VAJA 1 – DEL 1: TEKTONIKA LITOSFERSKIH PLOŠČ – ABSOLUTNI VEKTORJI HITROSTI

2021/2022

Osnovna enačba za izračun vektorja hitrosti premika točke je:

$$\vec{v} = \vec{\Omega}_{\mathrm{rad/yr}} \times \vec{p} \tag{1}$$

Ker je rotacijski vektor $\vec{\Omega}$ običajno podan v enotah stopinje na milijon let, enačbo (1) zapišemo kot:

$$\vec{v} = \frac{\pi}{180^\circ} 10^{-6} (\vec{\Omega}_{\mathrm{deg/Myr}} \times \vec{p}) \tag{2}$$

oziroma:

$$\vec{v} = \frac{\pi}{180^\circ} 10^{-6} \begin{bmatrix} p_z\omega_y - p_y\omega_z \\ p_x\omega_z - p_z\omega_x \\ p_y\omega_x - p_x\omega_y \end{bmatrix} \tag{3}$$

V enačbah (1) - (3) so:

$\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$	vektor hitrosti obravnavane točke v ECEF koordinatnem sistemu,
$\vec{\Omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$	rotacijski vektor tektonske plošče, na kateri leži obravnavana točka v ECEF koordinatnem sistemu
$\vec{p} = (p_x, p_y, p_z)$	krajevni vektor obravnavane točke v ECEF koordinatnem sistemu.

Običajno v modelih gibanja tektonskih plošč gibanje ni opisano z rotacijskim vektorjem tektonske plošče ($\vec{\Omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$), temveč z Eulerjevimi parametri rotacije ($\vec{\Omega} = (\Omega, \Phi, \Lambda)$). Eulerjevi parametri rotacije so kotna hitrost Ω ter sferna širina Φ in sferna dolžina Λ Eulerjevega pola. Pretvorba rotacijskega vektorja v parametre Eulerjeve rotacije je dana z enačbo (4), obratna pretvorba pa z enačbo (5).

$$\begin{aligned} \Phi &= \arctan\left(\frac{\omega_z}{\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}}\right) \\ \Lambda &= \arctan\left(\frac{\omega_y}{\omega_x}\right) \\ \Omega &= \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} \omega_x &= \Omega \cos\Phi \cos\Lambda \\ \omega_y &= \Omega \cos\Phi \sin\Lambda \\ \omega_z &= \Omega \sin\Phi \end{aligned} \tag{5}$$

Ker Zemljo aproksimiramo s kroglo, lahko komponente krajevnega vektorja $\vec{p}$ izračunamo kot:

$$\begin{aligned} p_x &= R_z \cos\varphi \cos\lambda \\ p_y &= R_z \cos\varphi \sin\lambda \\ p_z &= R_z \sin\varphi \end{aligned} \tag{6}$$

kjer sta φ in λ geografska oziroma elipsoidna širina in dolžina, $R_z = 6378137\,\text{m}$ pa polmer Zemlje, ki jo aproksimiramo s kroglo.

Vektor hitrosti, dan v ECEF koordinatnem sistemu, pretvorimo v LG koordinatni sistem kot:

$$\begin{bmatrix} v_n \\ v_e \\ v_u \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} \tag{7}$$

kjer je R rotacijska matrika:

$$R = \begin{bmatrix} -\sin\varphi\cos\lambda & -\sin\varphi\sin\lambda & \cos\varphi \\ -\sin\lambda & \cos\lambda & 0 \\ \cos\varphi\cos\lambda & \cos\varphi\sin\lambda & \sin\varphi \end{bmatrix} \tag{8}$$

Velikost vektorja hitrosti izračunamo kot:

$$v = \sqrt{v_n^2 + v_e^2 + v_u^2} \tag{9}$$

Smer oziroma azimut vektorja hitrosti pa kot:

$$\theta = \arctan(\frac{v_e}{v_n}) \tag{10}$$

pri čemer moramo upoštevati pravilo za izračun smernega kota ($\theta \in [0°, 360°)$).