} \frac{g_k - \gamma_0^{ref}}{\gamma_0^{ref}} \delta l_k = \sum_{k=i}^j \frac{g_k - \gamma_0^{ref}}{\gamma_0^{ref}} \delta l_k$$

- Lastnosti dinamičnih višin:

- točke na isti nivojski ploskvi imajo enako višino;
- popravki (DP) so lahko veliki;
- nimajo geometričnega pomena;
- ni povezave z GNSS-višinami.



# Ortometrične višine (1)

$$H = \int_{P_0}^{P_i} dh' \quad \text{Integriramo vzdolž težiščnice.}$$

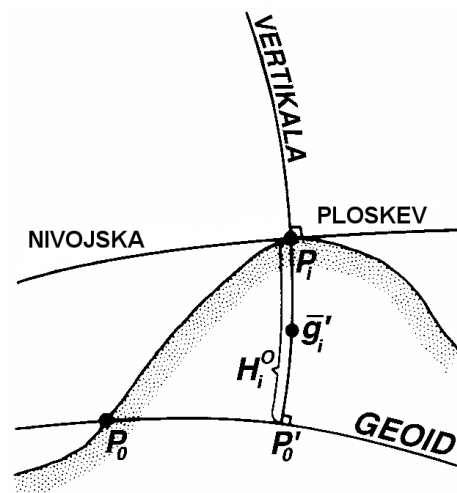
- Enačba za ortometrično višino:

- $$H_i = \frac{C_i}{\bar{g}_i'}$$

- Ortometrični popravek:

$$OP_{ij} = \sum_{k=i}^j \frac{g_k - \gamma_0^{ref}}{\gamma_0^{ref}} \delta l_k + \frac{\bar{g}_i' - \gamma_0^{ref}}{\gamma_0^{ref}} H_i - \frac{\bar{g}_j' - \gamma_0^{ref}}{\gamma_0^{ref}} H_j$$

- Ker lahko srednji težni pospešek vzdolž težiščnice določimo le na osnovi hipotez o gostoti mas, lahko v praksi določimo le bolj ali manj natančne aproksimacije ortometričnih višin.



# Ortometrične višine (2)

- Lastnosti ortometričnih višin:

- Obstaja geometrična razlaga.
- Geoid, izhodiščna ploskev ima fizikalno razlago.
- Popravki so mali.
- Povezava z GNSS-višinami:  $h = H + N$
- Dve točki z enako ortometrično višino ne ležita na isti nivojski ploskvi.
- Določimo jih lahko z uvedbo hipotez o gostoti mas Zemlje.



## Normalne višine (3)

- Normalni popravek:

$$NP_{ij} = \sum_{k=i}^j \frac{g_k - \gamma_0^{ref}}{\gamma_0^{ref}} \delta l_k + \frac{\bar{\gamma}_i - \gamma_0^{ref}}{\gamma_0^{ref}} H_i^N - \frac{\bar{\gamma}_j - \gamma_0^{ref}}{\gamma_0^{ref}} H_j^N$$

- Praktična formula za izračun povprečne težnosti:

$$\bar{\gamma} = \gamma_0 \left[ 1 - (1 + f + m - 2f \sin^2 \phi) \frac{h}{a} + \frac{h^2}{a^2} \right]$$

## Normalne-ortometrične (sferoidne) višine

- V uporabi so bile pri nas do konca leta 2018.
- V preteklosti so bile meritve težnosti zapletene i dolgotrajne, zato so v izrazu za geopotencialno koto namesto  $g$ -ja vzeli normalni težni pospešek -  $\gamma$ .

$$C_i^N = \int_{P_0}^{P_i} \gamma dl$$

- Metrično višino so dobili, ko so  $C_i^N$  delili z normalno težnostjo:

$$H_i^{NO} = \frac{C_i^N}{\bar{\gamma}_i}$$

- V praksi so se uporabljale praktične "sferoidne" formule  $\Rightarrow$  od tod tudi ime za višine.

# Zveze med višinami

- Med elipsoidno, ortometrično in normalno višino veljajo zveze:

$$h = H + N = H^N + \zeta$$

- Empirično velja naslednja zveza med kvazigeoidno in geoidno višino:

$$\zeta - N = 0,1 \bar{H} H \text{ [km]}$$

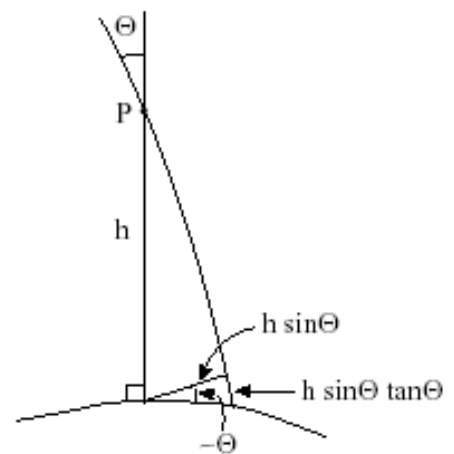
pri tem sta " $H_{\text{prečno}}$ " povprečna ortometrična višina območja in  $H$ , ortometrična višina točke obravnave.

## Razlika med navpičnico in normalo

- Geometrično se različne višine nanašajo na odseke različnih "težiščnic". Predvsem nastopa razlika med navpičnico in normalo na elipsoid pri ortometričnih in normalnih višinah (strogo je to normalna težiščnica, ne pa normala na elipsoid). Razlika med odsekom navpičnice in normale je sorazmerna odklonu navpičnice.

- Ustrezna višinska razlika je približno enaka:

$$\delta h \approx h \sin \Theta \tan \Theta$$



- Razlika je zanemarljiva, tudi pri ekstremnih odklonih ( $\Theta = 1'$ ,  $h = 10\,000$  m) je ta  $\delta h < 1$  mm. Torej lahko vse višine, ki imajo geometrično predstavo, štejemo vzdolž normale na elipsoid.