VAJA 7: REDUKCIJA GEODETSKIH OPAZOVANJ

2021/2022

1 REDUKCIJA ASTRONOMSKEGA AZIMUTA (HORIZONTALNE SMERI)

1.1 Popravki zaradi vpliva težnostnega polja Zemlje

Redukcijo astronomskega (merjenega) azimuta A_{ij} na Laplaceov azimut α_{ij} s točke i na točko j izvedemo preko popravkov C_1 in C_2:

$$C_1 = -\eta_i \tan \varphi_i \tag{1}$$

$$C_2 = -\left(\xi_i \sin \alpha_{ij} - \eta_i \cos \alpha_{ij}\right) \cot z_{ij} \tag{2}$$

kjer sta ξ_i in η_i komponenti odklona navpičnice v smeri meridiana (sever–jug) in prvega vertikala (vzhod–zahod) na stojiščni točki i, z_{ij} pa merjena zenitna razdalja s točke i na točko j.

Laplaceov azimut α_{ij} izračunamo kot:

$$\alpha_{ij} = A_{ij} + C_1 + C_2 \tag{3}$$

1.2 Popravki zaradi vpliva vpliva geometrije elipsoida

Redukcija Laplaceovega azimuta α_{ij} v geodetski azimut α'_{ij} s točke i na točko j pomeni redukcijo azimuta na elipsoid. Računamo popravek vpliva elipsoidne višine vizirane točke h_j:

$$C_3 = \frac{h_j}{2M_m} e^2 \sin(2\alpha_{ij}) \cos^2 \varphi_m \tag{4}$$

kjer je e prva ekscentriciteta referenčnega elipsoida, $M_m = \frac{M_i + M_j}{2}$ in $\varphi_m = \frac{\varphi_i + \varphi_j}{2}$. M_i in M_j sta polmera ukrivljenost meridiana v točkah i in j.

Geodetski azimut α_{ij} izračunamo kot:

$$\alpha'_{ij} = \alpha_{ij} + C_3 = A_{ij} + C_1 + C_2 + C_3 \tag{5}$$

Redukcija geodetskega azimuta α'_{ij} na azimut geodetske krivulje α^E_{ij} s točke i na točko j pomeni reševanje dvojnosti normalnih presekov:

$$C_4 = \frac{e^2 {D^E_{ij}}^2}{12 M_m N_m} \sin(2\alpha_{ij}) \cos^2 \varphi_m \tag{6}$$

kjer je $N_m = \frac{N_i + N_j}{2}$, D^E_{ij} pa dolžina geodetske krivulje na elipsoidu med točkama i in j. N_i in N_j sta polmera ukrivljenost prvega vertikala v točkah i in j.

Azimut geodetske krivulje α_{ij}^E izračunamo kot:

$$\alpha_{ij}^E = \alpha'_{ij} + C_4 = A_{ij} + C_1 + C_2 + C_3 + C_4 \tag{7}$$

Opazovane horizontalne smeri reduciramo na enak način kot astronomske azimute, saj se prav tako nanašajo na navpičnico v opazovališču. Za redukcijo moramo poznati približne koordinate točk, na kateri se navezuje obravnavana smer, saj moramo za redukcijo poznati približni azimut horizontalne smeri.

1.3 Popravki zaradi vpliva preslikave v projekcijsko ravnino

Smerni kot ν_i^j s točke i na točko j izračunamo iz azimuta geodetske krivulje α_{ij}^E preko meridianske konvergence c_i in popravka smernega kota ω_{ij} zaradi ukrivljenosti projekcije geodetske krivulje.

Meridiansko konvergenco c_i izračunamo kot:

$$c_i[\text{rad}] = l \sin\varphi_i + \frac{l^3}{3}\sin\varphi_i \cos^2\varphi_i \left(1 + 3\eta^2 + 2\eta^4\right) + \frac{l^5}{15}\sin\varphi_i \cos^4\varphi_i (2 - t^2) \tag{8}$$

kjer je $l = \lambda_i^{rad} - \lambda_0^{rad}$ oddaljenost točke i od srednjega meridiana $\lambda_0 = 15°$ (<u>vrednost mora biti v radianih</u>), $\eta = e' \cos\varphi_i$, $t = \tan\varphi_i$ in e' druga ekscentriciteta referenčnega elipsoida.

Popravek smernega kota ω_{ij} zaradi ukrivljenosti projekcije geodetske krivulje med točkama i in j izračunamo kot:

$$\omega_{ij}[\text{rad}] = \frac{(\overline{n}_j - \overline{n}_i)(2\overline{e}_i + \overline{e}_j)}{6R_m^2} + \frac{e'^2 \sin(2\varphi_m)(\overline{n}_j - \overline{n}_i)^2 \overline{e}_i}{6R_m^3} + \frac{e'^2 \sin(2\varphi_m)(\overline{e}_j - \overline{e}_i)(3\overline{e}_i^2 + 2\overline{e}_i\overline{e}_j + \overline{e}_j^2)}{12R_m^3} \tag{9}$$

kjer sta $\overline{e}$ in $\overline{n}$ nemodulirani koordinati v ravnini projekcije ter $R_m = \frac{R_i + R_j}{2}$. R_i in R_j sta srednja polmera ukrivljenost v točkah i in j. Demodulacija koordinat:

$$\overline{e} = \frac{e - f_E}{m_0} \qquad \overline{n} = \frac{n - f_N}{m_0} \tag{10a, 10b}$$

kjer so m_0 faktor modulacije, f_E navidezni pomik proti vzhodu in f_N navidezni pomik proti severu državne kartografske projekcije.

Smerni kot ν_i^j izračunamo kot:

$$\nu_i^j = \alpha_{ij}^E - c_i - \omega ij \tag{11}$$

2 REDUKCIJA ZENITNE RAZDALJE

2.1 Popravki zaradi vpliva težnostnega polja Zemlje

Popravek opazovane zenitne razdalje z_{ij} s točke i na točko j zaradi vpliva težnostnega polja Zemlje izračunamo kot:

$$\Delta z_{ij} = \xi_i \cos\alpha_{ij} + \eta_i \sin\alpha_{ij} \tag{12}$$

kjer sta ξ_i in η_i komponenti odklona navpičnice v smeri meridiana (sever–jug) in prvega vertikala (vzhod–zahod) na stojiščni točki i, A_{ij} pa astronomski azimut s točke i na točko j.

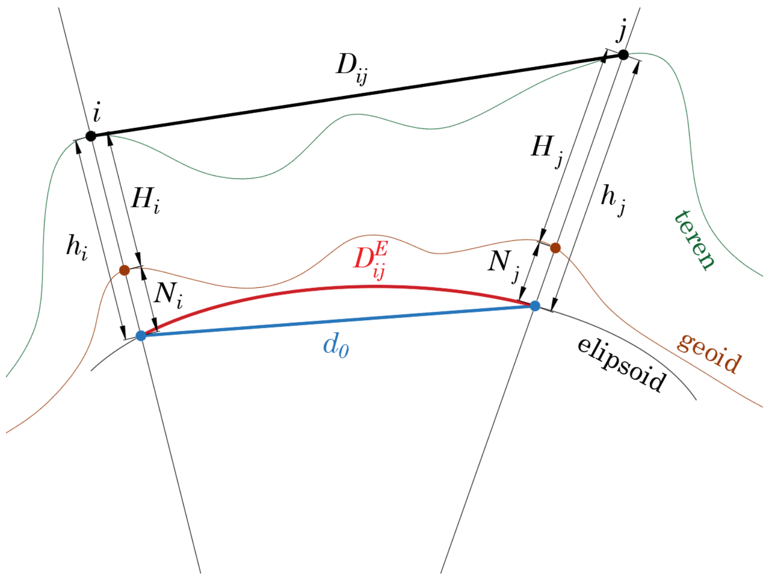
Za vpliv težnostnega polja Zemlje popravljeno zenitno razdaljo z'_{ij} izračunamo kot:

$$z'_{ij} = z_{ij} + \Delta z_{ij} \tag{13}$$

3 REDUKCIJA PROSTORSKE DOLŽINE

3.1 Popravki zaradi geometrije elipsoida

Prostorska dolžina D_{ij} predstavlja dolžino kamen-kamen med točkama i in j, ki je že reducirana za vpliv meteorologije.



Slika 1: Redukcija prostorske dolžine kamen-kamen na dolžino geodetske krivulje na elipsoidu

Redukcijo prostorske dolžine D_{ij} naredimo v dveh korakih (slika 1). V prvem koraku izračunamo dolžino tetive d^0_{ij}:

$$d^0_{ij} = \sqrt{\frac{D^2_{ij} - (h_j - h_i)^2}{\left(1 + \frac{h_i}{R_m}\right)\left(1 + \frac{h_j}{R_m}\right)}} \tag{14}$$

kjer sta h_i in h_j elipsoidni višini točk i in j, $R_m = \frac{R_i(\alpha_{ij})+R_j(\alpha_{ji})}{2}$ pa srednja vrednost polmerov ukrivljenosti normalnih presekov $R_i(\alpha_{ij})$ in $R_j(\alpha_{ji})$ s točke i na točko j in obratno.

V drugem koraku iz dolžine tetive d^0_{ij} izračunamo dolžino geodetske krivulje na elipsoidu D^E_{ij}:

$$D^E_{ij} = 2R_m \arcsin \frac{d^0_{ij}}{2R_m} \tag{15}$$

3.2 Popravki zaradi vpliva preslikave v projekcijsko ravnino

Dolžino v ravnini Gauß-Krügerjeve (prečne Mercatorjeve) projekcije d_{ij} izračunamo kot:

$$d_{ij} = \frac{D_{ij}^{E}}{1 - \dfrac{\overline{e}_i^2 + \overline{e}_i\overline{e}_j + \overline{e}_j^2}{6R_m^2} + \dfrac{\overline{e}_i^4 + \overline{e}_i^3\overline{e}_j + \overline{e}_i^2\overline{e}_j^2 + \overline{e}_i\overline{e}_j^3 + \overline{e}_j^4}{24R_m^4}} \tag{16}$$

kjer je $\overline{e}$ nemodulirana koordinata e.

4 DODATNA POMOČ

Polmer ukrivljenosti meridiana:

$$M = \frac{a\left(1 - e^2\right)}{\left(1 - e^2 \sin^2 \varphi\right)^{\frac{3}{2}}} \tag{17}$$

Polmer ukrivljenosti prvega vertikala:

$$N = \frac{a}{\left(1 - e^2 \sin^2 \varphi\right)^{\frac{1}{2}}} \tag{18}$$

Srednji polmer ukrivljenosti:

$$R = \sqrt{MN} \tag{19}$$

Polmer ukrivljenosti pod poljubnim azimutom α:

$$R(\alpha) = \frac{MN}{M \sin^2 \alpha + N \cos^2 \alpha} \tag{20}$$