

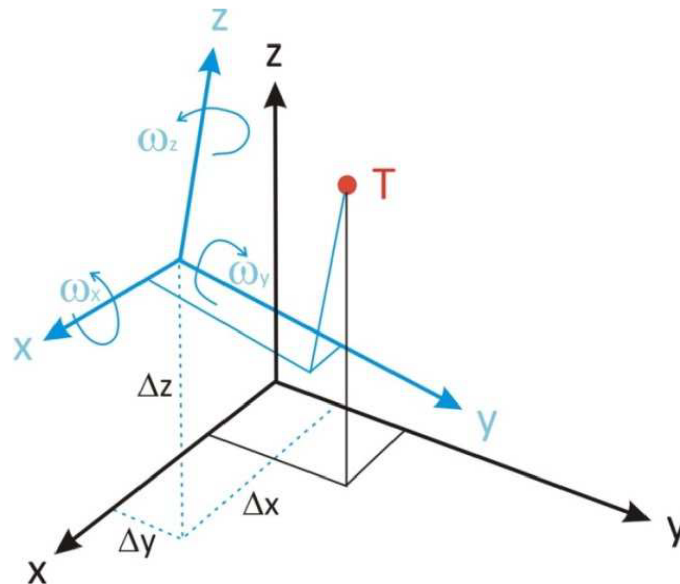
VAJA 8: 7-PARAMETRIČNA PROSTORSKA TRANSFORMACIJA

DEL 1: TRANSFORMACIJA NA PODLAGI DANIH PARAMETROV

2022/2023

1 UVOD

7-parametrična podobnostna transformacija (*Helmertova transformacija*) je transformacija, ki je splošno uporabna za prehod med koordinatnimi sistemi, saj z matematičnega vidika ni omejena z velikostjo transformacijskega območja (npr. 2D ravninske transformacije so primerne zgolj za transformacijo koordinat znotraj majhnih območij).



Slika 1: 7-parametrična prostorska transformacija

7-parametrična podobnostna transformacija iz koordinatnega sistema A v koordinatni sistem B je shematsko prikazana na sliki 1 in matematično podana kot:

$$\mathbf{x}^B = \mathbf{t} + (1 + dm \cdot 10^{-6}) \mathbf{R} \mathbf{x}^A \quad (1)$$

kjer so:

$\mathbf{x}^A = [X^A \ Y^A \ Z^A]^T$... vektor koordinat obravnavane točke v izhodiščnem koordinatnem sistemu A ,

$\mathbf{x}^B = [X^B \ Y^B \ Z^B]^T$... vektor koordinat obravnavane točke v končnem koordinatnem sistemu B ,

$\mathbf{t} = [t_X \ t_Y \ t_Z]^T$... vektor premikov po posameznih koordinatnih oseh,

dm ... sprememba merila v enotah ppm,

\mathbf{R} ... rotacijska matrika rotacij okrog vseh treh koordinatnih osi.

Rotacijsko matriko dobimo kot produkt rotacijskih matrik okrog posameznih koordinatnih osi:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_Z(\omega_Z) \mathbf{R}_Y(\omega_Y) \mathbf{R}_X(\omega_X) \quad (2)$$

Rotacijska matrika okrog osi X za kot rotacije ω_X :

$$\mathbf{R}_X(\omega_X) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega_X & \sin \omega_X \\ 0 & -\sin \omega_X & \cos \omega_X \end{bmatrix} \quad (3)$$

Rotacijska matrika okrog osi Y za kot rotacije ω_Y :

$$\mathbf{R}_Y(\omega_Y) = \begin{bmatrix} \cos \omega_Y & 0 & -\sin \omega_Y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \omega_Y & 0 & \cos \omega_Y \end{bmatrix} \quad (4)$$

Rotacijska matrika okrog osi Z za kot rotacije ω_Z :

$$\mathbf{R}_Z(\omega_Z) = \begin{bmatrix} \cos \omega_Z & \sin \omega_Z & 0 \\ -\sin \omega_Z & \cos \omega_Z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Če enačbe (3), (4) in (5) vstavimo v enačbo (2), dobimo končno obliko rotacijske matrike:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \omega_Y \cos \omega_Z & \cos \omega_X \sin \omega_Z + \sin \omega_X \sin \omega_Y \cos \omega_Z & \sin \omega_X \sin \omega_Z - \cos \omega_X \sin \omega_Y \cos \omega_Z \\ -\cos \omega_Y \sin \omega_Z & \cos \omega_X \cos \omega_Z - \sin \omega_X \sin \omega_Y \sin \omega_Z & \sin \omega_X \cos \omega_Z + \cos \omega_X \sin \omega_Y \sin \omega_Z \\ \sin \omega_Y & -\sin \omega_X \cos \omega_Y & \cos \omega_X \cos \omega_Y \end{bmatrix} \quad (6)$$

Pri transformacijah med geodetskimi koordinatnimi sistemi so koti rotacij ω_X , ω_Y in ω_Z praviloma zelo majhni. V primeru majhnih kotov rotacij ($\omega \ll 1$) lahko upoštevamo sledeče poenostavitve:

$$\cos \omega \approx 1 \qquad \sin \omega \approx \omega \qquad \omega^2 \approx 0 \quad (7)$$

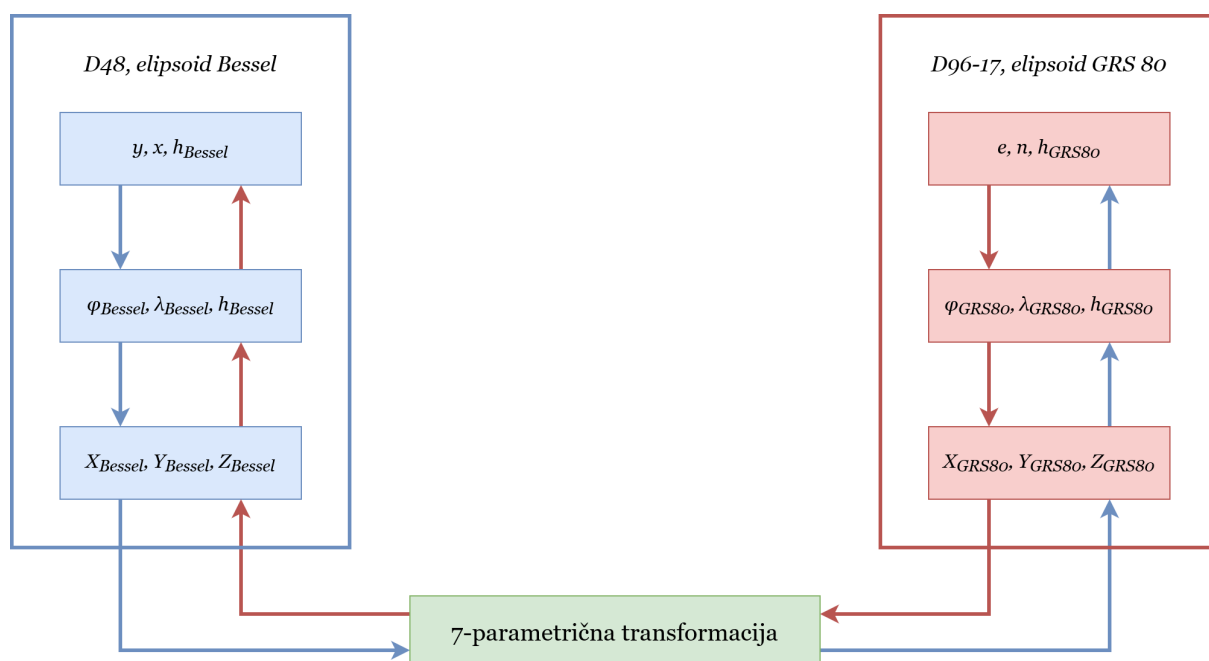
Z upoštevanjem poenostavitvev (7) zapišemo poenostavljeno rotacijsko matriko za majhne kote rotacij kot:

$$\mathbf{R} \approx \begin{bmatrix} 1 & \omega_Z & -\omega_Y \\ -\omega_Z & 1 & \omega_X \\ \omega_Y & -\omega_X & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

pri čemer so koti rotacij v **radianih** ($\omega_X = \omega_X[\text{rad}]$, $\omega_Y = \omega_Y[\text{rad}]$ in $\omega_Z = \omega_Z[\text{rad}]$).

2 NALOGA

Na spletni učilnici imate podan primer vhodne datoteke – `GvG-V08_D1-primer_vhodne_datoteke.txt`, v kateri so za poljubno število točk podane ravninske koordinate v državni kartografski projekciji in elipsoidna višina nad pripadajočim referenčnim elipsoidom. V MATLAB-u napišite funkcijo za transformacijo ravninskih koordinat med starim in novim državnim koordinatnim sistemom (D48/GK \longleftrightarrow D96/TM). Funkcija naj kot vhodne parametre sprejme ime vhodne datoteke, ime niza transformacijskih parametrov¹ in smer transformacije, dobljene transformirane ravninske koordinate pa naj zapiše v izhodno datoteko (vrstni red točk naj bo enak kot v vhodni datoteki). Implementirajte vse obstoječe nize transformacijskih parametrov (splošni za celotno Slovenijo, razdelitev Slovenije na tri transformacijska območja in razdelitev Slovenije na sedem transformacijskih območij). Pri izdelavi funkcije za transformacijo med državnima ravninskima koordinatnima sistemoma si pomagajte s funkcijami, ki ste jih že izdelali pri Višji geodeziji. Kot dodatno pomoč lahko uporabite tudi funkcijo `vrni_transformacijske_parametre.m`, ki je odložena na spletni učilnici. Celoten potek transformacije je prikazan na sliki 2.



Slika 2: Shematski prikaz poteka transformacije koordinat med koordinatnima sistemoma D48/GK in D96/TM

3 REZULTATI

V spletno učilnico oddajte izdelano MATLAB-ovo funkcijo za transformacijo koordinat skupaj z vsemi pomožnimi funkcijami, ki so potrebne za delovanje osnovne funkcije za transformacijo. Vse MATLAB-ove datoteke združite v zip-datoteko, ki jo poimenujete `GvG-V08_D1-Priimek_Ime.zip`

Rok za oddajo: 31. 5. 2023

¹<https://www.e-prostor.gov.si/podrocja/drzavni-koordinatni-sistem/drugo/razno/transformacija-v-novi-koordinatni-sistem/>