

VAJA 1: TEKTONIKA LITOSFERSKIH PLOŠČ – ABSOLUTNI IN RELATIVNI VEKTORJI HITROSTI

2024/2025

Osnovna enačba za izračun (absolutnega ali relativnega) vektorja hitrosti premika točke je:

$$\mathbf{v} = \boldsymbol{\Omega}_{\text{rad/yr}} \times \mathbf{p} \quad (1)$$

Ker je rotacijski vektor $\boldsymbol{\Omega}$ običajno podan v enotah stopinje na milijon let, enačbo (1) zapišemo kot:

$$\mathbf{v} = \frac{\pi}{180^\circ} 10^{-6} (\boldsymbol{\Omega}_{\text{deg/Myr}} \times \mathbf{p}) \quad (2)$$

oziroma:

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \frac{\pi}{180^\circ} 10^{-6} \begin{bmatrix} p_z \omega_y - p_y \omega_z \\ p_x \omega_z - p_z \omega_x \\ p_y \omega_x - p_x \omega_y \end{bmatrix} \quad (3)$$

V enačbah (1), (2) in (3) so:

$\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$... absolutni ali relativni vektor hitrosti obravnavane točke v ECEF koordinatnem sistemu,

$\boldsymbol{\Omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$... rotacijski vektor (absolutni ali relativni) tektonske plošče, na kateri leži obravnavana točka v ECEF koordinatnem sistemu,

$\mathbf{p} = (p_x, p_y, p_z)$... krajevni vektor obravnavane točke v ECEF koordinatnem sistemu.

Običajno v modelih gibanja tektonskih plošč gibanje plošče ni opisano z rotacijskim vektorjem tektonske plošče ($\boldsymbol{\Omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$), temveč z Eulerjevimi parametri rotacije ($\boldsymbol{\Omega}_E = (\Omega, \Phi, \Lambda)$). Eulerjevi parametri rotacije so kotna hitrost Ω ter geografska (sferna) širina Φ in geografska (sferna) dolžina Λ Eulerjevega pola. Pretvorba rotacijskega vektorja v parametre Eulerjeve rotacije je dana z enačbami (4), obratna pretvorba pa z enačbami (5).

$$\begin{aligned} \Phi &= \arctan\left(\frac{\omega_z}{\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}}\right), \quad \Phi \in [-90^\circ, 90^\circ] \\ \Lambda &= \arctan\left(\frac{\omega_y}{\omega_x}\right), \quad \Lambda \in (-180^\circ, 180^\circ] \end{aligned} \quad (4)$$

$$\Omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2}$$

$$\begin{aligned} \omega_x &= \Omega \cos \Phi \cos \Lambda \\ \omega_y &= \Omega \cos \Phi \sin \Lambda \\ \omega_z &= \Omega \sin \Phi \end{aligned} \quad (5)$$

Vektor hitrosti izbrane točke, dan v ECEF koordinatnem sistemu, pretvorimo v LG koordinatni sistem s pomočjo rotacijsko-refleksijske matrike \mathbf{R} :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} v_n \\ v_e \\ v_u \end{bmatrix}}_{\mathbf{v}^{LG}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi \end{bmatrix}}_{\mathbf{R}} \underbrace{\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}}_{\mathbf{v}^{ECEF}} \quad (6)$$

kjer sta φ in λ geografska širina in dolžina obravnavane točke.

Če enačbo (3) vstavimo v enačbo (6) in komponente krajevnega vektorja \mathbf{p} zapišemo v obliki geografskih koordinat, dobimo:

$$\begin{bmatrix} v_n \\ v_e \\ v_u \end{bmatrix} = R_Z \begin{bmatrix} \sin \lambda & -\cos \lambda & 0 \\ -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (7)$$

kjer je R_Z polmer Zemlje.

Iz enačbe (7) vidimo, da je vertikalna komponenta vektorja hitrosti $v_u = 0$, kar ustreza predpostavki modelov gibanja tektonskih plošč, da tektonske plošče drsijo po Zemlji-krogli.

Velikost vektorja hitrosti izračunamo kot:

$$v = \sqrt{v_n^2 + v_e^2} \quad (8)$$

njegovo smer oziroma azimut pa kot:

$$\theta = \arctan\left(\frac{v_e}{v_n}\right) \quad (9)$$

pri čemer moramo upoštevati *pravilo za izračun smerne kota* – $\theta \in [0^\circ, 360^\circ)$.

OPOMBA: Pri pretvorbi geografskih koordinat v 3D kartezične koordinate ($\varphi, \lambda \rightarrow XYZ$) vzemite za polmer Zemlje vrednost $R_Z = 6\,371\,000$ m.