

Metoda prostega stojišča

Metoda proste izbire stojišča je v geodeziji že dolgo poznana, vendar se je uveljavila v praksi šele s pojavom sodobnih elektronskih tahimetrov, ki omogočajo visoko stopnjo avtomatizacije meritev in izračun rezultatov meritev že na terenu.

Metoda proste izbire stojišča pomeni določitev položajnih koordinat prosto izbrane točke na osnovi merjenja smeri in/ali dolžin do točk s poznanimi koordinatami (v nadaljevanju dane točke). Ko določimo koordinate našega "prostega" stojišča, lahko v nadaljevanju postopka opravimo polarno izmero terena, ali pa zakoličba točk objekta. Poglavitna prednost metode proste izbire stojišča je v tem, da je mogoče izbrati stojišče za instrument kjerkoli. To pomeni, da ni potrebno izbrati za stojišče poligonsko ali kakšno drugo obstoječo točko z znanimi koordinatami. Osnovno vodilo pri izbiri mesta za postavitev prostega stojišča je poiskati položaj instrumenta na terenu od koder bo mogoče izmeriti ali zakoličiti vse predvidene točke. Takšen položaj stojišča instrumenta pomeni znaten prihranek pri ekonomičnosti dela na terenu. V nasprotnem primeru bi namreč morali meritve izvesti iz večjega števila točk ali pa obstoječo geodetsko mrežo zgostiti z dodatnimi točkami.

Pri izboru mesta za postavitev prostega stojišča pa smo omejeni s tem, da moramo zagotoviti vidnost najmanj dveh danih točk geodetske mreže. Navezava z merjenjem smeri in dolžin na dve točki z danimi koordinatami omogoča izračun koordinat prostega stojišča z eno nadštevilno meritvijo. Vendarle pa ta način običajno ne zagotavlja ustrezne natančnosti vzpostavitve prostega stojišča

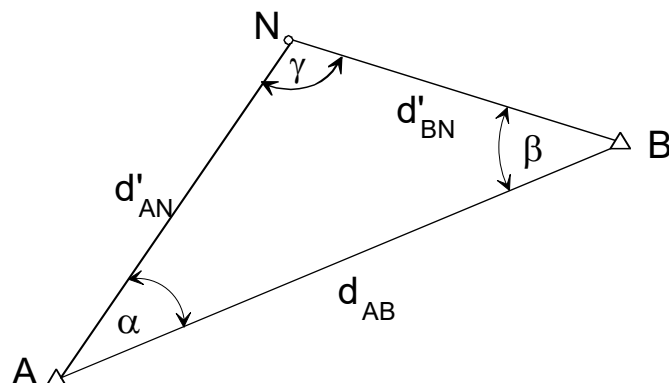
V praksi se izračun opravi z navezavo na saj tri dane točke. V tem primeru koordinate prostega stojišča pridobimo z izravnano merjenih smeri in razdalj po metodi najmanjših kvadratov (MNK).

Določitev koordinat stojišča z dvema danima (navezovalnima) točkama

To je rešitev z minimalnim številom meritev. Koordinate prostega stojišča se določajo na osnovi merjenja smeri in dolžin do dveh danih (navezovalnih) točk. Imamo le eno

nadštevilno meritev. Če kot dodatno neznanko uvedemo še merilo izmerjenih dolžin je problem enolično rešljiv.

Na spodnji sliki lahko vidimo so merjene količine.



Slika: prosto stojišče, merjene količine

dani točki: A (e_A, n_A), B (e_B, n_B);

merjene količine:

kot: γ (razlika smeri iz točke N do točk A in B);

dolžini d'_{AN} , d'_{BN} ;

neznana točka N (e_N, n_N).

Rešitev na način ločnega preseka

Prvi način (ortogonalna metoda):

Izračunamo dolžino med točkama A in B s pomočjo merjenih količin iz kosinusnega izreka:

$$d'_{AB} = \sqrt{(d_{NA})^2 + (d_{NB})^2 - 2d_{NA}d_{NB} \cos \gamma}$$

Ta dolžina je funkcija meritev, tako lahko izračunamo faktor merila:

$$m = \frac{d_{AB}}{d'_{AB}} = \frac{\text{dolžina iz koordinat}}{\text{dolžina iz merjenih količin}}$$

Merilo je funkcija meritev.

Računamo količine p' in q' , po enakem postopku kot pri ločnem preseku:

$$\begin{aligned}
 h'^2 &= d_{NB}^2 - q'^2 \\
 h'^2 &= d_{NA}^2 - p'^2 \\
 d_{NA}^2 - d_{NB}^2 &= p'^2 - q'^2 = (p' + q')(p' - q') \\
 \frac{(p' + q')}{2} &= \frac{d_{AB}}{2} \\
 \frac{(p' - q')}{2} &= \frac{d_{NA}^2 - d_{NB}^2}{2d_{AB}}
 \end{aligned}$$

Končne vrednosti množimo z faktorjem merila m !

$$\begin{aligned}
 p &= m p' \\
 q &= m q' \\
 h &= m h'
 \end{aligned}$$

Računanje koordinat točke N je enako kot pri ločnem preseku:

$$\begin{aligned}
 e_N &= e_A + p \sin v_A^B + h \cos v_A^B & e_N &= e_B - q \sin v_A^B + h \cos v_A^B \\
 n_N &= n_A + p \cos v_A^B - h \sin v_A^B & n_N &= n_B - q \cos v_A^B - h \sin v_A^B
 \end{aligned}$$

Drugi način (polarni priklep):

Prvo izračunamo dolžino med danima točkama s pomočjo merjenega kota γ :

$$d'_{AB} = \sqrt{(d_{NA})^2 + (d_{NB})^2 - 2d_{NA}d_{NB} \cos \gamma}$$

Izračunamo faktor merila m :

$$m = \frac{d_{AB}}{d'_{AB}}$$

Z faktorjem merila popravimo merjene dolžine:

$$\begin{aligned}
 d_{AN} &= m \cdot d'_{AN} \\
 d_{BN} &= m \cdot d'_{BN}
 \end{aligned}$$

Kot α lahko izračunamo iz sinusnega ali kosinusnega izreka:

$$\frac{d_{AB}}{\sin \gamma} = \frac{d_{BN}}{\sin \alpha} \quad \sin \alpha = \frac{d_{BN}}{d_{AB}} \sin \gamma$$

$$d_{BN}^2 = d_{AB}^2 + d_{AN}^2 - 2d_{AB}d_{AN} \cos \alpha \quad \cos \alpha = \frac{d_{AB}^2 + d_{AN}^2 - d_{BN}^2}{2d_{AB}d_{AN}}$$

Končno vrednost kota α izračunamo iz tangensa (je funkcija meritev):

M. Kuhar: izračun koordinat prostega stojišča

$$\tan \alpha = \frac{\frac{d_{BN}}{d_{AB}} \sin \gamma}{\frac{d_{AB}^2 + d_{AN}^2 - d_{BN}^2}{2d_{AB}d_{AN}}} = \frac{2d_{BN}d_{AN} \sin \gamma}{d_{AB}^2 + d_{AN}^2 - d_{BN}^2}$$

S pomočjo kota α izračunamo smerni kot iz dane na novo točko. Koordinatne razlike do neznane točke izračunamo s polarnim priklepom:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_A^N &= \mathbf{v}_A^B + \alpha \\ e_N &= e_A + d_{AN} \sin \mathbf{v}_A^N \\ n_N &= n_A + d_{AN} \cos \mathbf{v}_A^N \end{aligned}$$

Na enak način bi lahko izračunali kot β :

$$\tan \beta = \frac{2d_{AN}d_{BN} \sin \gamma}{d_{AB}^2 + d_{BN}^2 - d_{AN}^2}$$

in potem koordinatne razlike iz točke B do N.

sistemih;


Primerjamo dolžini:

$$d'_{AB} = \sqrt{(y'_B - y'_A)^2 + (x'_B - x'_A)^2} = \sqrt{y'^2_B + x'^2_B}$$

d_{AB} dolžina iz koordinat

$$m = \frac{d_{AB}}{d'_{AB}}$$

funkcija meritev



Izračunamo smerni kot v_A^B v pomožnem koordinatnem sistemu:

$$\tan v_A^B = \frac{y'_B - y'_A}{x'_B - x'_A} = \frac{y'_B}{x'_B}$$

Zatem izračunamo orientirano smer φ_A^N v končnem (državnem) koordinatnem sistemu:

$$\varphi_A^N = v_A^B - v'_A^B$$

S polarno metodo izračunamo koordinate točke N v končnem koordinatnem sistemu:

$$\Delta y_N = m d'_{AN} \sin \varphi_A^N$$

$$\Delta x_N = m d'_{AN} \cos \varphi_A^N$$

$$y_N = y_A + \Delta y_N$$

$$x_N = x_A + \Delta x_N$$