

VAJA 5: IZBOLJŠAVA GEOIDA Z UPORABO ODKLONOV NAVPIČNICE

2024/2025

1 UVOD

Poljubni točki lahko določimo geoidno višino z interpolacijo iz modela geoida. Če na lokalnem območju izbranim točkam z znanimi elipsoidnimi koordinatami (φ, λ) z natančnimi astro-geodetskimi opazovanji določimo še astronomske koordinate (Φ, Λ) , lahko za te točke izračunamo komponente odklona navpičnice:

$$\xi = \Phi - \varphi \quad (1a)$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda) \cos \varphi \quad (1b)$$

Odklone navpičnice v obravnavanih točkah lahko nato uporabimo za lokalno izboljšavo geoida – izboljšavo izvedemo na podlagi razlik geoidnih višin med obravnavanimi točkami, ki jih izračunamo iz komponent odklonov navpičnice:

$$\Delta N_{ij} = N_j - N_i = - \left[\frac{\xi_i + \xi_j}{2} (n_j - n_i) + \frac{\eta_i + \eta_j}{2} (e_j - e_i) \right] \quad (2)$$

kjer so:

- ΔN_{ij} ... razlika geoidnih višin med točkama i in j ,
- N_j, N_i ... geoidni višini v točkah i in j ,
- ξ_i, ξ_j ... komponenti odklona navpičnice v smeri sever–jug v točkah i in j ,
- η_i, η_j ... komponenti odklona navpičnice v smeri vzhod–zahod v točkah i in j
- e_i, e_j, n_i, n_j ... koordinate točk i in j v državni kartografski projekciji.

Komponente odklonov navpičnice moramo v enačbo (2) obvezno vstaviti v radianih.

Na podlagi tako dobljenih razlik geoidnih višin lahko popravimo geoidne višine v obravnavanih točkah, dobljenih z interpolacijo iz modela geoida, ki ga želimo izboljšati. Pojavi pa se problem zagotovitve geodetskega datuma v postopku izravnave po MNK, saj je obravnavan problem s tega vidika ekvivalenten izravnavi nivelmana – “opazovane” višinske razlike nam ne zagotavljajo geodetskega datuma in moramo geodetski datum zagotoviti ali z minimalnim številom zunanjih vezi (navezava niveliranih višinskih razlik na reper z znano višino v primeru nivelmana oziroma, v obravnavanem primeru, navezava razlik geoidnih višin na eno iz modela geoida pridobljeno geoidno višino) ali z notranjimi vezmi (prosta mreža).

Neodvisno od zagotovitve geodetskega datuma lahko tako izboljšane geoidne višine uporabimo za izdelavo izboljšanega lokalnega modela geoida (vaja 6).

2 PODATKI

V datoteki FG-V05-podatki.txt imate za točke po Sloveniji podane elipsoidne in astronomske koordinate, na podlagi katerih lahko izračunate komponenti odklona navpičnice v posamezni točki.

3 NALOGA

Na dodeljenem območju, za katerega imate podane štiri točke z znanimi astronomskimi in elipsoidnimi koordinatami, naredite izboljšavo modelov geoida SLO_VRP2016/Koper, EGM96 in EGM2008. Za izračun geoidnih višin iz modela SLO_VRP2016/Koper uporabite lasten program (vaja 3) ali spletno aplikacijo [SiTraNet¹](http://sitranet.si/), za izračun geoidnih višin iz EGM96 in EGM2008 pa že poznano [spletno aplikacijo²](http://geographiclib.sourceforge.net/cgi-bin/GeoidEval). Ker imamo v primeru uporabe štirih točk nadštevila opazovanja, določite nove geoidne višine točk z izravnavo po metodi najmanjših kvadratov, pri čemer geodetski datum zagotovite z notranjimi vezmi (prosta mreža).

4 REZULTATI

Rezultati vaje naj vsebujejo:

- izračunane odklone navpičnic (v enotah ["]) v štirih danih točkah,
- vrednosti geoidnih višin iz posameznih modelov geoidov v štirih danih točkah,
- rezultate izravnav za obravnavane modele geoidov (popravki vhodnih geoidnih višin in nove geoidne višine s pripadajočimi natančnostmi, ki jih izračunate na podlagi referenčne variance a-posteriori).

V spletno učilnico oddajte kratko poročilo z rezultati vaje v obliki datoteke PDF, ki naj bo poimenovana FG-V05-Priimek_Ime.pdf.

Rok za oddajo: 6. 5. 2025

5 POMOČ

Ker imamo nadštevila opazovanja, izvedemo izboljšavo (kvazi)geoida s posredno izravnavo po metodi najmanjših kvadratov. k -to enačbo popravkov za "opazovano" razliko geoidnih višin ΔN_{ij} med točkama i in j zapišemo kot:

$$F_k \equiv v_{ij} + \delta N_i - \delta N_j = (N_j^0 - N_i^0) - \Delta N_{ij} \quad (3)$$

kjer so:

- v_{ij} ... popravek opazovane razlike geoidnih višin ΔN_{ij} ,
- N_i^0, N_j^0 ... približni vrednosti neznank, tj. geoidni višini, pridobljeni iz izbranega modela geoida,
- $\delta N_i, \delta N_j$... popravka približnih vrednosti neznank N_i^0 in N_j^0 .

¹<http://sitranet.si/>

²<http://geographiclib.sourceforge.net/cgi-bin/GeoidEval>

Geodetski datum zagotovimo z notranjimi vezmi (prosta mreža). Defekt datuma je ena ($d = 1$), zato nastavimo eno vezno enačbo:

$$\sum_{i=1}^m \delta N_i = 0 \quad (4)$$

kjer je m število točk v izravnavi.

Opazovanjem, to so razlike geoidnih višin ΔN_{ij} , dodelimo uteži, ki so obratno sorazmerne horizontalni dolžini d_{ij} med točkama i in j :

$$p_k = \frac{\bar{d}}{d_{ij}} \quad (5)$$

kjer je $\bar{d}$ povprečna dolžina med obravnavanimi točkami.

Rešitev funkcionalnega modela posredne izravnave dobimo po enačbah:

$$\mathbf{N} = \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \quad (6)$$

$$\Delta = (\mathbf{N} + \mathbf{H} \mathbf{H}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{f} \quad (7)$$

$$\hat{\Delta} = \Delta_0 + \Delta \quad (8)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{f} - \mathbf{B} \Delta \quad (9)$$

$$\hat{\mathbf{I}} = \mathbf{I} + \mathbf{v} \quad (10)$$

Rešitev stohastičnega modela posredne izravnave dobimo po enačbah:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{n - u + d} \quad (11)$$

$$\mathbf{Q}_{\Delta\Delta} = (\mathbf{N} + \mathbf{H} \mathbf{H}^T)^{-1} - \mathbf{H} (\mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \quad (12)$$

$$\mathbf{Q}_{\mathbf{v}\mathbf{v}} = \mathbf{Q} - \mathbf{B} (\mathbf{N} + \mathbf{H} \mathbf{H}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \quad (13)$$

$$\mathbf{Q}_{\mathbf{I}\mathbf{I}} = \mathbf{B} (\mathbf{N} + \mathbf{H} \mathbf{H}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \quad (14)$$