Gravimetrija

- Gravimetrija → veda o metodah merjenja in vrednotenja težnega pospeška.
- "gravis" – težek in "μετρειν" – meriti.
- Enote za težni pospešek:
  - SI enota: 1 ms^{-2},
  - enote v praksi (CGS sistem merskih enot): 1 cms^{-2} = 1 Gal.

količina	SI enote	uporabniške
težnost	10^{-2} ms^{-2}	1 Gal
(težni pospešek)	10^{-5} ms^{-2}	1 mGal
	10^{-8} ms^{-2}	1 μGal
težnostni potencial	10 m^2s^{-2} =	1 kGal
	= 1 g.p.u.	

9,805 928 45 ms^{-2}
980 592 8,45 μms^{-2}
9 80 592 845 μgal
9 80 592,845 mGal

  - Zveza: 1 mGal = 10 μms^{-2}; 1 μGal = 0,01 μms^{-2}.

Metode določitve težnega pospeška

- Za določitev težnega pospeška se uporabljata samo dve fundamentalni količini, vezani za pospešek:
  - čas in dolžina ⇒ [ms^{-2}].
- Metode merjenja:
  - dinamične,
  - statične.
- Dinamične metode obravnavajo gibanje telesa pod vplivom sile teže.
- Statične metode obravnavajo spremembo ravnovesja telesa, kot posledico delovanja sile teže in njej nasprotne sile. Nasprotna sila je lahko sila prožnosti vzmeti, torzija nitke, membrane ...

Gravimetri

- Gravimetri: instrumenti za merjenje težnega pospeška.
- Gravimetri:
  - absolutni,
  - relativni.
- Z absolutnimi gravimetri določamo vrednost težnega pospeška v absolutnem znesku na točki.
- Relativni gravimetri nam dajo relativne vrednosti težnega pospeška med dvema točkama (vrednost g-ja glede na točko z znano vrednostjo težnega pospeška).

Absolutni gravimetri

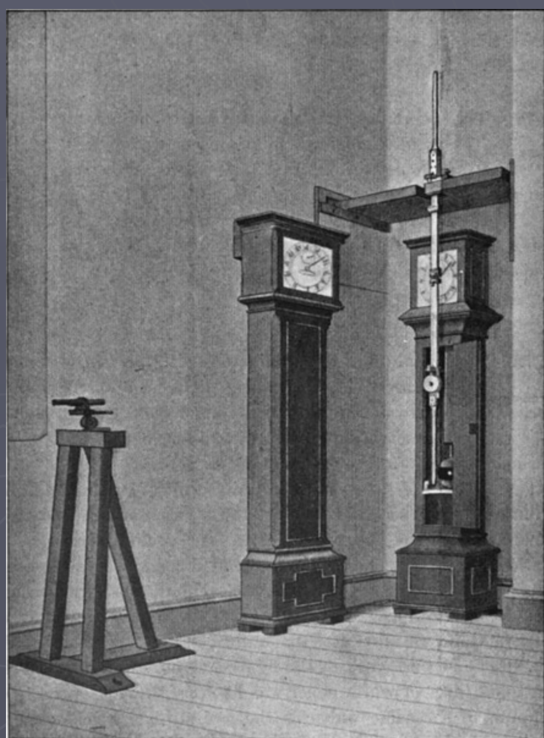
- Absolutne vrednosti težnega pospeška se določajo izključno s pomočjo dinamičnih metod. Pri tem se uporablja:
  - nihanje telesa pod vplivom sile teže,
  - prosti pad telesa.
- Konstrukcija absolutnih gravimetrov:
  - nihala,
  - balistični instrumenti.

Nihala kot gravimetri

- Nihalo kot ura: C. Huygens XVII. st.

- J. Richer je leta 1672 ugotovil, da ura (kalibrirana v Parizu) v J. Ameriki zamuja 2,5 minuti: $\rightarrow$ odvisnost sile teže od geografske širine.

- P. Bouguer (1749) je merjenjem v Andih določal odvisnost težnega pospeška od višine.
- J.C. Borda i J.D. Cassini sta ob koncu XVIII. st. dosegla natančnost 10^{-5} *g*.
- V začetku XIX. st. so konstruirana prva nitna nihala (Bessel), in reverzibilna nihala – Henry Kater (1818).



Nihala kot gravimetri

- Princip delovanja je zasnovan na teoriji matematičnega nihala.
- Matematično nihalo ne obstaja v naravi. Je teoretični predmet in ga lahko le približno realiziramo. Matematično nihalo modeliramo kot masno točko, pripeto na vrvico, ki rotira okoli fiksne točke v prostoru.
- Matematično nihalo → idealno težno nihalo. Lastnosti:
  - nitka, na kateri visi masna točka, je brez teže,
  - masna točka ima maso, ki se nahaja na koncu nitke,
  - gibanje se izvaja v eni ravnini,
  - gibanja ne moti nikakršen upor,
  - nihanje nastane samo zaradi sile težnosti na masno točko.
- Gibanje matematičnega nihala lahko za majhne zasuke opišemo kot enostavno harmonično gibanje.

Težno nihalo

- Težno nihalo je utež, obešena na koncu toge ali raztegljive žice ali palice. Težno nihalo niha na osi, ki ne gre skozi njegovo težišče.
- V praksi se težno nihalo realizira kot nitno nihalo (pri njem je celotna masa zbrana v točkastem telesu, obešenem na neraztegljivi vrvici, katere maso lahko zanemarimo - čeprav v resnici temu ni tako.).

Določitev g-ja z nihalom

- Za male amplitude perioda (T) nihanja matematičnega nihala ni odvisna od same amplitude:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

- Nihajni čas je torej neodvisen od tega kako močno zamajamo nihalo, ampak je odvisen le od dolžine vrvice in težnega pospeška.
- Težni pospešek lahko izračunamo kot:

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$$

Perioda težnega nihala

- Če je utež kroglica (r, m) velja za periodo nihanja:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(\frac{1+\frac{2}{3}\left(\frac{r}{l}\right)^2+\frac{1}{3}\cdot\frac{m'}{m}}{1+\frac{1}{2}\cdot\frac{m'}{m}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

kjer je m' masa niti, l razdalja med osjo rotacije in središčem krogle.

- V primeru da je $m' << m$ je enačba preprostejša.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1+\frac{2}{5}\left(\frac{r}{l}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}$$

- Praktičen problem je realizacija točke nihanja (rotacijska os), kar povzroča sistematične napake določitve dolžine nihala (niti) l.

Pogreški pri merjenju z nihali

- Za določitev g-ja moramo poznati:
  - dolžino nihala l, čas nihanja T, amplitudo.
- Za dosego visoke natančnosti določitve g-ja moramo tudi dolžino in periodo poznati z visoko natančnostjo.
  - n.pr. če želimo določiti g s natančnostjo 1 mGal $\rightarrow$

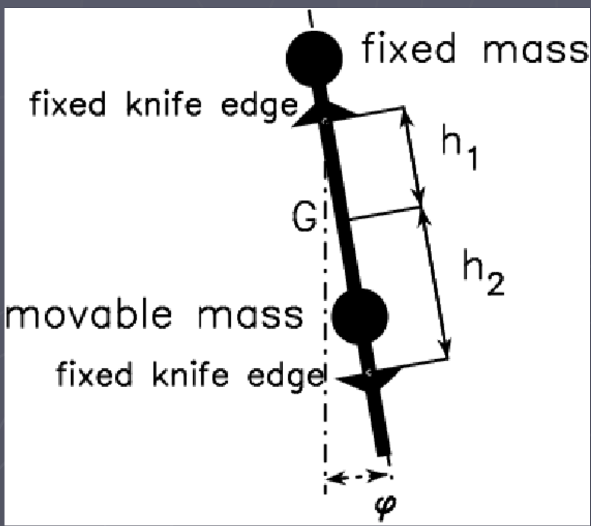
$$dg = \frac{4\pi^2}{T^2} dl \qquad dg = \pm 10 dl$$

  za $T = 1\ \mathrm{s}$, $dg = 1\ \mathrm{mGal}$
  $\rightarrow$ moramo poznati dolžino nihala s natančnostjo: $dl = \pm\, 1\mu\mathrm{m}$,
  - in pri tem izmeriti periodo s $dT = \pm\, 1\mu\mathrm{s}$.

Izboljšane konstrukcije nihalnih gravimetrov

- Takšno natančnost omogoča šele uporaba laserskih interferometrov in atomskih ur!
- Henry Kater je konstruiral obrnljivo nihalo ("reversible" pendulum).
- Niha lahko okrog dveh osi, po navadi simetričnih glede na masno središče. Njegova prednost je v tem, da ni treba določiti njegovega masnega središča.

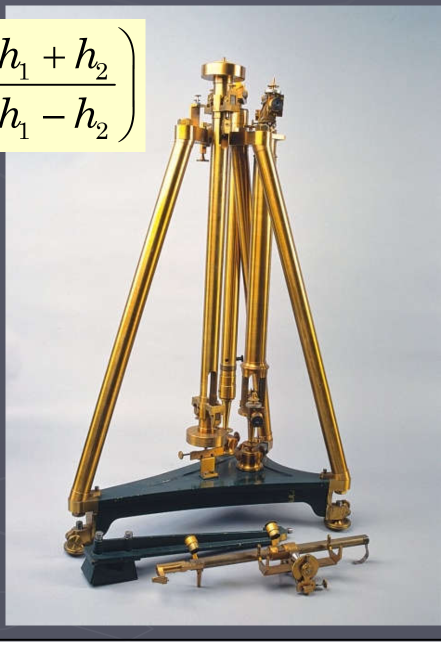
$$g = \frac{8\pi^2}{\frac{T_1^2 + T_2^2}{l_1 + l_2} + \frac{T_1^2 - T_2^2}{l_1 - l_2}}$$



Obrnljiva nihala

- Katerjevo nihalo.
- Bessel je predlagal določitev periode ustreznega navadnega nihala, če sta periodi T_1 in T_2, približno enaki (kar dosežemo s premikanjem uteži po niti):

$$T^2 = \frac{T_1^2 + T_2^2}{2} + \frac{T_1^2 - T_2^2}{2}\left(\frac{h_1 + h_2}{h_1 - h_2}\right)$$



- Repsoldova konstrukcija (1864).

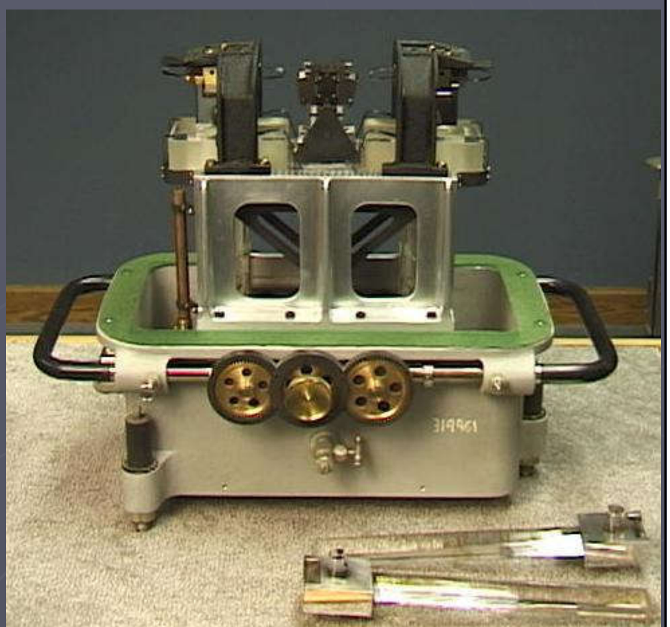
Gravimetri z dvema nihaloma

- Bessel je predlagal uporabo dveh nihal različnih dolžin: l_1 i l_2.
- Težni pospešek se lahko izračuna iz:

$$g = 4\pi^2 \frac{l_1 - l_2}{T_1^2 - T_2^2}$$

v enačbi nastopa razlika dolžin nihal, (lažje se določa).

-

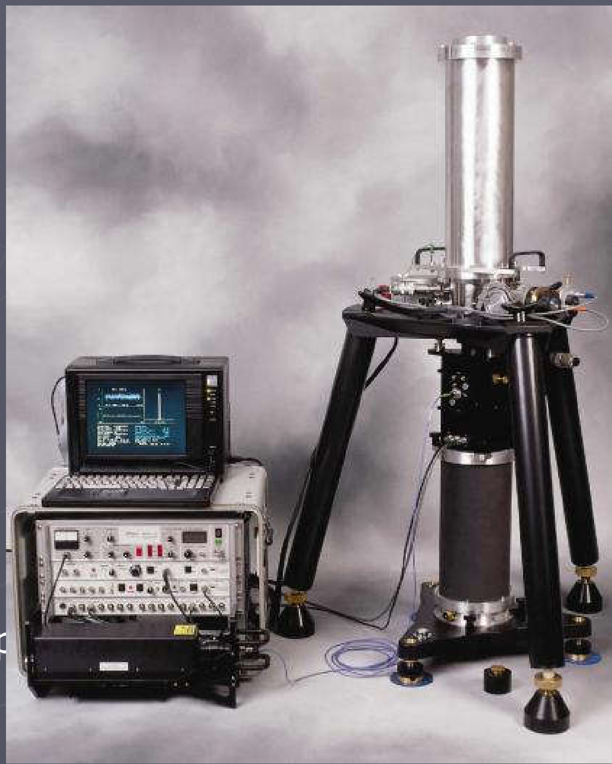


Gravimeter z dvema nihaloma iz leta 1936

Balistični* gravimetri

- Razvoj sve bolj točnih načinov registracije časa in merjenja razdalj je pripomogel, da je metoda prostega pada v petdesetih letih prejšnjega stoletja postopno potisnila nihala iz uporabe. Danes je to edina metoda, ki se uporablja pri absolutnih meritvah.
- Sodobni balistični gravimetri uporabljao princip prostega pada telesa oz. vertikalni met, kot poseben primer prostega pada.

  *Balistični pomeni da telo (objekt) sledi balistični tirnici (trajektoriji).
  Balistika (βάλλειν: bállein - vreči, metati, izstreliti; zadeti, dotakniti se česa) je discip matematike in fizike, ki preučuje gibanje izstreljenih teles.



Prosti pad (1)

- Metoda sloni na enačbi gibanja telesa pri prostem padu:

$$m\ddot{z} = mg(z) \qquad \ddot{z} = \frac{d^2 z}{dt^2}$$

- m je merska masa, z je smer lokalne vertikalne osi.
- Z dvojno integracijo zgornjega izraza pridemo do enačbe prostega pada:

$$z = z_0 + \dot{z}_0 t + \frac{g}{2} t^2$$

- Enačba povezuje položaj z telesa, ki pada, v trenutku t s težnim pospeškom g. V prvem približku lahko g izrazimo kot:

$$\frac{dg}{g} = \frac{dz}{z} - \frac{2}{t} dt$$

- Željena relativna natančnost določitve z je $1x10^{-9}$ in $0,5x10^{-9}$ za čas (s = 0,2 .. 1 m, t = 0,3 ... 0,5 sec torej natančnost reda velikosti nanometra in nanosekunde).

Prosti pad (2)

- Na primer, gravimeter FG5 določa težni pospešek s pomočjo izraza:

$$\left.\begin{aligned} x_i &= x_0 + v_0\tilde{t} + \frac{g_0\tilde{t}_i^2}{2} + \frac{1}{6}\gamma v_0\tilde{t}_i^3 + \frac{1}{24}\gamma g_0\tilde{t}_i^4 \\ \tilde{t} &= t_i - \frac{(x_i - x_0)}{c} \end{aligned}\right\} \quad \boldsymbol{x_i}, \boldsymbol{t_i}, \mathrm{i} = 1, \ldots, 700$$

- γ je vertikalni gradient težnega pospeška (~ -3μgal/cm),
- c je hitrost svetlobe,
- x_0 je začetni položaj,
- v_0 je začetna hitrost,
- g_0 je začetni težni pospešek.

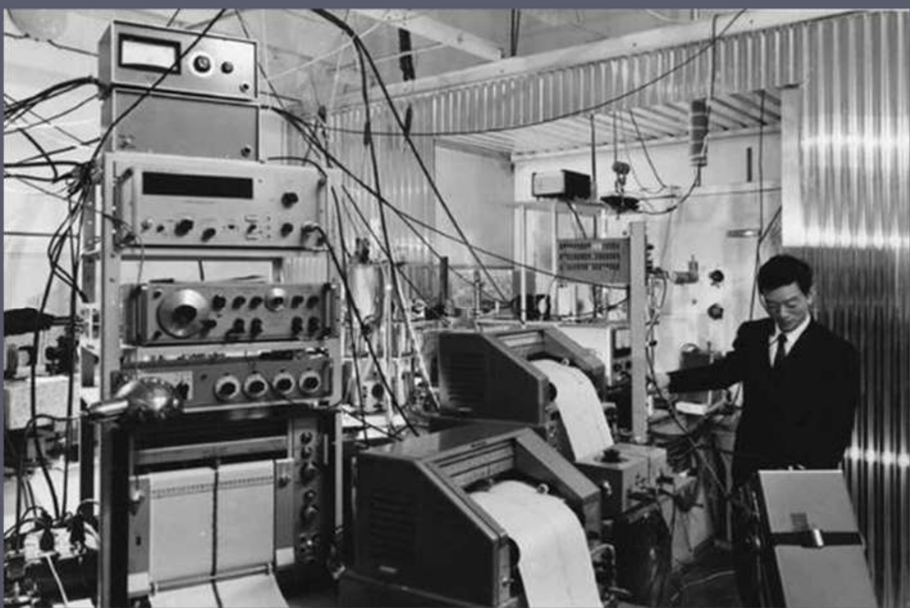
Kratka zgodovina balističnih absolutnih gravimetrov

- V 50-tih in 60-tih letih so posamezne ustanove razvile gravimetre, namenjene meritvam samo v prostoru, kjer se nahaja:
  - VNIM Leningrad (St. Petersburg);
  - BIPM Sevres,
  - NCR Ottawa,
  - PPL Princeton,
  - NBS Gaithersburg,
  - PTB Braunschweig,
  - NSL Sydney ....
- Prvi "premični" balistični gravimeter sta sestavila Hammond in Faller leta 1969 (Wesleyan University, Connecticut, ZDA).

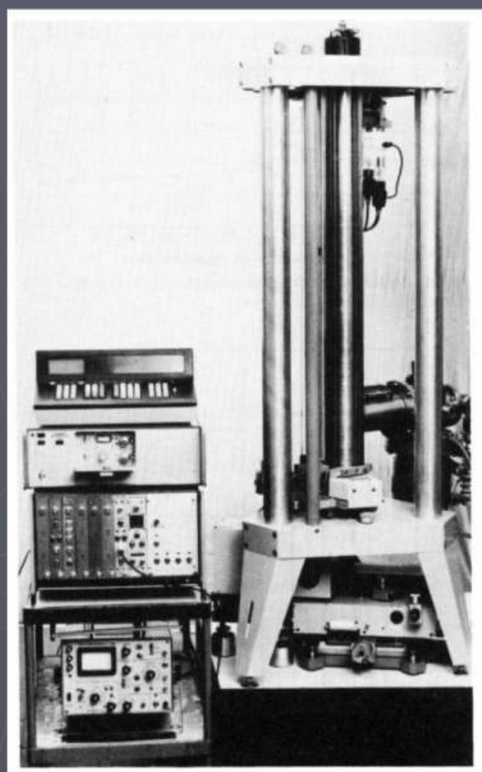
zgodovina ... nadaljevanje

- V 70-tih letih se razvoj nadaljuje (metrološke ustanove):
  - IMGC Torino,
  - IAE Novosybirsk,
  - ERI Tokio,
  - NIM Peking (Beijing),
  - JILA Boulder, ZDA (Joint Institute of University of Colorado and NIST),
  - WUT Varšava.
- Natančnost teh gravimetrov je bila med 10 in 50 μGal.
- V 80-tih so od vseh ostali le posamezni. JILAg je sestavil 6 instrumentov. Iz teh so se razvili gravimetri FG5 in FG6 (Faller). Ti dosegajo natančnost 1 μGal.

Balistični gravimetri



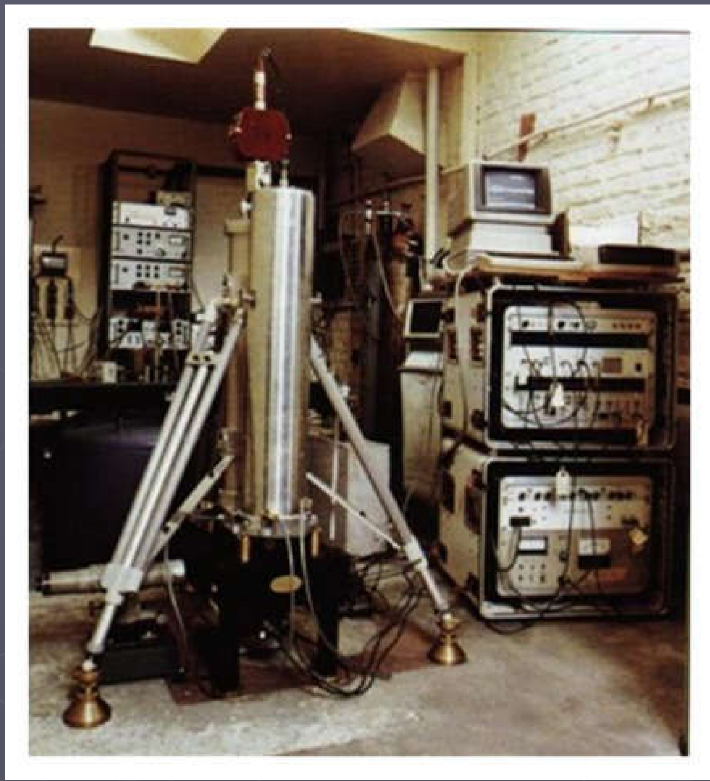
absolutni gravimeter
dr. Sakuma (1969)



GABL, Rusija (1982)

Balistični gravimetri

IMGC Torino (2000)



Predhodnik FG 5 → JILAg (1986)

JILAg-2 (GSD) FG5-106 (GSC)

Balistični gravimetar FG5

Točnost : 10^{-9} g ($g \cong 10,\ xxx\ xxx\ xX\ m/s^2$)

⇔ 1 μgal

⇔ Vertikalni odmik 3 mm (popravek prostega zraka)

TBG (Ukraine)

JILAg, FG5 (Austria, Canada, Germany, Spain, BIPM)

GABL-G (Russia)

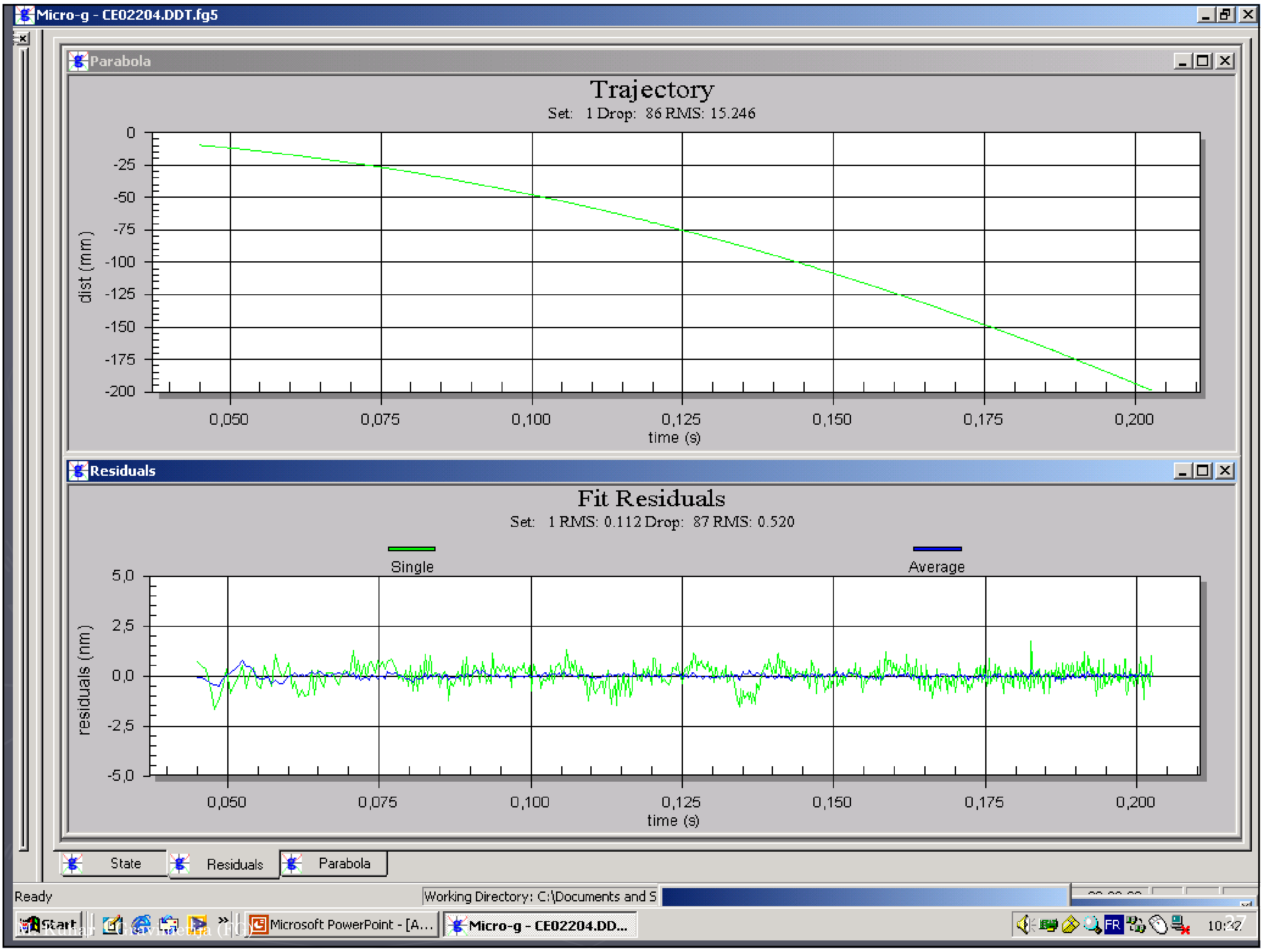
JILAg-2 (Canada)

IMGC-2 (Italy)

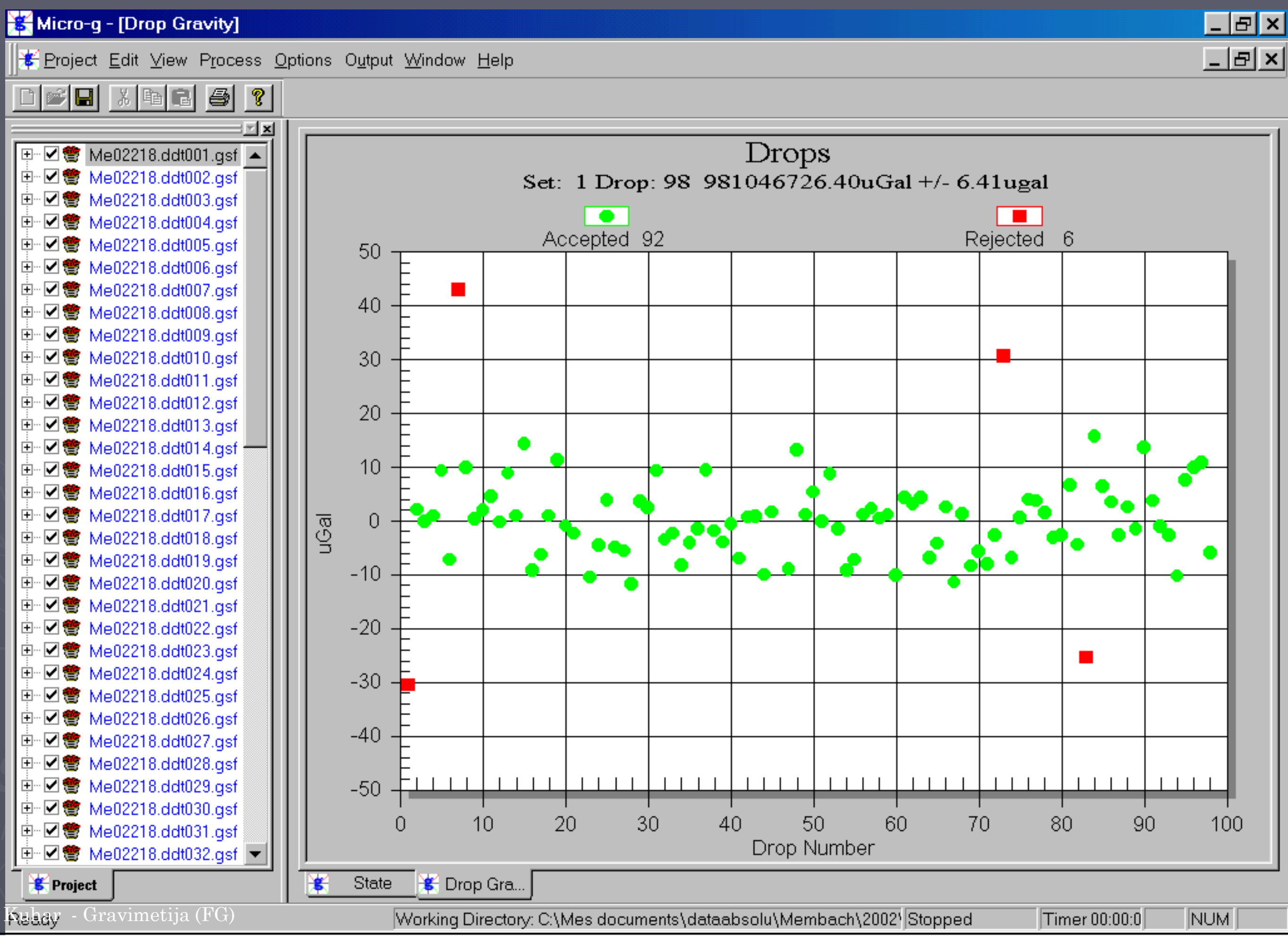
A10-008 (USA)

FGC-1 (USA)


Box 2

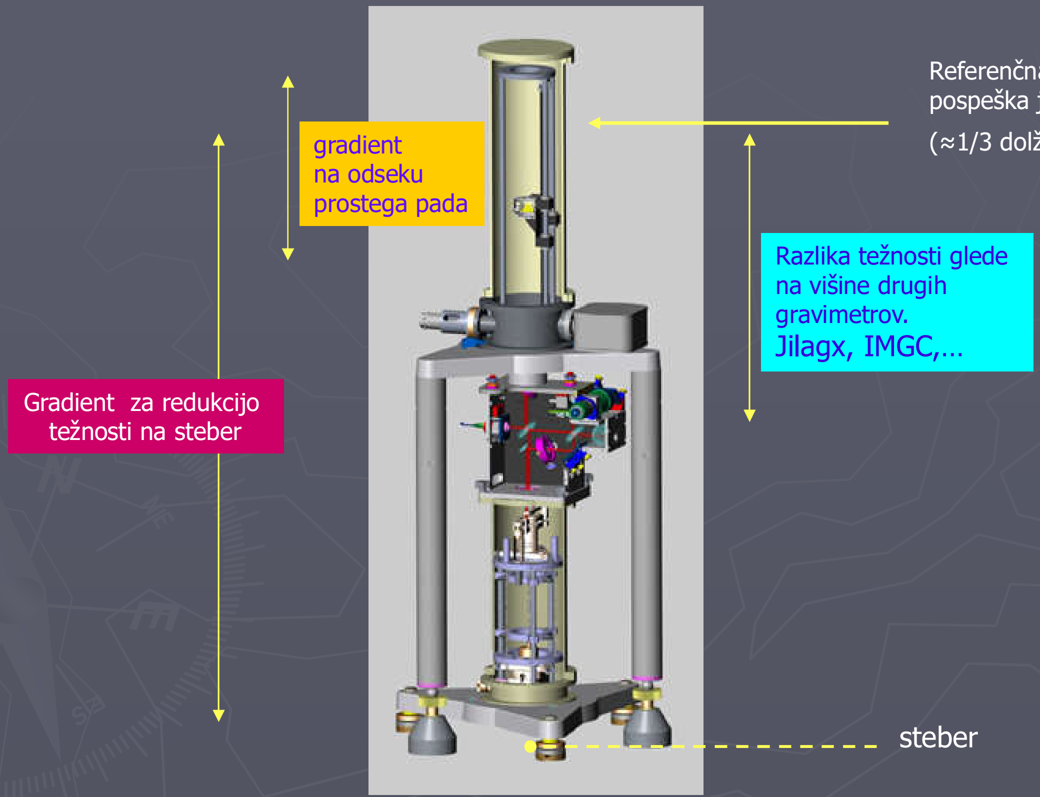


FG5 : Drop Gravity (100 to 200 drops = 1 « set »)



Referenčna višina za določitev pospeška in vetikalni gradient (FG 5)

Referenčna vrednosti izmerjenega pospeška je na 122 cm nad tlemi.
(≈1/3 dolžine prostega pada)

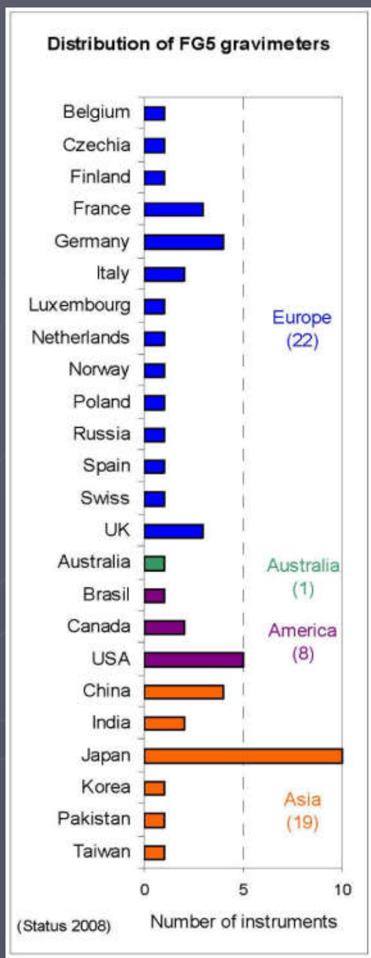


Določitev vertikalnega gradienta

Tipi balističnih gravimetrov

- Prvi komercialni FG 5 leta 1993.
  - točnost 2μgal (skladnost med instrumenti.
  - natančnost: 10 μgal,
  - ponovljivost 1 μgal,
  - cena: ~ 350.000 $
- A 10 - prenosni abs. gravimeter:
  - natančnost 10 μgal,
  - točnost 10 μgal;
  - ponovljivost 10 μgal;
  - ~ 300.000 $.
- FG L - pomanjšani FG5:
  - natančnost 10 μgal,
  - točnost 10 μgal,
  - ponovljivost 10 μgal,
  - ~ 200.000 $

FG5-X



Primerjava absolutnih gravimetrov

Nabava absolutnega gravimetra?

- CONSEQUENCES OF THE INVESTMENT
  - It is a big stage to buy an absolute gravimeter. The instrument in itself is very expensive, requires a lot maintain and calibration. It also requires extensive personnel investments both when it comes to skill development, continuous management as well as measurements. It is not worth while to buy such an instrument if one does not have sufficient personnel or knowledge or can allocate the resources. During the last years Lantmäteriet has participated at other organisations' measurements. This meant that one person at the Geodetic Research Division at Lantmäteriet already could measure with an absolute gravimeter. After the purchase, approximately five persons can now more or less handle the instrument on its own. The major development however has come on the theory side, where a number of employees have improved their knowledge on gravimetry. Lantmäteriet has also made it possible for one person to start his ph. d. focused on absolute gravimetry and its error sources....

Relativne meritve s pomočjo nihal

- Določamo vrednost težnega pospeška na eni točki glede na drugo, kjer nam je vrednost g znana.
- Merimo nihajne čase T_1 i T_2 (nihal) konstantne dolžine.
- Izhajamo iz enačbe:

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$$

izračunamo razliko težnih pospeškov kot:

$$\Delta g_{1,2} = g_2 - g_1 = -2g_1 \frac{T_2 - T_1}{T_2} + g_1 \frac{(T_2 - T_1)^2}{T_2^2}$$

- Sistematični pogreški, ki so neodvisni od položaja in časa se izničijo v razliki težnih pospeškov g.
- Natančnost določitve max. 0,1 mgal.
- Tipi gravimetrov: Sterneck (XIX v.), Askania (4 nihala)...
- V uporabi do 50-tih let XX. st. za vzpostavitev kalibracijskih baz.

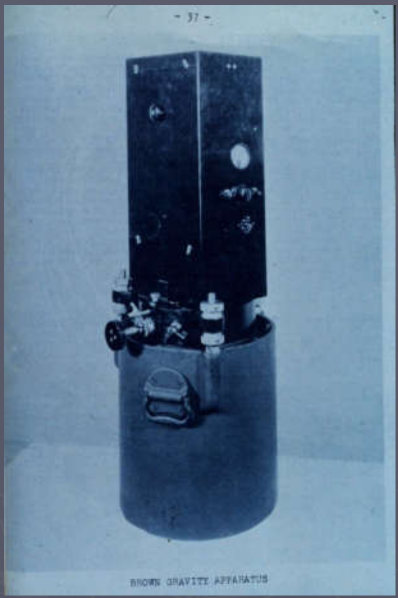
Sterneckov gravimeter

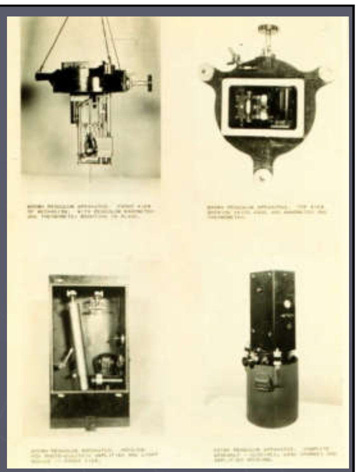
Ob koncu XIX. st. je general R. von Sterneck (MGI Dunaj) konstruiral nihalo, ki deluje kot relativni gravimeter.

Dolžina nihala 25 cm. Z celodnevnim opazovanjem na točki so dosegli natančnost 1 mGal. Do leta 1912 je bilo izmerjenih več kot 2500 točk na območju celotne Evrope.

Sterneckov gravimeter (iz zbirke arhivskih instrumentov Statens Kartverk - Državna geodetska uprava Norveške)

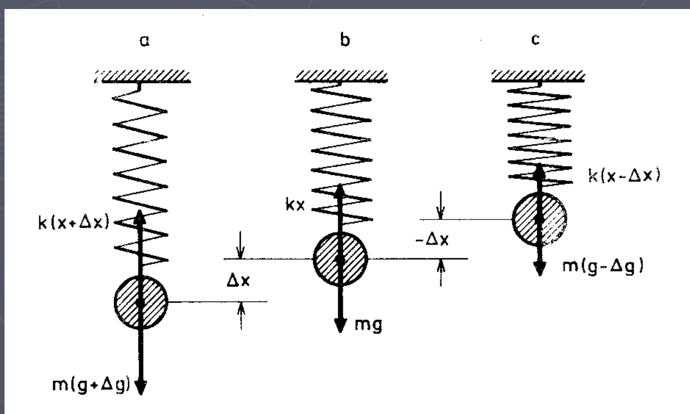
Relativni nihalni gravimetri iz prve polovice XX. st.





Mehanski gravimetri (gravimetri z vzmetjo)

- Princip delovanja mehanskih relativnih gravimetrov (danas izključno v rabi) sloni na podaljšanju vzmeti, ki je obtežena z probno maso. Pri spremembi težnega pospeška, se spreminja tudi sila, ki deluje na probno maso, ter vzmet podaljšuje oz. krajša, odvisno od tega ali se g povečuje ali zmanšuje. Masa se potem vrača v prvobiten položaj učinkovanjem sile, ki jo uravnavamo prek merskega sistema samega instrumenta. Vrednost te sile je merilo spremembe težnega pospeška.



Princip delovanja mehanskih gravimetrov

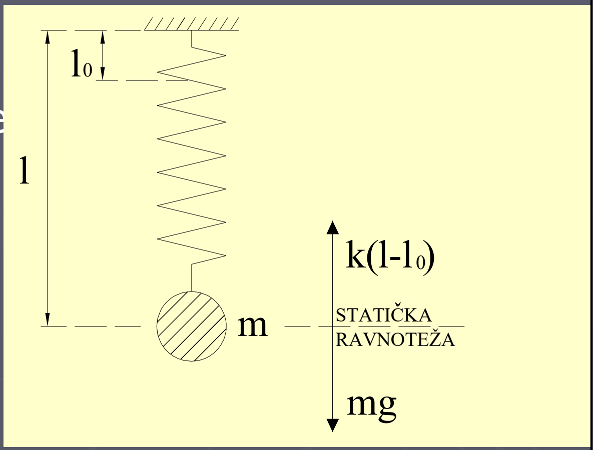
- Statični princip delovanja gravimetara.
- Položaj ravnovesja je privzet kot osnova za meritev; instrumenti delujejo kot izredno občutljive tehtnice. Konstrukcijsko se ravnovesje vzpostavi s pomočjo sile elastične vzmeti.
- Sprememba težnega pospeška, ki je posledica spremembe mesta ali časa meritev, povzroča spremembo povratne sile, ki sistem ohranja v ravnovesju. Povratno silo je možno s pomočjo kalibracijske funkcije preračunati v enote težnega pospeška.
- Dva tipa konstrukcije gravimetrov:
  - Vertikalna tehtnica z vzmetjo → translacijski sistem.
  - Tehtnica z vzmetjo in vzvodom → rotacijski sistem.

Konstrukcija ravnovesja

- Dva osnovna načina konstrukcije ravnovesja:
  - astatizirani ali nestabilni gravimetri,
  - stabilni gravimetri.

- Astatiziranje je povečanje občutljivosti sistema, ki se lahko ustvari z istočasnim zmanšanjem stabilnosti.
- Pri astatiziranih gravimetrih, zaradi stanja podobnem nestabilnem ravnovesju, se doseže velika mehanska občutljivost. Astatiziranje se doseže z vgradnjo naprave za stabilizacijo: elastične vzmeti ali torzijske žice.
- Stabilni gravimetri so enostavnejši glede mehanske izvedbe, vendar terjajo točnejšo določitev položaja probne mase.

Translacijski sistem



- Najenostavnejša konstrukcija. Neobremenjena vzmet dolžine l_0. Če se vzmet obremeni z maso m, se ta podaljša pod vplivom delovanja sile teže; sistem se vrne v ravnovesni položaj ob delovanju nasprotne sile vzmeti. Pogoj ravnovesja:

$$mg = k(l - l_0)$$

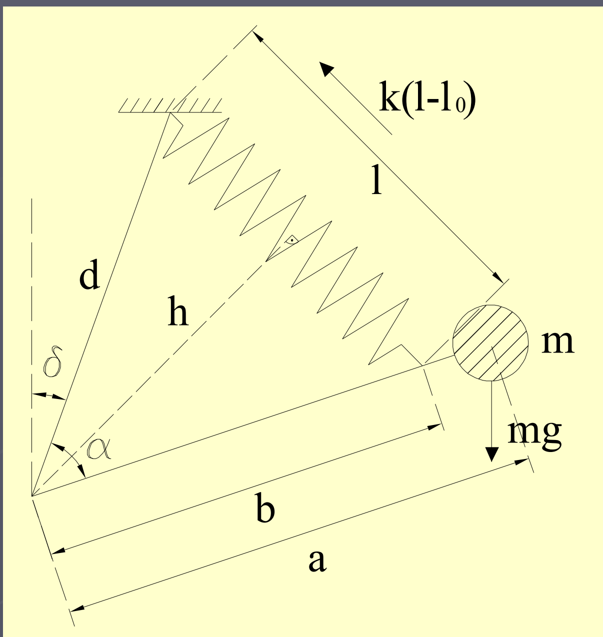
k konstanta vzmeti, ki je odvisna od dimenzij in elastičnosti vzmeti.

- Uporaba izraza za ravnovesje na razliko težnih pospeškov Δg, dobimo linearno vezo med razliko in izmerjene razliko dolžine vzmeti Δl:

$$\Delta g = \frac{k}{m}\Delta l = \frac{g}{l - l_0}\Delta l$$

- Za vzmet dolžine 10 cm, je potrebna natančnost določitve spremembe dolžine ±1 nm, da bi dosegli relativno natančnost določitve Δg 10^{-8}.

Rotacijski sistem (1)



- Tehtnica na vzmet z vzvodom je rotacijski sistem, ki je v statičem ravnovesju, kadar so navori sil, ki delujejo na sistem enaki. Vzvod podpira maso m in rotira okoli osi O. Enačba ravnovesja v primeru sistema s poševnim vzvodom:

$$mg\,a\,\sin(\alpha + \delta) - kbd\frac{l - l_0}{l}\sin\alpha = 0$$

- Pri rot. sistemu s poševno elastično vzmetjo, povratna sila deluje pod kotom na vzvod določene mase. Veznica med rotacijsko osjo O in vrhom vzvoda oklepa z vertikalo kot δ; a je dolžina vzmeti, α je kot uklona vzmeti.

Rotacijski sistem (2)

- Visoka občutljivost (astatiziranje) se doseže kadar sta kota $\alpha \approx 90°$ in $\delta \approx 0°$.
- Na primer:
  - dolžina vzmeti 10 cm, $\alpha + \delta = 90°$ in $\delta = 100''$;
  - potrebna natančnost registracije premika mase $\pm 2\ \mu$m:
  - $\rightarrow$ da bi dosegli relativno natančnost določitve Δg 10^{-8}.
- V primerjavi s translacijskim sistemom je občutljivost povečana 2000 krat.

Sistem za čitanje (odčitki)

- optičen ali elektronski.

Razvoj mehanskih gravimetrov

- Primer: LaCoste - Romberg gravimetri*

*Lucien LaCoste, Arnold Romberg - fizika, Austin, Texas.

LaCoste & Romberg gravimeter (čitanje)

Kalibracijska funkcija gravimetra

- Rezultati meritev gravimetra se izražajo v različnih enotah njegove merilne naprave (čutila). Da bi te enote lahko pretvorili v enote težnega pospeška je potrebno opraviti kalibracijo gravimetra. Kalibracija je torej postopek določevanja t.i. kalibracijske funkcije, ki omogoča omenjeno pretvorbo merskih enot.
- Kalibracijo lahko izvedemo na dva načina:
  - z meritvami zunaj → merjenjem na točkah z znanimi vrednostmi težnega pospeška;
  - z laboratorijskimi meritvami → merjenjem majhnih sprememb težnega pospeška pri odklonu čutila gravimetra iz horizontale.
- Splošna oblika kalibracijske funkcije: $g = F(z)$

  $$F(z) = F_{pol}(z) + F_{per}(z)$$

  z je vrednost odčitka v merskih enotah gravimetra.

- Tendenca je doseči linearno obliko kalibracijske f-je.

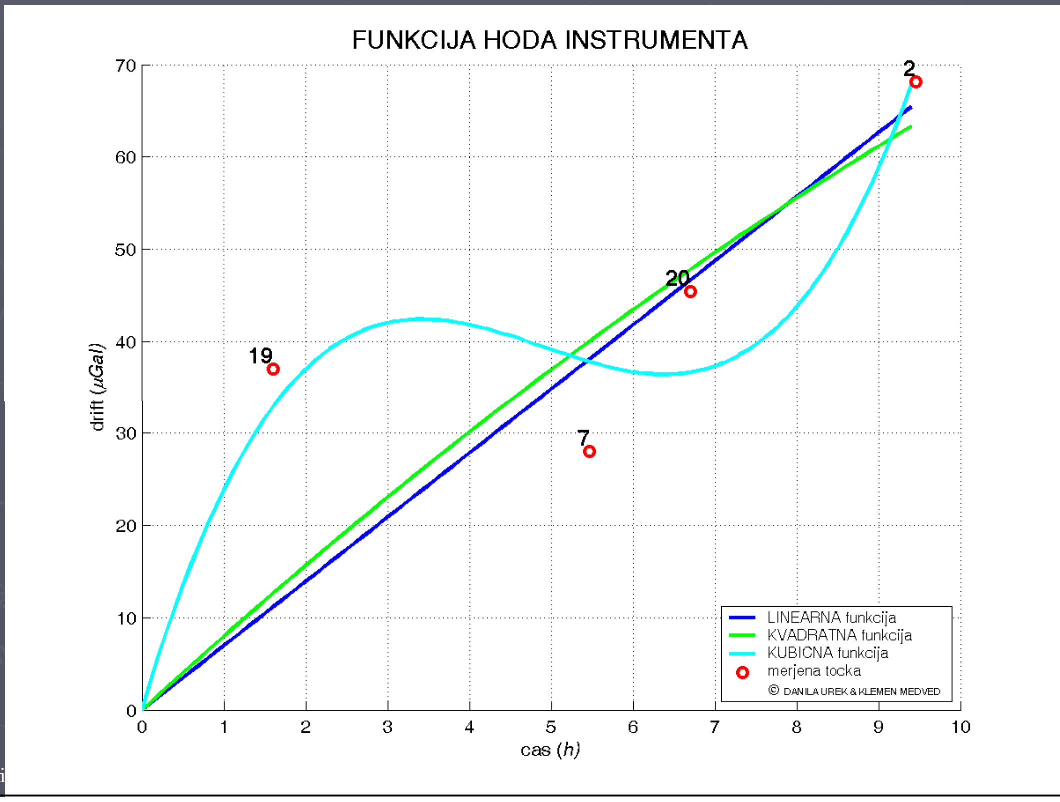
Hod ("drift") gravimetra

- Zaradi elastičnega popuščanja vzmeti se spreminja ničelni položaj čutila gravimetra. Ta pojav je znan kot hod, lezenje (drift) čutila (vzmeti) gravimetra. Kadar gravimeter meri na enem mestu skozi daljše časovno obdobje, se odčitki povečujejo (zmanšujejo), namesto da bi bili enaki.
- Hod opisuje spremembe fizikalnih lastnosti merilnega čutila in nekompenziranih vplivov na opazovanja, ki so prisotni pri merjenju z gravimetrom.
- Hod:
  - Stacionarni hod → določamo pred odhodom na teren.
  - Transportni hod: vpliv transporta gravimetra na rezultate meritev.
  - Dnevni hod: rezultat predhodna dva. Modelira se pri obdelavi grav. opazovanj.

Minimiziranje transportnega hoda

Modeliranje dnevnega hoda

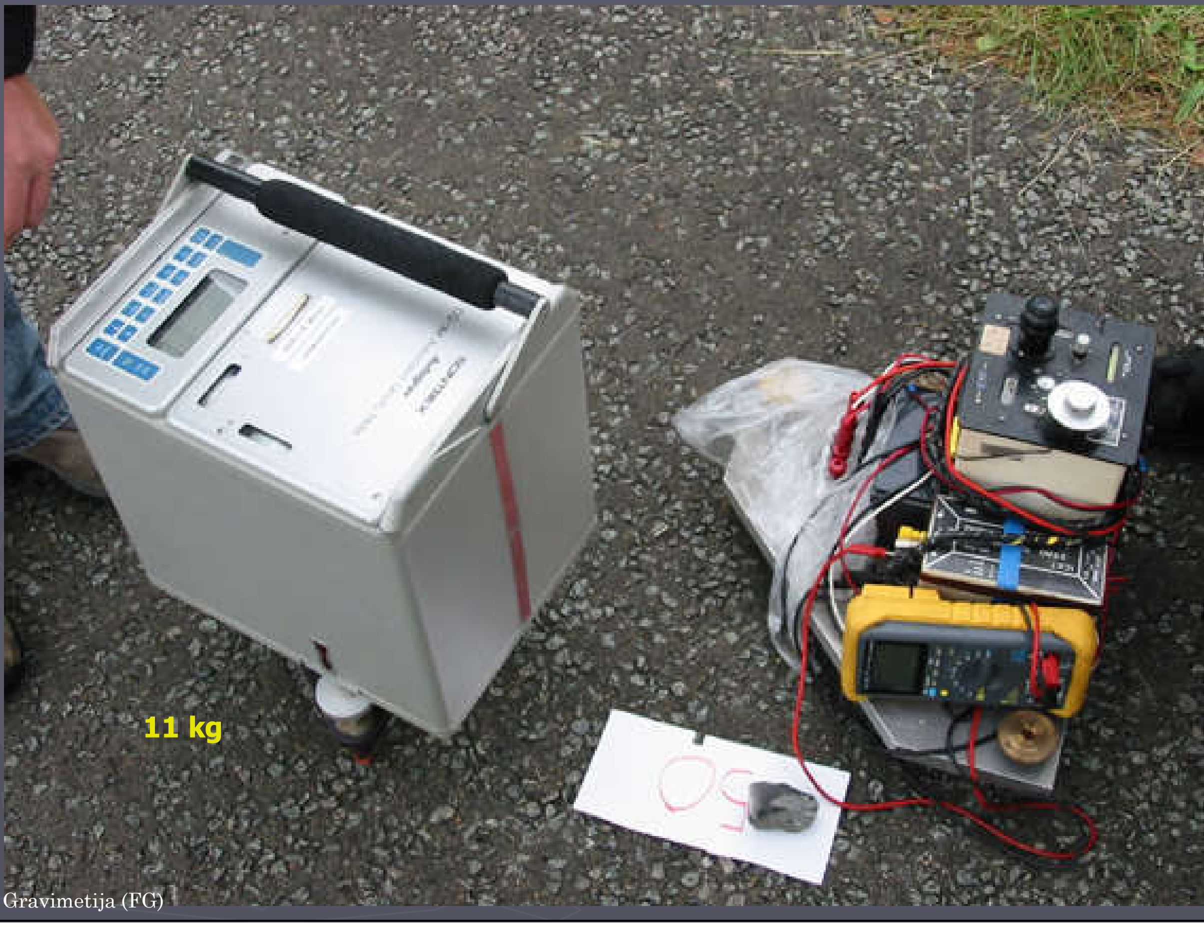
- Dnevni hod se običajno modelira s pomočjo polinomske funkcije. Pogoj za to so ponovljene meritve na istih točkah tekom enega delovnega dneva.



Sodobni relativni gravimetri

	LaCoste & Romberg		Scintrex Autograv		
	Model G	Model D	CG-3	CG-3M	CG-5
Resolucija	~0,1 μms^{-2}	~0,01 μms^{-2}	0,05 μms^{-2}	0,01 μms^{-2}	0,01 μms^{-2}
Natančnost	0,15 μms^{-2}	0,05 μms^{-2}	0,1 μms^{-2}	0,05 μms^{-2}	0,05 μms^{-2}
Merski razpon	700μms^{-2}	20 μms^{-2}	700 μms^{-2}	700 μms^{-2}	800 μms^{-2}
Stacionarni hod	< 0,33 μms^{-2}/dan		< 0,2 μms^{-2}/dan (z uporabo popravka)		
Dimenzije	18 × 20 × 25 cm		24 × 31 × 32 cm		21×20×34cm
Dim. baterije	7 × 15 × 12 cm		integrirana v instrumentu		
Masa	3,2 + 2,3 kg (baterija)		11 kg z baterijo		9 kg z bat.

LaCoste & Romberg in Scintrex Autograv CG-3



Scintrex Autograv CG-5

Scintrex Autograv CG-6

Vplivi na opazovanja

- Celotni vplivi:
  - instrumentalni pogreški;
  - vplivi okolice.
- Instrumentalni pogreški:
  - vzrok v sami konstrukciji gravimetra:
    - greške čitanja, nepravilno horizontiranje, vpliv spremembe temperature, elastična histereza (hod), nestabilna napetost v instrumentu, kalibracijska funkcija...
  - pogreški zaradi zunanjih dejavnikov:
    - sprememba zunanje temperature in tlaka, vpliv magnetnega polja, tresljaji gravimetra zaradi transporta in naravna ter umetna mikroseizmičnost okolice.
- Vplive zmanjšamo z načinom dela oz. z uvedbo redukcij (popravkov).

Spremljanje delovanja gravimetra

- Redno spremljanje delovanja gravimetra obsega:
  - temperaturno kompenzacijo,
  - določitev stacionarnega hoda,
  - določitev nule senzorja nagiba,
  - doloitev občutljivosti senzorja nagiba,
  - odprava mešanja medsebojnega vpliva senzorja nagiba (cross-coupling effect),
  - določitev kalibracijske konstante.