

VAJA 5: IZBOLJŠAVA GEOIDA Z UPORABO ODKLONOV NAVPIČNIC

2022/2023

1 UVOD

Izbrani točki določimo geoidno. Če na lokalnem območju izbranim točkam z znanimi elipsoidnimi koordinatami (φ, λ) z natančnimi astro-geodetskimi opazovanji določimo še astronomske koordinate (Φ, Λ) , lahko za te točke izračunamo komponente odklona navpičnice:

$$\xi = \Phi - \varphi \quad (1a)$$

$$\eta = (\Lambda - \lambda) \cos \varphi \quad (1b)$$

Odklone navpičnic v obravnavanih točkah lahko uporabimo za lokalno izboljšavo geoida – izboljšavo izvedemo na podlagi razlik geoidnih višin med obravnavanimi točkami, ki jih dobimo iz odklonov navpičnic:

$$\Delta N_{ij} = N_j - N_i = - \left[\frac{\xi_i + \xi_j}{2} (n_j - n_i) + \frac{\eta_i + \eta_j}{2} (e_j - e_i) \right] \quad (2)$$

kjer so:

- ΔN_{ij} ... razlika geoidnih višin med točkama i in j ,
- N_j, N_i ... geoidni višini v točkah i in j ,
- ξ_i, ξ_j ... komponenti odklona navpičnice v smeri sever–jug v točkah i in j ,
- η_i, η_j ... komponenti odklona navpičnice v smeri vzhod–zahod v točkah i in j
- e_i, e_j, n_i, n_j ... koordinate točk i in j v državni kartografski projekciji.

Komponente odklonov navpičnic moramo v enačbo (2) obvezno vstaviti v radianih.

Na podlagi tako dobljenih razlik geoidnih višin lahko popravimo geoidne višine na obravnavanih točkah, ki jih dobimo z interpolacijo iz modela geoida, ki ga želimo izboljšati (N_i^0). Pojavi pa se problem zagotovitve geodetskega datuma, saj je obravnavan problem s tega vidika ekvivalenten nivelmanu – opazovane višinske razlike nam ne zagotavljajo geodetskega datuma in moramo geodetski datum zagotoviti ali z minimalnim številom zunanjih vezi (navezava višinskih razlik na reper z znano višino v primeru nivelmana oziroma navezava razlik geoidnih višin na eno iz modela geoida pridobljeno geoidno višino v našem obravnavanem primeru) ali z notranjimi vezmi (prosta mreža).

Neodvisno od zagotovitve geodetskega datuma lahko tako izboljšane geoidne višine uporabimo za izdelavo izboljšanege lokalnega modela geoida (glej vajo 6), ki ga nato uporabimo za določitev geoidne višine v poljubni točki.

2 PODATKI

V datoteki `FG-V05-podatki.txt` imate za točke po Sloveniji podane elipsoidne in astronomske koordinate, na podlagi katerih lahko izračunate komponenti odklona navpičnice v posamezni točki.

3 NALOGA

Na dodeljenem območju, za katerega imate podane štiri točke z znanimi astronomskimi in elipsoidnimi koordinatami, naredite izboljšavo modelov geoida SLO_VRP2016/Koper, EGM96 in EGM2008. Za izračun geoidnih višin iz modela SLO_VRP2016/Koper uporabite lasten program iz vaje 3 ali spletno aplikacijo [SiTraNet¹](#), za izračun geoidnih višin iz EGM96 in EGM2008 pa že poznano [spletno aplikacijo²](#). Ker imamo v primeru uporabe štirih točk nadštevilna opazovanja, določite nove geoidne višine točk z izravnavo po metodi najmanjših kvadratov, pri čemer geodetski datum zagotovite z notranjimi vezmi (prosta mreža).

4 REZULTATI

Rezultati vaje naj vsebujejo:

- izračunane odklone navpičnic (v enotah ["]) v štirih danih točkah,
- vrednosti geoidnih višin iz posameznih modelov geoidov v štirih danih točkah,
- rezultate izravnav za obravnavane modele geoidov (popravki vhodnih geoidnih višin in nove geoidne višine s pripadajočimi natančnostmi, ki jih izračunate na podlagi referenčne variance a-posteriori).

V spletno učilnico oddajte kratko poročilo z rezultati vaje v obliki datoteke PDF, ki naj bo poimenovana `FG-V05-Priimek_Ime.pdf`.

Rok za oddajo: 2. 5. 2023

5 POMOČ

Ker imamo nadštevilna opazovanja, izvedemo izboljšavo v postopku posredne metode izravnave po MNK. k -to enačbo popravkov za "opazovano" razliko geoidnih višin ΔN_{ij} med točkama i in j zapišemo kot:

$$F_k \equiv v_{ij} + \delta N_i - \delta N_j = (N_j^0 - N_i^0) - \Delta N_{ij} \quad (3)$$

kjer so:

- v_{ij} ... popravek opazovane razlike geoidnih višin ΔN_{ij} ,
- N_i^0, N_j^0 ... približni vrednosti neznank, tj. geoidni višini, pridobljeni iz izbranega modela geoida,
- $\delta N_i, \delta N_j$... popravka približnih vrednosti neznank N_i^0 in N_j^0 .

¹<http://sitranet.si/>

²<http://geographiclib.sourceforge.net/cgi-bin/GeoidEval>

Geodetski datum zagotovimo z notranjimi vezmi (prosta mreža). Defekt datuma je ena ($d = 1$), zato nastavimo eno vezno enačbo:

$$\sum_{i=1}^m \delta N_i = 0 \quad (4)$$

kjer je m število točk v izravnavi.

Opazovanjem, to so razlike geoidnih višin ΔN_{ij} , dodelimo uteži, ki so obratno sorazmerne horizontalni dolžini d_{ij} med točkama i in j :

$$p_k = \frac{\bar{d}}{d_{ij}} \quad (5)$$

kjer je \bar{d} povprečna dolžina med obravnavanimi točkami.

Rešitev funkcionalnega modela posredne izravnave dobimo po enačbah:

$$\mathbf{N} = \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\delta} = (\mathbf{N} + \mathbf{H} \mathbf{H}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{f} \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\Delta} = \boldsymbol{\Delta}_0 + \boldsymbol{\delta} \quad (8)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{f} - \mathbf{B} \boldsymbol{\delta} \quad (9)$$

$$\hat{\mathbf{I}} = \mathbf{1} + \mathbf{v} \quad (10)$$

Rešitev stohastičnega modela posredne izravnave dobimo po enačbah:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{n - u + d} \quad (11)$$

$$\mathbf{Q}_{\Delta\Delta} = (\mathbf{N} + \mathbf{H} \mathbf{H}^T)^{-1} - \mathbf{H} (\mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \quad (12)$$

$$\mathbf{Q}_{\mathbf{v}\mathbf{v}} = \mathbf{Q} - \mathbf{B} (\mathbf{N} + \mathbf{H} \mathbf{H}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \quad (13)$$

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{I}}\hat{\mathbf{I}}} = \mathbf{B} (\mathbf{N} + \mathbf{H} \mathbf{H}^T)^{-1} \mathbf{B}^T \quad (14)$$