VAJA 1: TEKTONIKA LITOSFERSKIH PLOŠČ – ABSOLUTNI IN RELATIVNI VEKTORJI HITROSTI

2025/2026

Osnovna enačba za izračun (absolutnega ali relativnega) vektorja hitrosti premika točke je:

$$\mathbf{v} = \mathbf{\Omega}_{\mathrm{rad/yr}} \times \mathbf{p} \tag{1}$$

Ker je rotacijski vektor $\mathbf{\Omega}$ običajno podan v enotah stopinje na milijon let, enačbo (1) zapišemo kot:

$$\mathbf{v} = \frac{\pi}{180^\circ} 10^{-6} (\mathbf{\Omega}_{\mathrm{deg/Myr}} \times \mathbf{p}) \tag{2}$$

oziroma:

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \frac{\pi}{180^\circ} 10^{-6} \begin{bmatrix} p_z\omega_y - p_y\omega_z \\ p_x\omega_z - p_z\omega_x \\ p_y\omega_x - p_x\omega_y \end{bmatrix} \tag{3}$$

V enačbah (1), (2) in (3) so:

- $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$ ... absolutni ali relativni vektor hitrosti obravnavane točke v ECEF koordinatnem sistemu,
- $\mathbf{\Omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ ... rotacijski vektor (absolutni ali relativni) tektonske plošče, na kateri leži obravnavana točka v ECEF koordinatnem sistemu,
- $\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$ ... krajevni vektor obravnavane točke v ECEF koordinatnem sistemu.

Običajno v modelih gibanja tektonskih plošč gibanje plošče ni opisano z rotacijskim vektorjem tektonske plošče ($\mathbf{\Omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$), temveč z Eulerjevimi parametri rotacije ($\mathbf{\Omega}_E = (\Omega, \Phi, \Lambda)$). Eulerjevi parametri rotacije so kotna hitrost Ω ter geografska (sferna) širina Φ in geografska (sferna) dolžina Λ Eulerjevega pola. Pretvorba rotacijskega vektorja v parametre Eulerjeve rotacije je dana z enačbami (4), obratna pretvorba pa z enačbami (5).

$$\begin{aligned}
&\Phi = \arctan\left(\frac{\omega_z}{\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}}\right), \quad && \Phi \in [-90^\circ, 90^\circ] \\
&\Lambda = \arctan\left(\frac{\omega_y}{\omega_x}\right), && \Lambda \in (-180^\circ, 180^\circ] \\
&\Omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2}
\end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
\omega_x &= \Omega \cos\Phi \cos\Lambda \\
\omega_y &= \Omega \cos\Phi \sin\Lambda \\
\omega_z &= \Omega \sin\Phi
\end{aligned} \tag{5}$$

Vektor hitrosti izbrane točke, dan v ECEF koordinatnem sistemu, pretvorimo v LG koordinatni sistem s pomočjo rotacijsko-refleksijske matrike **R**:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} v_n \\ v_e \\ v_u \end{bmatrix}}_{\mathbf{v}^{LG}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\sin\varphi\cos\lambda & -\sin\varphi\sin\lambda & \cos\varphi \\ -\sin\lambda & \cos\lambda & 0 \\ \cos\varphi\cos\lambda & \cos\varphi\sin\lambda & \sin\varphi \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}} \underbrace{\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}}_{\mathbf{v}^{ECEF}} \tag{6}$$

kjer sta φ in λ geografska širina in dolžina obravnavane točke.

Če enačbo (3) vstavimo v enačbo (6) in komponente krajevnega vektorja **p** zapišemo v obliki geografskih koordinat, dobimo:

$$\begin{bmatrix} v_n \\ v_e \\ v_u \end{bmatrix} = R_Z \begin{bmatrix} \sin\lambda & -\cos\lambda & 0 \\ -\sin\varphi\cos\lambda & -\sin\varphi\sin\lambda & \cos\varphi \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \tag{7}$$

kjer je R_Z polmer Zemlje.

Iz enačbe (7) vidimo, da je vertikalna komponenta vektorja hitrosti $v_u = 0$, kar ustreza predpostavki modelov gibanja tektonskih plošč, da tektonske plošče drsijo po Zemlji-krogli.

Velikost vektorja hitrosti izračunamo kot:

$$v = \sqrt{v_n^2 + v_e^2} \tag{8}$$

njegovo smer oziroma azimut pa kot:

$$\theta = \arctan(\frac{v_e}{v_n}) \tag{9}$$

pri čemer moramo upoštevati *pravilo za izračun smernega kota* – $\theta \in [0°, 360°)$.

OPOMBA: Pri pretvorbi geografskih koordinat v 3D kartezične koordinate $(\varphi, \lambda \rightarrow XYZ)$ vzemite za polmer Zemlje vrednost $R_Z = 6\,371\,000\,\mathrm{m}$.