

VAJA 2: GLOBALNI GEOPOTENCIALNI MODELI

2021/2022

1 UVOD

Z globalnimi geopotencialnimi modeli opišemo globalno gravitacijsko polje Zemlje. Gre za matematične funkcije, ki opisujejo gravitacijsko polje Zemlje v treh dimenzijah. Določitev globalnih geopotencialnih modelov je ena glavnih nalog geodezije, saj služijo kot referenčna osnova in nudijo pomembne informacije o Zemlji, njeni notranjosti in dogajanju na njej.

2 GRAVITACIJSKI POTENCIAL ZEMLJE

Gravitacijski potencial Zemelj izračunamo z enačbo:

$$V = G \iiint_{Zemlja} \frac{dm}{l} = G \iiint_{Zemlja} \frac{\rho}{l} dv \quad (1)$$

kjer sta ρ gostota in dv volumen masnega elementa ter l razdalja med masnim elementom in virom (točko) privlačnosti.

3 GLOBALNI GEOPOTENCIALNI MODELI

Globalni geopotencialni modeli služijo za izračun:

- težnostnega potenciala,
- geoidne višine,
- anomalij težnosti in
- gravitacijskih (in naprej težnostnih) anomalij.

Zgornje količine izračunamo glede na referenčno ploskev, ki je pri globalnih modelih elipsoid GRS 80 (angl. *Geodetic Reference System 1980*). Pri vzpostavitvi geopotencialnih modelov je zelo enostavno modelirati centrifugalni del, medtem ko je aproksimacija težnostenga (gravitacijskega) potenciala zelo zahtevna naloga. Za 3D-predstavitev globalnih modelov lahko uporabimo:

- elipsoidne harmonične funkcije,
- sferne radialno-bazične funkcije,
- sferne valčke ali
- sferne harmonične funkcije.

Med naštetimi možnostmi se najpogosteje uporabljajo sferne harmonične funkcije. Gre za niz ortogonalnih rešitev Laplaceove enačbe:

$$\Delta V = 0 \quad (2)$$

kjer je V gravitacijski potencial, Δ pa Laplaceov operator. Globalni gravitacijski potencial predstavimo s sfernimi koordinatami in koeficienti. Težnostni potencial Zemlje V v poljubni točki na ali nad Zemljo (r, φ, λ) izračunamo s pomočjo vsote sfernih harmoničnih funkcij do določene stopnje razvoja:

$$V(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM}{r} \sum_{l=0}^{l_{max}} \sum_{m=0}^l \left(\frac{R}{r}\right)^l P_{lm} \left(\sin \varphi (C_{lm} \cos(m\lambda) + S_{lm} \sin(m\lambda)) \right) \quad (3)$$

kjer so:

- r, φ, λ ... geocentrične koordinate na krogli za točko izračuna,
- R ... referenčni polmer Zemlje,
- GM ... produkt gravitacijske konstante in mase Zemlje,
- l, m ... stopnja in red sfernega harmoničnega koeficienta,
- P_{lm} ... Legendrove normalizirane funkcije,
- C_{lm}, S_{lm} ... Stokesovi normalizirani koeficienti.

Legendrove funkcije so normalizirane, da velja:

$$\frac{1}{4\pi} \int_{\lambda=0}^{2\pi} \int_{\varphi=0}^{\pi} (P_{lm} \sin \varphi \cos(m\lambda))^2 d\lambda d\varphi = 1 \quad (4)$$

4 PREDSTAVITEV GLOBALNIH GEOPOTENCIALNIH MODELOV

Globalni geopotencialni modeli so predstavljeni s:

- konstanto GM ,
- polmerom Zemlje R ,
- normaliziranimi Stokesovimi koeficienti C_{lm} in S_{lm} ter
- največjo stopnjo razvoja funkcije l_{max} .

l_{max} določa najkrajšo valovno dolžino, predstavljeno z modelom. Gre pravzaprav za ločljivost – če jo želimo povečati, moramo povečati tudi stopnjo razvoja funkcije.

5 NALOGA

5.1 Izris sfernih funkcij

S pomočjo priloženega programa GUI_SSH si pogledajte izrise sfernih harmoničnih funkcij od stopnje (angl. *degree*) 0 do 360, pri čemer si korak izberite sami (npr. 10 ali 20). Za stopnjo 30 spreminjajte red (angl. *order*) od 1 do 30. V tehnično poročilo vključite nekaj najbolj značilnih izrisov ter pojasnite, kaj pomeni spreminjanje stopnje in reda sfernih funkcij. Napišite tudi, kako "razrežemo" kroglo, če:

- je pri poljubni stopnji razvoja red razvoja enak 1,

- ob izbrani stopnji razvoja spreminjamo red razvoja,
- sta stopnja in red razvoja enaka?

5.2 Izris globalnih geopotencialnih modelov ob različnih stopnjah razvoja

Na spletni strani <http://icgem.gfz-potsdam.de/vis3d/longtime> se nahaja aplikacija za vizualizacijo različnih globalnih modelov geoidov (izračunanih na podlagi globalnih geopotencialnih modelov) ob izbrani stopnji razvoja sfernih funkcijah. Poglejte si, kako stopnja razvoja vpliva na ločljivost modela. Do katere stopnje so izračunani koeficienti razvoja sfernih funkcij za posamezen globalni geopotencialni model najdete tukaj: http://icgem.gfz-potsdam.de/tom_longtime. V tehnično poročilo vključite šest vizualizacije modela EGM2008:

i) $5 < l_{max} < 10$,

ii) $25 < l_{max} < 50$,

iii) $75 < l_{max} < 100$,

iv) $l_{max} =$ stopnja, do katere je razvit EGM96,

v) $500 < l_{max} < 1000$,

vi) $l_{max} =$ stopnja, do katere je razvit EGM2008.

5.3 Komentar velikosti geoidnih višin na različnih delih Zemlje

V kolikor imate na voljo polno različico MATLAB-a (potrebujete *Mapping Toolbox*), imate na voljo tudi funkcije, vezane na globalne geopotencialne modele. Izris globalnega geopotencialnega modela v kartografski projekciji naredite z ukazi:

```
load geoid;
load coastlines;
figure;
axesm robinson;
geoshow(geoid,geoidlegend,'DisplayType','texturemap');
colorbar('southoutside');
geoshow(coastlat,coastlon,'color','k');
```

Gre za izris geoidnih višin, ki so izračunane iz geopotencialnega modela EGM96 in grafično predstavljene na karti sveta v Robisonovi projekciji. Vaša naloga je, da s tem ali na podlagi prejšnjih 3D-izrisov opredelite območja, kjer so geoidne višine najmanjše, srednjih velikosti in največje.

5.4 Vizualizacije in animacije

Z uporabo MATLAB-ove aplikacije *rotationg_3d_globe* naredite:

- vizualizacijo topografije Zemlje,

- animacijo, iz katere je razvidna fizikalna oblika Zemlje (globalni geoid),
- datoteko .SLT za 3D-tisk.

Navodila za uporabo programa najdete v datoteki `manual.html`. Vizualizacijo topografije vključite v tehnično poročilo, animacijo in datoteko za 3D-tisk pa oddajte kot prilogo poročilu. Vizualizacijo datoteke .SLT lahko pogledate v spletnem pregledovalniku: <https://www.viewstl.com/>.