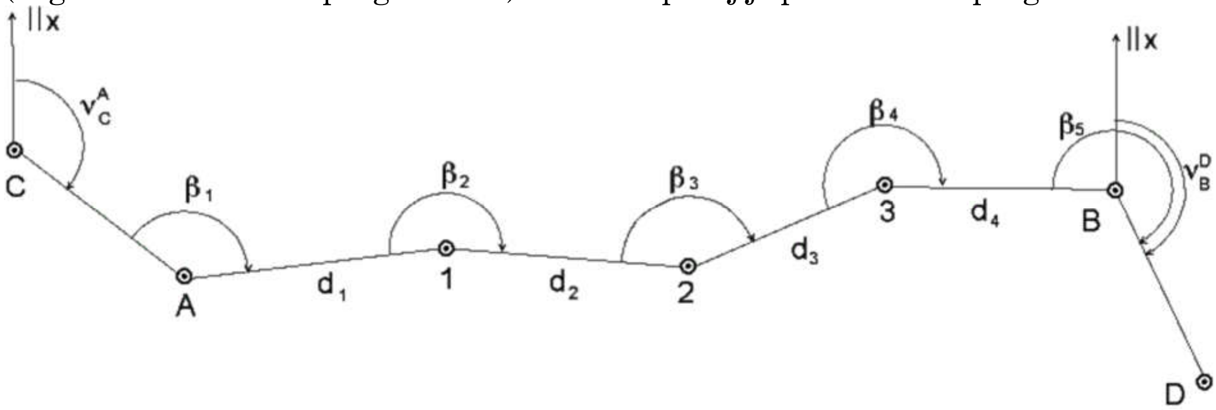
Izračun koordinat poligonskih točk

Poligonske točke povezane v poligone tvorijo poligonsko mrežo. Koordinate poligonskih točk računamo na osnovi merjenih *poligonskih stranic* in *lomnih kotov*. Poligonska stranica je razdalja med dvema poligonskima točkama. Lomni kot je kot med dvema poligonskima stranicama; vrh kota je poligonska točka.

Priklepni poligon

Priključeni ali priklepni poligon poteka med dvema danima točkama (trigonometričnima ali poligonskima). Na sliki spodaj je podan takšen poligon.



slika 1: priključeni (priklepni) poligon

Pri tem poligonu moramo poznati koordinate točk A, B, C, D. Merimo priklepna kota β_1, β_5 (priklepni koti so enaki kot lomni koti, le da se imenujejo tako zaradi tega, ker priklepajo poligon na dano točko), lomne kote β_2, β_3, β_4, in poligonske stranice d_1, d_2, d_3, d_4. Na osnovi danih in merjenih količin moramo izračunati neznane koordinate poligonskih točk 1, 2 in 3. Torej:

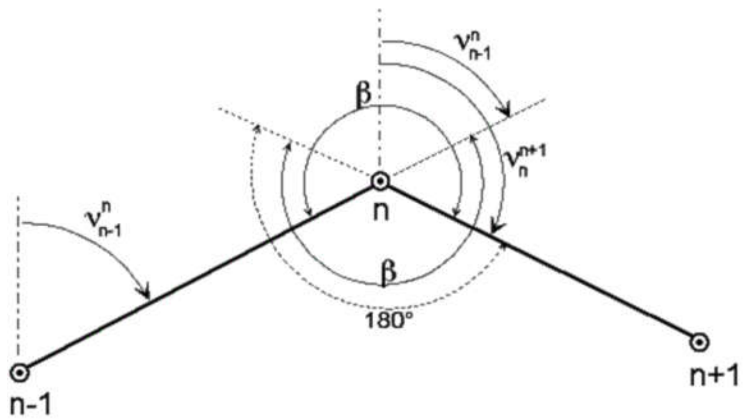
- Dano: točke A(Ya,Xa), B(Yb,Xb), C(Yc,Xc), D(Yd,Xd)
- Merjeno: β_1, β_5, β_2, β_3, β_4, d_1, d_2, d_3, d_4
- Neznano: 1 (Y_1,X_1), 2(Y_2,X_2), 3(Y_3,X_3)

Koordinate neznanih poligonskih točk izračunamo s pomočjo določenih smernih kotov med točkami poligona in merjenih poligonskih stranic.

Najprej iz danih koordinat izračunamo začetni smerni kot ν_C^A in končni smerni kot ν_B^D:

$$\tan \nu_C^A = \frac{Y_A - Y_C}{X_A - X_C} \qquad \tan \nu_B^D = \frac{Y_D - Y_B}{X_D - X_B}$$

Da bi izračunali neznane koordinate poligonskih točk moramo izračunati koordinatne razlike Δy in Δx, začenši od prve dane točke A. Koordinatne razlike med točkami poligona pa lahko izračunamo na osnovi znanih smernih kotov posameznih poligonskih stranic. Te izračunamo s pomočjo merjenih lomnih (priklepnih kotov). Najprej si poglejmo zvezo med smernimi in lomnimi koti (slika 2).



slika : izračun smernega kota poligonske stranice

Smerni kot *n*-te stranice dobimo, če smernemu kotu prejšnje stranice prištejemo lomni kot na točki ter vsoti prištejemo, ali odštejemo 180°. Splošno velja:

$$\nu_{n}^{n+1} = \nu_{n-1}^{n} + \beta_{n} \pm 180°$$

180° prištejemo takrat, kadar je vsota manjša od 180°, odštejemo če je vsota večja od 180°.

Za poligon na sliki lahko izračunamo smerne kote na naslednji način:

$$\nu_{A}^{1} = \nu_{C}^{A} + \beta_{1} \pm 180°$$
$$\nu_{1}^{2} = \nu_{A}^{1} + \beta_{2} \pm 180°$$
$$\nu_{2}^{3} = \nu_{1}^{2} + \beta_{3} \pm 180°$$
$$\nu_{3}^{B} = \nu_{2}^{3} + \beta_{4} \pm 180°$$
$$\nu_{B}^{D} = \nu_{3}^{B} + \beta_{5} \pm 180°$$

Smerni kot ν_B^D smo si že v začetku izračunali iz koordinat točk B in D in obe vrednosti bi morali biti enaki. Zaradi neizogibnih napak pri merjenju lomnih kotov, smerna kota ne bosta enaka.

Če zgornje enačbe seštejemo, dobimo:

$$\nu_{B}^{D} = \nu_{C}^{A} + [\beta] \pm n * 180° \qquad [\beta] = \sum_{i=1}^{n} \beta_i$$

Tako izračunani smerni kot ν_B^D bo odstopal od smernega kota, ki smo ga izračunali iz koordinat. To odstopanje imenujemo *kotno nesoglasje* in ga označujemo z f_β. Izračunamo ga po enačbi:

$$f_\beta = (\nu_{B}^{D} + n * 180°) - (\nu_{C}^{A} + [\beta])$$

"MORA" – "JE"

pri čemer je *n* število lomnih kotov (število "bet") v poligonu.

Kotno nesoglasje f_β mora biti manjše ali enako od dopustnega nesoglasja Δ_β. Dopustno nesoglasje je določeno s pravilnikom in je odvisno od:

- vrste uporabljenega instrumenta (podatek, natančnost...)
- metoda izmere.

Če je kotno nesoglasje manjše od dopustnega, ga razdelimo enakomerno na vse merjene kote. Zatem izračunamo popravke za merjene lomne kote: kotno nesoglasje delimo s številom lomnik kotov (brez ostanka). Popravki so v sekundah in so celoštevilčne vrednosti, ne decimalne.

$$v_{\beta_i} = \frac{f_\beta}{n}$$

Računska kontrola izračuna popravkov lomnih kotov se glasi:

$$[v_\beta] = f_\beta$$

S popravljenimi lomnimi koti lahko izračunamo dokončne smerne kote poligonskih stranic in nato koordinatne razlike (koordinatne razlike računamo na toliko decimalk, na kolikor so podane izmerjene poligonske stranice):

$$\begin{aligned} \Delta y_1 &= d_1 \sin \nu_A^1 & \Delta x_1 &= d_1 \cos \nu_A^1 \\ \Delta y_2 &= d_2 \sin \nu_1^2 & \Delta x_2 &= d_2 \cos \nu_1^2 \\ \Delta y_3 &= d_3 \sin \nu_2^3 & \Delta x_3 &= d_3 \cos \nu_2^3 \\ \Delta y_4 &= d_4 \sin \nu_3^B & \Delta x_4 &= d_4 \cos \nu_3^B \end{aligned}$$

Vsota izračunanih koordinatnih razlik bi morala biti enaka razliki koordinat danih točk A in B:

$$[\Delta y] \neq Y_B - Y_A \qquad [\Delta x] \neq X_B - X_A$$

Zaradi neizogibnih napak pri merjenju poligonskih stranic pride do t.i. *koordinatnih nesoglasij*:

$$f_y = (Y_B - Y_A) - [\Delta y] \qquad f_x = (X_B - X_A) - [\Delta x]$$

"MORA" – "JE"

Iz koordinatnih nesoglasij lahko izračunamo *skupno linearno nesoglasje* f_d.

$$f_d = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$$

To mora biti manjše ali enako dopustnemu linearnemu nesoglasju Δ_d:

$$f_d \leq \Delta_d$$

Koordinatna nesoglasja f_y in f_x porazdelimo na koordinatne razlike in to sorazmerno dolžinam posameznih poligonskih stranic. Izračunamo popravke $v_{\Delta y}$ in $v_{\Delta x}$:

$$v_{\Delta y_i} = \frac{f_y}{[d]} d_i \qquad v_{\Delta x_i} = \frac{f_x}{[d]} d_i$$

Računska kontrola izračuna popravkov koordinatnih razlik je:

$$[v_{\Delta y}] = f_y \qquad [v_{\Delta x}] = f_x$$

Izračunane popravke algebrsko prištejemo posameznim koordinatnim razlikam. (Predznak popravkov je odvisen od predznaka koordinatnega nesoglasja). Tako dobimo popravljene koordinatne razlike $\Delta y'_i$ in $\Delta x'_i$:

$$\Delta y'_i = \Delta y_i + v_{\Delta Y_i} \qquad \Delta x'_i = \Delta x_i + v_{\Delta X_i}$$

S popravljenimi koordinatnimi razlikami izračunamo koordinate poligonskih točk:

$$Y_1 = Y_A + \Delta y'_1 \qquad X_1 = X_A + \Delta x'_1$$
$$Y_2 = Y_1 + \Delta y'_2 \qquad X_2 = X_1 + \Delta x'_2$$
$$Y_3 = Y_2 + \Delta y'_3 \qquad X_3 = X_2 + \Delta x'_3$$
$$Y_B = Y_3 + \Delta y'_4 \qquad X_B = X_3 + \Delta x'_4$$

Zadnja računska kontrola je ta, da z algebrskim seštevanjem koordinatnih razlik, moramo od dane točke A priti točno v dano točko B. Zaradi zaokroževanja lahko pride do razlike ene do dveh enot na zadnjem decimalnem mestu.

Vsa računanja se ponavadi opravijo v trigonometričnem obrazcu številka 19.

Zaključeni poligon

Zaključeni poligon poteka od ene dane točke in se zaključi na isti dan točki. Dana točka je lahko trigonometrična točka ali že prej določena poligonska točka.

Poligon izhaja iz točke ⊙1 in se zaključi na isti točki. Na poligonu na sliki xx zgoraj sta podani točk1 ⊙A in ⊙1. Merimo oba priklepna kota β_1, in β_6, lomne kote β_2, β_3, β_4, β_5, ter poligonske stranice d_1, d_2, d_3, d_4, d_5. Računamo koordinate točk ⊙2, ⊙3, ⊙4 in ⊙5.

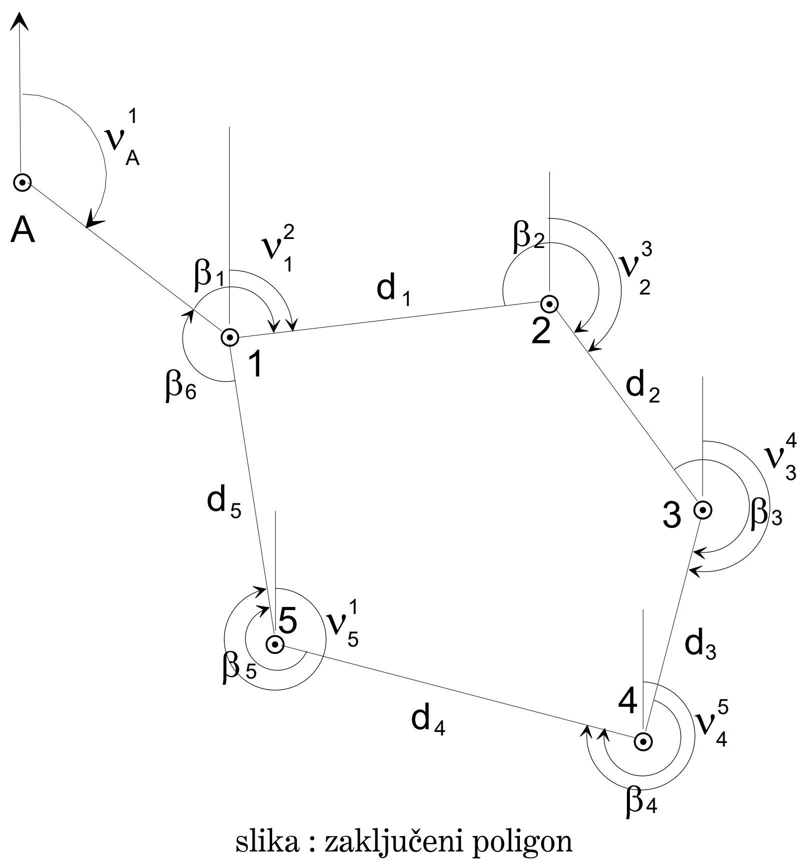
Merimo vse lomne kote β_1, β_2, β_3, β_4, β_5 in poligonske stranice d_1, d_2, d_3, d_4.

Postopek izračuna je enak kot pri priklepnem poligonu. Začetni smerni kot je tu ν_A^1, končni smerni kot pa ν_1^A. Kotno nesoglasje lahko izračunamo kot:

$$f_\beta = (\nu_1^A + n * 180°) - (\nu_A^1 + [\beta])$$

"MORA" – "JE"

pri čemer je n število lomnih kotov (število β) v poligonu.



slika : zaključeni poligon

Kotno nesoglasje f_β mora biti manjše ali enako od dopustnega nesoglasja Δ_β. Če je kotno nesoglasje manjše od dopustnega, ga razdelimo enakomerno na vse merjene kote. Zatem izračunamo popravke za merjene lomne kote in to tako, da kotno nesoglasje delimo s številom lomnik kotov (brez ostanka).

$$v_{\beta_i} = \frac{f_\beta}{n}$$

Računska kontrola izračuna popravkov lomnih kotov se glasi:

$$[v_\beta] = f_\beta$$

S popravljenimi lomnimi koti lahko izračunamo dokončne smerne kote poligonskih stranic in nato koordinatne razlike:

$$\begin{array}{ll}
\Delta y_1 = d_1 \sin \nu_1^2 & \Delta x_1 = d_1 \cos \nu_1^2 \\
\Delta y_2 = d_2 \sin \nu_2^3 & \Delta x_2 = d_2 \cos \nu_2^3 \\
\Delta y_3 = d_3 \sin \nu_3^4 & \Delta x_3 = d_3 \cos \nu_3^4 \\
\Delta y_4 = d_4 \sin \nu_4^5 & \Delta x_4 = d_4 \cos \nu_4^5 \\
\Delta y_5 = d_5 \sin \nu_5^1 & \Delta x_5 = d_5 \cos \nu_5^1
\end{array}$$

Vsota izračunanih koordinatnih razlik v zaključenem poligonu bi morala biti enaka nič:

$$[\Delta y] \neq 0 \qquad \text{in} \qquad [\Delta x] \neq 0$$

Zaradi neizogibnih napak pri merjenju poligonskih stranic nastopi t.i. *koordinatno nesoglasje*:

$$\begin{array}{ll}
f_y = 0 - [\Delta y] & f_y = -[\Delta y] \\
f_x = 0 - [\Delta x] & f_x = -[\Delta x]
\end{array}$$

Tudi tukaj mora biti skupno linearno nesoglasje f_d manjše ali enako dopustnemu linearnemu nesoglasju: $f_d = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$; $f_d \leq \Delta_d$.

Koordinatna nesoglasja f_y in f_x porazdelimo na koordinatne razlike in to sorazmerno dolžinam posameznih poligonskih stranic. Izračunamo popravke koordinatnih razlik $v_{\Delta y}$ in $v_{\Delta x}$:

$$v_{\Delta y_i} = \frac{f_y}{[d]} d_i \qquad\qquad v_{\Delta x_i} = \frac{f_x}{[d]} d_i$$

Računska kontrola izračuna popravkov koordinatnih razlik je:

$$[v_{\Delta y}] = f_y \qquad [v_{\Delta x}] = f_x$$

Izračunane popravke algebrsko prištejemo posameznim koordinatnim razlikam. (Predznak popravkov je odvisen od predznaka koordinatnega nesoglasja). Tako dobimo popravljene koordinatne razlike $\Delta y'_i$ in $\Delta x'_i$:

$$\Delta y'_i = \Delta y_i + v_{\Delta Yi} \qquad \Delta x'_i = \Delta x_i + v_{\Delta Xi}$$

S popravljenimi koordinatnimi razlikamo izračunamo koordinate poligonskih točk:

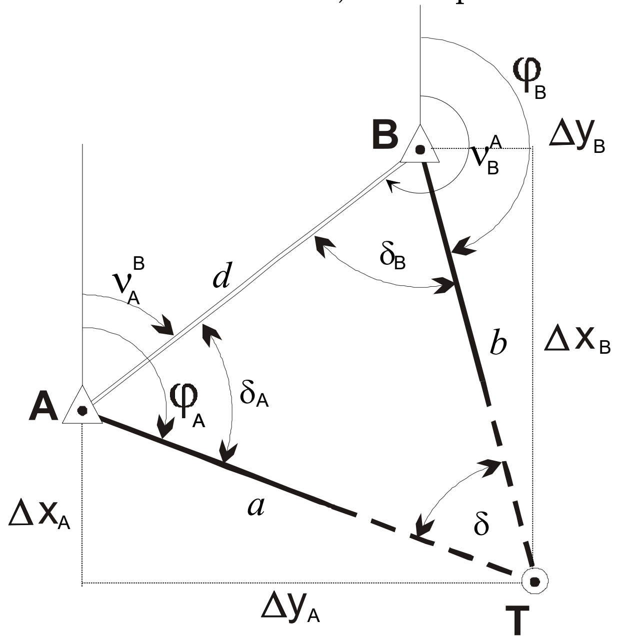
$$\begin{array}{ll}
Y_1 = Y_A + \Delta y'_1 & X_1 = X_A + \Delta x'_1 \\
Y_2 = Y_1 + \Delta y'_2 & X_2 = X_1 + \Delta x'_2 \\
Y_3 = Y_2 + \Delta y'_3 & X_3 = X_2 + \Delta x'_3 \\
Y_4 = Y_3 + \Delta y'_4 & X_4 = X_3 + \Delta x'_4 \\
Y_5 = Y_4 + \Delta y'_5 & X_5 = X_4 + \Delta x'_5
\end{array}$$

Zadnja računska kontrola je ta, da z algebrskim seštevanjem koordinatnih razlik, začenši od dane točke 1 pridemo nazaj v isto točko 1. Lahko nastopi razlika ene do dveh enot na zadnjem decimalnem mestu, zaradi zaokroževanja.

Zunanji urez

Zunanji urez je postopek določitve koordinat neznane točke na osnovi opazovanih *zunanjih* smeri z dveh danih točk. Zunanja smer je smer z dane točke na novo točko. Poleg zunanjih smeri obstajajo tudi t.i *notranje smeri* → smeri z novih točk na dane točke.

Pri zunanjem urezu opazujemo smeri z dveh danih točk do nove točke, podane so koordinate teh dveh točk, iščemo pa koordinate točke neznane točke.



merjeno:
δ_A, δ_B
dano:
A (Y_A,X_A), B (Y_B, X_B)
neznano:
T (Y_T, X_T)

Smerni kot ν_A^B oz. ν_B^A izračunamo iz koordinat danih točk A in B.

φ_A in φ_B sta orientirani smeri. *Orientirana smer* je kot, ki ga oklepa neka smer s severom. Iz slike je razvidno, da orientirane smeri izračunamo:

$$\varphi_A = \nu_A^B + \delta_A$$
$$\varphi_B = \nu_B^A - \delta_B$$

oz. kot δ v oglišču T izračunamo kot:

$$\delta_A = \varphi_A - \nu_A^B$$
$$\delta_B = \nu_B^A - \varphi_B = (\nu_A^B \pm 180°) - \varphi_B$$
$$\delta = \varphi_B - \varphi_A$$

Računska kontrola je: $\delta_A + \delta_B + \delta = 180°$.

Da bi izračunali koordinate točke T prvo izračunamo koordinatne razlike med točkami A oz. B in T. Pri tem obstajata dva načina izračuna koordinatnih razlik od točk A in B do točke T.

I. način:

iz sinusovega izreka izračunamo stranice trikotnika a in b.

$$\frac{d}{\sin\delta}=\frac{b}{\sin\delta_A} \qquad \frac{d}{\sin\delta}=\frac{a}{\sin\delta_B}$$

$$b=\frac{d}{\sin\delta}\sin\delta_A \qquad a=\frac{d}{\sin\delta}\sin\delta_B$$

S pomočjo stranic lahko izračunamo koordinatne razlike od točke A do T oz. od točke B do T:

$$\Delta y_A = a\sin\varphi_A \qquad \Delta y_B = b\sin\varphi_B$$

$$\Delta x_A = a\cos\varphi_A \qquad \Delta x_B = b\cos\varphi_B$$

Koordinate točke T so:

$$Y_T' = A_A + \Delta y_A \qquad X_T' = X_A + \Delta x_A$$

$$Y_T'' = Y_B + \Delta y_B \qquad X_T'' = X_B + \Delta x_B$$

Na koncu sledi še zadnja kontrola (koordinati točke T morata biti enaki, če jih računamo s točke A ter s točke B):

$$Y_T' = Y_T'' \qquad X_T' = X_T''$$

II. **način**:

$$y_T - y_A = \Delta y_A = (x_T - x_A)\tan\varphi_A$$

$$y_T - y_B = \Delta y_B = (x_T - x_B)\tan\varphi_B$$

$$\Rightarrow x_T = \frac{y_B - y_A - x_B\tan\varphi_B + x_A\tan\varphi_A}{\tan\varphi_A - \tan\varphi_B}$$

$$x_T - x_A = \Delta x_A = \frac{(y_B - y_A) - (x_B - x_A)\tan\varphi_A}{\tan\varphi_A\tan\varphi_B}$$

$$x_T - x_B = \Delta x_B = \frac{(y_B - y_A) - (x_B - x_A)\tan\varphi_B}{\tan\varphi_A\tan\varphi_B}$$

$$Y_T' = A_A + \Delta y_A \qquad X_T' = X_A + \Delta x_A$$

$$Y_T'' = Y_B + \Delta y_B \qquad X_T'' = X_B + \Delta x_B$$

zadnja kontrola je enaka:

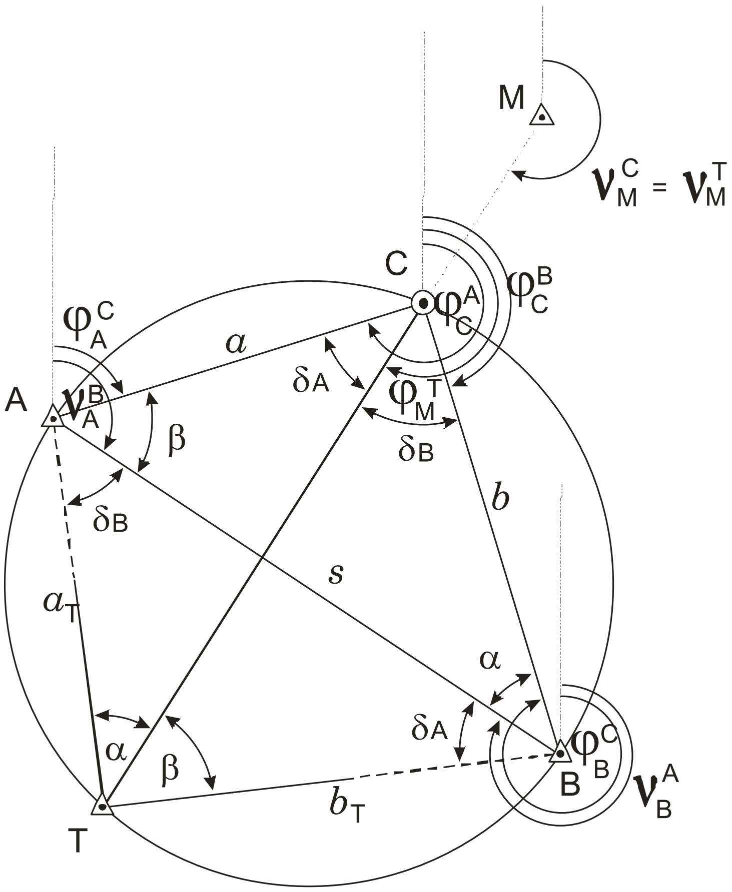
$$Y_T' = Y_T'' \qquad X_T' = X_T''$$

Notranji urez

Notranji urez pomeni določitev koordinat nove točke s pomočjo opazovanih notarnjih smeri z nove točke do tri dane točke. Obstaja veliko različnih rešitev problema notranjega ureza. Tu bomo podali rešitev po Collinsu.

Dano: $A (Y_A, X_A)$, $B(Y_B,X_B)$, $M(Y_M,X_M)$
Merjeno: kota α in β.
Neznano: koordinate nove točke $T(Y_T,X_T)$

Skozi točke T, A in B postavimo krog. Premica TM seka ta krog v točki C (v slavo Collinsa se imenuje Collinsova (pomožna) točka).



slika : notranji urez (rešitev po Collinsu)

$$\tan \nu_A^B = \frac{Y_B - Y_A}{X_B - X_A} = \frac{\Delta Y_A^B}{\Delta X_A^B}$$

$$s_{AB} = \sqrt{(Y_B - Y_A)^2 + (X_B - X_A)^2}$$

V trikotniku ΔABC sta v ogliščih A in B dana kota α in β. Iz smernega kota ν_A^B in kotov α in β izračunamo orientirane smeri s točk A in B na točko C:

$$\varphi_A^C = \nu_A^B - \beta \qquad \varphi_B^C = \nu_B^A + \alpha = \nu_A^B + \alpha + \pi$$

Kontrola:

$$\delta = 180° - (\alpha + \beta) = \varphi_A{}^C - \varphi_B{}^C, \quad \delta = \delta_A + \delta_B$$

Izračun koordinat Collinsove (pomožne) točke $C(y_C,x_C)$ opravimo na osnovi danih koordinat A in B ter orientiranih smeri $\varphi_A{}^C$ in $\varphi_B{}^C$.

$$m = 2 \bullet r = \frac{s}{\sin\delta}, \text{ pri čemer je } \delta = \delta_A + \delta_B$$

$$a = \overline{AC} = m \sin\alpha \qquad b = \overline{BC} = m \sin\beta$$

$$\Delta y_A^C = a \sin\varphi_A^C \qquad \Delta x_A^C = a \cos\varphi_A^C$$

$$\Delta y_B^C = b \sin\varphi_B^C \qquad \Delta x_B^C = b \cos\varphi_B^C$$

$$y_C = y_A + \Delta y_A^C = y_B + \Delta y_B^C$$

$$x_C = x_A + \Delta x_A^C = x_B + \Delta x_B^C$$

Sedaj imamo določen položaj točke C. Zanima nas položaj točke T. Prvo izračunamo smerni kot s točke M na novo točko C:

$$\tan \nu_M^C = \frac{Y_C - Y_M}{X_C - X_M} = \frac{\Delta Y_M^C}{\Delta X_M^C}$$

Z njegovo pomočjo izračunamo lahko orientirane smeri na novo točko T.

$$\delta_A = \nu_M{}^C - \varphi_C{}^B \qquad \delta_B = \varphi_C{}^A - \nu_M{}^C$$

$$\varphi_A{}^T = \nu_A{}^B + \delta_A$$

$$\varphi_B{}^T = \nu_B{}^A - \delta_B$$

$$a_T = \overline{AT} = m \sin\delta_B$$

$$b_T = \overline{BT} = m \sin\delta_A$$

$$\Delta y_A^T = a_T \sin\varphi_A^T \qquad \Delta x_A^T = a_T \cos\varphi_A^T$$

$$\Delta y_B^T = b_T \sin\varphi_B^T \qquad \Delta x_B^T = b_T \cos\varphi_B^T$$

$$Y_T' = A_A + \Delta y_A^T \qquad X_T' = X_A + \Delta x_A^T$$

$$Y_T'' = Y_B + \Delta y_B^T \qquad X_T'' = X_B + \Delta x_B^T$$

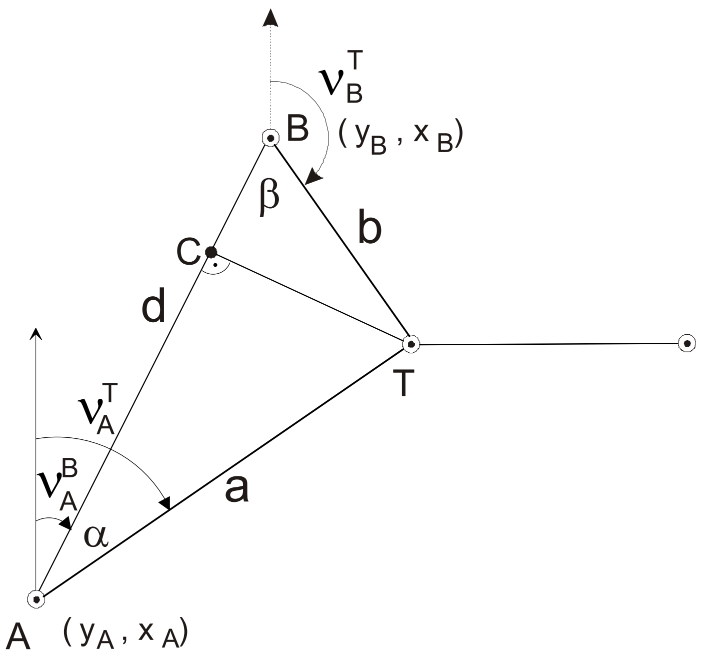
zadnja kontrola je enaka kot pri zunanjem urezu:

$$Y_T' = Y_T'' \qquad X_T' = X_T''$$

Očitno je, da je Collinsova rešitev notranjega ureza enaka dvojnemu zunanjemu urezu.

Ločni presek

Ločni presek uporabljamo za izračun koordinat točk kadar imamo, namesto merjenih smeri, na voljo merjene razdalje od dveh (treh) danih točk do nove točke.



merjeno:
a, *b*
dano:
A (Y_A,X_A), B (Y_B, X_B)
neznano:
T (Y_T, X_T)

Podobno kot pri zunanjem urezu lahko tudi ločni presek izračunamo na dva načina.

1. način (trigonometrični):

Iz kosinusovega izreka izračunamo kote v trikotniku ΔABT:

$$a^2 = d^2 + b^2 - 2db\cos\beta$$

$$b^2 = d^2 + a^2 - 2da\cos\alpha$$

$$\Rightarrow \quad \cos\alpha = \frac{d^2 + a^2 - b^2}{2da} \qquad \cos\beta = \frac{d^2 + b^2 - a^2}{2db}$$

kontrola je: $d = a\cos\alpha + b\cos\beta$

Zatem izračunamo smerne kote stranic trikotnika *a* in *b*:

$$\nu_A{}^T = \nu_A{}^B + \alpha$$

$$\nu_B{}^T = \nu_B{}^A - \beta$$

Smerni kot $\nu_A{}^B$ izračunamo iz koordinat danih točk A in B. S pomočjo smernih kotov izračunamo koordinatne razlike od A in B do točke T:

$$\Delta y_A^T = a\sin\nu_A^T \qquad \Delta x_A^T = a\cos\nu_A^T$$

$$\Delta y_B^T = b\sin\nu_B^T \qquad \Delta x_B^T = b\cos\nu_B^T$$

$$Y_T\,' = A_A + \Delta y_A^T \qquad\qquad X_T\,' = X_A + \Delta x_A^T$$
$$Y_T\,'' = Y_B + \Delta y_B^T \qquad\qquad X_T\,'' = X_B + \Delta x_B^T$$

2. način (geodetski):

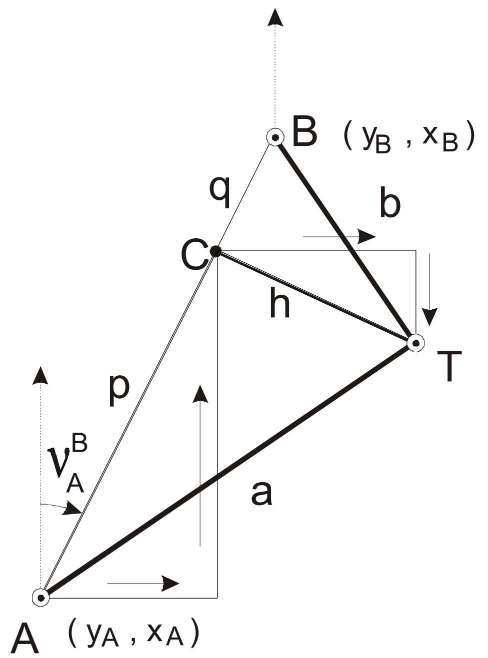
Način računanja je enak izračunu koordinat linijskih točk. Tukaj računamo delne koordinatne razlike od točk A (B) do točke C (vznožje višine h) ter naprej od točke do nove točke T (glej sliko).

h je višina v trikotniku ΔABT

p, q projekciji stranic a in b na stranico d

Zveza med projekcijami ter višino in stranicami:

$$h^2 = b^2 - q^2$$
$$h^2 = a^2 - p^2$$
$$a^2 - b^2 = p^2 - q^2$$
$$a^2 - b^2 = (p+q)(p-q) \qquad\qquad (p+q) = d$$
$$\frac{a^2 - b^2}{2d} = \frac{p-q}{2}$$
$$\frac{d}{2} = \frac{p+q}{2}$$



slika: ločni presek (geodetska rešitev)

Projekciji p in q lahko izračunamo iz zgornjih zvez:

$$p = \frac{p+q}{2} + \frac{p-q}{2}$$

$$q = \frac{p+q}{2} - \frac{p-q}{2}$$

Če je točka z desne strani daljice AB (velja da je $h \oplus$):

$$Y_T^{'} = Y_A + p \sin \nu_A^B + h \cos \nu_A^B \qquad Y_T^{'} = Y_B - q \sin \nu_A^B + h \cos \nu_A^B$$

$$X_T^{'} = X_A + p \cos \nu_A^B - h \sin \nu_A^B \qquad X_T^{''} = X_B - q \sin \nu_A^B - h \sin \nu_A^B$$

Če je točka z leve strani daljice AB (velja da je $h \ominus$):

$$Y_T^{'} = Y_A + p \sin \nu_A^B - h \cos \nu_A^B \qquad Y_T^{'} = Y_B - q \sin \nu_A^B - h \cos \nu_A^B$$

$$X_T^{'} = X_A + p \cos \nu_A^B + h \sin \nu_A^B \qquad X_T^{''} = X_B - q \sin \nu_A^B + h \sin \nu_A^B$$

Zadnja kontrola:

$$Y_T\,' = A_A + \Delta y_A^T \qquad X_T\,' = X_A + \Delta x_A^T$$

$$Y_T\,'' = Y_B + \Delta y_B^T \qquad X_T\,'' = X_B + \Delta x_B^T$$