

Ugotavljanje premikov z metodami deformacijske analize

Simona Savšek-Safić*

Povzetek

V članku je prikazana uporaba treh metod deformacijske analize, ki na osnovi geodetskih opazovanj z uporabo statističnih metod določijo premike točk v geodetski mreži. Na testnem primeru simulirane mreže je izdelana analiza metod Hannover, Ašanin in Mihailović. Podana je primerjava uspešnosti ugotavljanja stabilnih točk ter premikov nestabilnih točk obravnavanih metod deformacijske analize.

Uvod

Določitev premikov in deformacij naravnih in umetnih objektov je ena zahtevnejših nalog geodetske stroke. Problem je povezan z ugotavljanjem stabilnosti in potencialne nevarnosti umetnih objektov v času njihove izgradnje in po njej ter premikov tal kot posledice delovanja naravnih sil ali nenadzorovanih posegov v prostor.

Premiki in deformacije nastanejo tako na umetnih objektih, kot so jezovi, nasipi, mostovi, kot tudi v njihovi okolici, na primer v dolinah jezov, na obrežjih umetnih akumulacij, pa tudi na naravnih območjih, kot so plazovi, ob tektonskih prelomnicah, na barjanskih tleh. Ugotavljanje premikov in deformacijska analiza sta zelo pomembni tako iz tehničnih in varnostnih razlogov, kakor tudi z ekonomskega vidika. Zaradi stalnega pojava premikov in deformacij v praksi je ugotavljanje velikosti, hitrosti ter periodičnosti premikov pomembno zlasti v gradbeništvu in rudarstvu, pa tudi v drugih geoznanostih.

Osnova za ugotavljanje obnašanja objekta ali izbranega območja zemeljske površine je določitev sprememb položaja značilno izbranih točk na objektu ali površini. Točke med seboj povezujemo v mreže. Položaj merskih točk določa obliko mreže ter metodo izmere. Metode izmere delimo v absolutne ali geodetske ter relativne ali fizikalne (Stopar & Vodopivec, 1990). Izmero opravimo večkrat, v vnaprej določenih časovnih presledkih. Opravimo večje število terminskih izmer. Na osnovi primerjave rezultatov posameznih terminskih izmer lahko sklepamo na premike točk. Na nestabilnost sklepamo na osnovi velikosti in smeri premikov vseh značilnih točk opazovanega objekta ali območja. V članku obravnavamo geodetske metode, ki omogočajo določitev premikov in deformacij objekta ali območja kot celote glede na stabilno okolico ter določitev meje nestabilnega območja.

Deformacijska analiza

Pod pojmom *deformacijska analiza* razumemo metode za odkrivanje in določanje nastalih premikov in deformacij. Deformacijska analiza je torej postopek, ki na osnovi geodetskih merjenj odkrije in določi nastale prostorske premike fizične površine zemlje in objektov z metodami statistične analize (Ambrožič, 1996). V praksi deformacijska analiza zaradi zapletenega matematičnega ozadja pogosto velja za prezapleteno in neuporabno.

* asist.dr., Univerza v Ljubljani, FGG – Oddelek za geodezijo, Jamova 2, Ljubljana

Rezultati deformacijske analize so neposredno odvisni od uspešne sinteze geodetske stroke s strokami, kot so statistika, geomehanika in geologija.

V postopku deformacijske analize je za absolutno določevanje premikov temeljnega pomena ugotavljanje stabilnosti točk. Iskanje optimalne metode statistične analize za odkrivanje in določanje nastalih premikov je bilo velik izziv za številne raziskovalce. Vsaka od predlaganih metod je upoštevala drugačne predpostavke, matematični model, statistično analizo, zato se med seboj razlikujejo tudi po uporabnosti, racionalnosti in praktičnosti. V zadnjih dveh desetletjih sta razvoj hitrih in zmogljivih računalnikov ter uvajanje postopkov statističnega testiranja v geodetsko stroko omogočila velik napredek deformacijske analize.

Leta 1978 so v Bonnu na II. kongresu deformacijskih merjenj v sklopu FIG v okviru 6. komisije ustanovili skupino za poenotenje postopkov. V skupino so bili vključeni vodilni univerzitetni raziskovalni centri :

- Delft (J. van Mierlo, J.J. Kok) - Računalniški center Geodetskega inštituta Tehnične univerze Delft na Nizozemskem;
- Fredericton (A. Chrzanowski, Y. Q. Chen, J. Secord) - Oddelek za geodezijo Univerze New Brunswick v Kanadi;
- Hannover (H. Pelzer) - Geodetski inštitut Univerze Hannover v Nemčiji;
- Karlsruhe (K.R. Koch, B. Heck, E. Kuntz, B. Meier-Hirmer) - Geodetski inštitut Univerze Karlsruhe v Nemčiji;
- München (W. Welsch) - Inštitut za geodezijo Visoke vojaške šole v Nemčiji.

Osem let kasneje je komisija zaključila, da bi bilo "težko popolnoma poenotiti vse obravnavane postopke v neka splošna navodila za praktično uporabo" in da je potrebno "izbiro postopka, ki bi v največji meri reševal probleme deformacijske analize, prepustiti uporabnikom" (Chrzanowski & Chen, 1986).

V svetu in v bivšem jugoslovanskem prostoru so istočasno nastajale številne druge metode deformacijske analize, ki so skušale reševati problem ugotavljanja stabilnih točk:

- Slobodan Ašanin, 1986: Prilog obradi i analizi geodetskih merenja za određivanje pomeranja i deformacija objekata i tla (Ašanin, 1986),
- Krunoslav Mihailović, 1994: Deformaciona analiza geodetskih mreža (Mihailović & Aleksić, 1994).

Postopek deformacijske analize razdelimo v naslednje faze:

1. izravnava posamezne terminske izmere ter ocena kakovosti mreže,
2. testiranje homogenosti natančnosti dveh terminskih izmer,
3. globalni test skladnosti mreže med dvema terminskima izmerama,
4. testiranje stabilnosti referenčnih točk ter določitev nestabilnih točk in
5. testiranje premikov točk na objektu.

V *prvi fazi* namenoma ne govorimo o analizi natančnosti posamezne terminske izmere, temveč izpostavimo problem *ocene kakovosti mreže* kot celote. Pojem kakovosti mreže namreč poleg meril natančnosti vključuje tudi merila zanesljivosti in občutljivosti obravnavane geodetske mreže (Caspary, 2000).

Izravnava posamezne terminske izmere nam omogoča pridobitev najverjetnejših vrednosti opazovanj in neznanek ter njihovo oceno natančnosti. Tako pridobljene količine so v nadaljevanju predmet številnih primerjav in testiranj. Pri tem je zelo pomembno, da so te količine neodvisne od izbire geodetskega datuma in zato statistično ocenljive. Temu

pogoju zadostijo le količine, ki jih pridobimo z izravnavo prostih mrež, deloma tudi z izravnavo mrež, ki privzamejo minimalno število datumskih parametrov (Leick, 1982). O splošnih priporočilih glede globalne in lokalne natančnosti ni mogoče govoriti, saj sta le-ti odvisni od vrste in namena mreže za ugotavljanje premikov in deformacij. Poudariti je potrebno, da je večina meril natančnosti datumsko odvisnih.

Ocenjevanje zanesljivosti geodetske mreže se v glavnem nanaša na sposobnost odkrivanja in izločanja grobih pogreškov v opazovanjih. Globalno mero zanesljivosti posamezne terminske izmere obravnavamo z razmerjem a posteriori $\hat{\sigma}_0^2$ in a priori referenčne variance σ_0^2 za obravnavano terminsko izmero. Razmerje imenujemo *globalni test modela* in ga je smiselno izračunati v primeru zanesljivo znane a priori referenčne variance. Z globalnim testom potrdimo ali ovržemo prisotnost grobo pogrešenih opazovanj v mreži, vendar jih ne lociramo. Vzrok za neskladje med opazovanji in modelom je bodisi v prisotnosti grobo pogrešenih opazovanj, bodisi v napačni oceni a priori referenčne variance, na kar je treba še posebej paziti. V primeru zavrnitve globalnega testa modela moramo pregledati, odkriti in izločiti grobo pogrešena opazovanja z Baardovo metodo (angl. Data Snooping). V primeru, da a priori referenčna varianca ni zanesljivo znana, pregledujemo in odkrivamo grobe pogreške s Popovo metodo (angl. Data Screening) ali dansko metodo. Odkrivanju in izločanju grobo pogrešenih opazovanj moramo nameniti veliko pozornost, saj neodkriti grobi pogreški vplivajo na oceno neznank in posredno na nerealno oceno premikov.

V postopku ocene kakovosti geodetske mreže je najmanj znana mera za občutljivost posameznega opazovanja. Občutljivost se nanaša na vpliv neodkritih grobih pogreškov na ocenjene vrednosti neznank. Tveganje, da se grobi pogreški skrijejo v slabo občutljivih opazovanjih in jih zato ne moremo odkriti, je lahko zelo veliko. Merilo občutljivosti opazovanja je število nadštevilnosti, ki je odvisno od geometrije mreže in je hkrati datumsko neodvisna količina. Števila nadštevilnosti posameznih opazovanj lahko izračunamo že v fazi načrtovanja mreže in s tem odkrijemo predele slabe občutljivosti v mreži, kar je velika prednost. Problem "slabše občutljivosti" lahko rešimo že v fazi projektiranja s postopki optimizacije. Poudariti je potrebno, da so mreže za namen ugotavljanja premikov in deformacij praviloma slabše občutljive, kar izhaja iz omejitev pri projektiranju mreže v smislu geometrije.

V *drugi fazi* opravimo testiranje homogenosti natančnosti obravnavanih terminskih izmer. Izmeri, ki nista homogene natančnosti, namreč nista primerljivi. To je še posebej problematično prav v mrežah za ugotavljanje premikov in deformacij, saj bi bili vsi zaključki o možnih premikih, na osnovi primerjave dveh nehomogenih mrež, pristranski. Homogenost natančnosti dveh terminskih izmer lahko ugotavljamo le v primeru, ko obe izmeri temeljita na skupnem geodetskem datumu ter so privzete enake približne koordinate točk. S primerjavo a posteriori referenčnih varianc med terminskima izmerama lahko dobimo zanesljivo oceno homogenosti natančnosti opazovanj dveh obravnavanih terminskih izmer ob predpostavki, da je bila a priori varianca v obeh primerih enaka.

V *tretji fazi* testiramo globalno skladnost obravnavanih terminskih izmer. Ugotavljamo, ali so se koordinate identičnih točk celotne mreže med dvema terminskima izmerama spremenile. Zato je še toliko bolj pomembno, da se ocene neznank nanašajo na identični datum, torej so nepristranske. V primeru, da se je katerakoli točka v mreži značilno premaknila, je to razvidno iz zavrnitve testa globalne skladnosti, kjer primerjamo izravnane vrednosti neznank (koordinat točk) med terminskima izmerama.

V *četrti fazi* testiramo stabilnost referenčnih točk. V praksi pogosto nimamo zanesljivih informacij o domnevnih stabilnih, torej referenčnih točkah. Če ne razpolagamo z verodostojnimi informacijami o stabilnih točkah, je varneje, da se o tem ne odločimo in vse točke obravnavamo kot referenčne točke. Učinkovita metoda ugotavljanja stabilnosti mora izločiti domnevno nestabilne točke iz skupine referenčnih točk, ne glede na predpostavke. V primeru, da zavrnilo test stabilnosti referenčnih točk, s tem potrdimo prisotnost nestabilnih točk med referenčnimi točkami. V nadaljevanju s testiranjem izločimo nestabilne točke iz skupine referenčnih točk. Ta faza deformacijske analize je ena najboljčutljivejših, saj se prav tu oblikuje skupina točk, za katere ne moremo trditi, da so se premaknile, in jih zato v nadaljevanju obravnavamo kot stabilne točke.

V *peti fazi* testiramo premike točk na objektu. Da lahko govorimo o nepristranski oceni premikov, morajo biti tudi količine, ki jih testiramo, statistično ocenljive, torej neodvisne od izbire danih količin ali datuma mreže.

Posebnosti obravnavanih metod deformacijske analize

Metoda Hannover

Metoda temelji na ugotavljanju globalne skladnosti koordinat identičnih točk geodetske mreže na osnovi srednjega neujemanja med dvema terminskima izmerama. Posamezno terminsko izmero izravnamo v smislu proste mreže pod predpostavko, da so iz opazovanj odpravljeni grobi in sistematični pogreški. V nadaljevanju iz skupine referenčnih točk izločimo morebitne nestabilne točke z največjim srednjim neujemanjem. Tako izločene točke oblikujejo skupino točk na objektu, katerih premike izračunamo in testiramo. Metoda temelji na postopnem izločanju nestabilnih točk v mreži.

Metoda Ašanin

Metoda je v računskem smislu podobna metodi Hannover, le da skladnost identičnih točk v mreži ugotavljamo za vse kombinacije delov mreže (pare, trojice... p...torke točk v mreži). Točke, ki v največjem številu kombinacij izkazujejo skladnost, se obravnavajo kot stabilne. V nadaljevanju se izvede testiranje preostalih točk in določijo premiki. Metoda ne temelji na postopnem izločanju nestabilnih točk v mreži.

Metoda Mihailović

Metoda temelji na ugotavljanju stabilnosti koordinatnega sistema med dvema terminskima izmerama. Koordinatni sistem se določi na osnovi minimalnega števila datumskih parametrov. Na osnovi navideznih premikov, ki se zbirajo okrog domnevno stabilnih točk, se določi najverjetnejšo stabilno točko. V nadaljevanju se izračunajo relativni premiki glede na najverjetnejšo stabilno točko.

Metode so podrobneje opisane v delu Savšek-Safić, 2002.

FAZA / METODA	HANNOVER	AŠANIN	MIHAILOVIĆ
Izravnava in odkrivanje grobih pogreškov	$\mathbf{v}_i^T \mathbf{P} \mathbf{v}_i = \min$ $\hat{\mathbf{x}}_i^T \hat{\mathbf{x}}_i = \min$ <i>i</i> - terminska izmera	$\mathbf{v}_i^T \mathbf{P} \mathbf{v}_i = \min$ $\hat{\mathbf{x}}_i^T \hat{\mathbf{x}}_i = \min$	$\mathbf{v}_i^T \mathbf{P} \mathbf{v}_i = \min$
Transformacija	S-transformacija (v datum identičnih točk)	S-transformacija (v datum točk, katerih skladnost se ugotavlja)	/
Vhodni podatki	Izravnane koordinate in ocena natančnosti določitve koordinat točk posamezne terminske izmere $\hat{\mathbf{x}}_i$ in $\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}_i}, \hat{\sigma}_{0_i}$		
Testiranje homogenosti natančnosti	$H_0 : E(\hat{\sigma}_{0_i}^2) = E(\hat{\sigma}_{0_{i+1}}^2)$ Terminski izmeri morata biti homogene natančnosti.		
Referenčna varianca a posteriori obeh terminskih izmer	$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{f_i \hat{\sigma}_{0_i}^2 + f_{i+1} \hat{\sigma}_{0_{i+1}}^2}{f}$ $f_i = n_i - u_i + d_i, f = f_i + f_{i+1}$		/
Testiranje globalne skladnosti	$H_0 : E(\hat{\mathbf{x}}_i) = E(\hat{\mathbf{x}}_{i+1})$ Ugotavljamo, ali so se koordinate točk v mreži spremenile.		
Testiranje stabilnosti referenčnih točk	Vektor premikov $\mathbf{d} = \hat{\mathbf{x}}_{i+1} - \hat{\mathbf{x}}_i$ $H_0 : E(\mathbf{d}_S) = \mathbf{0}$ Ugotavljamo, ali med referenčnimi točkami obstajajo nestabilne točke. \mathbf{d}_S - vektor premikov referenčnih točk	$\mathbf{d} = \hat{\mathbf{x}}_{i+1} - \hat{\mathbf{x}}_i$ $H_0 : E(\mathbf{d}) = \mathbf{0}$ Ugotavljamo skladnost parov, trojic ...p-tork točk v mreži.	Stabilnost referenčnih točk ugotavljamo na osnovi navideznih premikov. $d'y_j = y_{i+1,j} - y_{i,j}$ $d'x_j = x_{i+1,j} - x_{i,j}$ <i>j</i> - številka točke
		Število kombinacij $2^p - (p + 1)$ <i>p</i> - število točk v mreži	
Določitev nestabilnih referenčnih točk	Postopno izločamo točke, ki izkazujejo največje neskladje.	Točke, ki izkazujejo skladnost v vseh kombinacijah, obravnavamo kot stabilne.	Izračunamo srednjo vrednost navideznih premikov. $\bar{d}'y, \bar{d}'x$
Testiranje premikov točk na objektu	$H_0 : E(\mathbf{d}_O) = \mathbf{0}$ $\bar{\mathbf{d}}_O = \mathbf{d}_O - \mathbf{P}_{OO}^{-1} \mathbf{P}_{OF} \mathbf{d}_F$ \mathbf{d}_O - vektor premikov točk na objektu.	$H_0 : E(\mathbf{d}_O) = \mathbf{0}$ $\mathbf{d}_O = \hat{\mathbf{x}}_{i+1} - \hat{\mathbf{x}}_i$	Testiranje relativnih premikov $H_0 : E(\Delta \bar{d}'_j) = 0$ $\Delta \bar{d}'y_j = d'y_j - \bar{d}'y$ $\Delta \bar{d}'x_j = d'x_j - \bar{d}'x$

Preglednica 1: Primerjava metod deformacijske analize

Testiranje stabilnosti na primeru simulirane mreže

Metode deformacijske analize smo testirali z obravnavo trigonometrične mreže v obliki šestkotnika s centralno točko. Opazovanja smo določili numerično s simulacijami, za generiranje vzorca normalno porazdeljenih slučajnih spremenljivk pa smo uporabili polarno metodo generiranja Box in Müller. Simulacije so numerično orodje, s katerim opravimo preizkuse obnašanja obravnavanega modela. V deformacijski analizi so uporabne za primerjavo ocenjenih premikov z znanimi (simuliranimi) vrednostmi.

Vsa opazovanja so simulirana z realno standardno deviacijo, ki znaša $\sigma_{\alpha} = 1''$ za kotna opazovanja in $\sigma_d = 5 \text{ mm}$ za dolžinska opazovanja. Uteži v grupah so 1. Geodetski datum določajo točke v odvisnosti od zahtev posamezne testirane metode deformacijske analize. Zaradi enostavnosti obravnavamo le dve terminski izmeri ter identično konfiguracijo mreže. V postopku testiranja hipotez se odločimo za enotno stopnjo značilnosti testa $\alpha = 5\%$. Pri vselestiranjih izračunamo dejansko tveganje za zavrnitev ničelne hipoteze.

Osnova za deformacijsko analizo so izravnane koordinate in natančnosti določitve koordinat točk posamezne terminske izmere. V nadaljevanju ne podajamo nepreglednih matrik kofaktorjev neznan, temveč vse vhodne podatke za izravnavo.

Točka		Ničelna terminska izmera				Tekoča terminska izmera			
Od	Do	Opazovana smer			Dolžina	Opazovana smer			Dolžina
		0	'	"	m	0	'	"	m
1	6	314	59	58.6	848.5203	315	00	08.3	848.5437
1	7	32	00	18.4	943.4058	32	00	18.0	943.4930
1	2	90	00	00.6	1000.0017	89	59	48.8	1000.0107
2	1	269	59	58.1	1000.0077	269	59	50.2	1000.0037
2	7	327	59	41.6	943.3963	327	59	50.8	943.4170
2	3	33	41	24.9	1081.6692	33	41	27.8	1081.6608
3	2	213	41	23.2	1081.6572	213	41	27.7	1081.6665
3	7	264	48	19.6	1104.5400	264	48	28.5	1104.5072
3	4	326	18	35.0	721.1132	326	18	35.0	721.1192
4	3	146	18	33.4	721.1152	146	18	34.9	721.1152
4	7	224	59	59.9	989.9525	225	00	00.3	989.9073
4	5	275	42	39.1	1004.9917	275	42	37.1	1004.9992
5	4	95	42	37.9	1004.9861	95	42	36.1	1004.9865
5	7	159	26	39.7	854.4009	159	26	29.0	854.3696
5	6	218	39	36.1	1280.6231	218	39	35.9	1280.6217
6	5	38	39	35.0	1280.6242	38	39	34.6	1280.6267
6	7	79	41	43.7	1118.0403	79	41	36.3	1118.0745
6	1	134	59	59.5	848.5338	135	00	10.4	848.5325
7	6	259	41	42.2	1118.0366	259	41	36.6	1118.0680
7	5	339	26	38.3	854.4000	339	26	28.6	854.3591
7	4	45	00	00.9	989.9507	45	00	03.6	989.8993
7	3	84	48	21.1	1104.5387	84	48	29.6	1104.5055
7	2	147	59	40.6	943.3984	147	59	50.6	943.4008
7	1	212	00	19.3	943.3992	212	00	15.7	943.4907

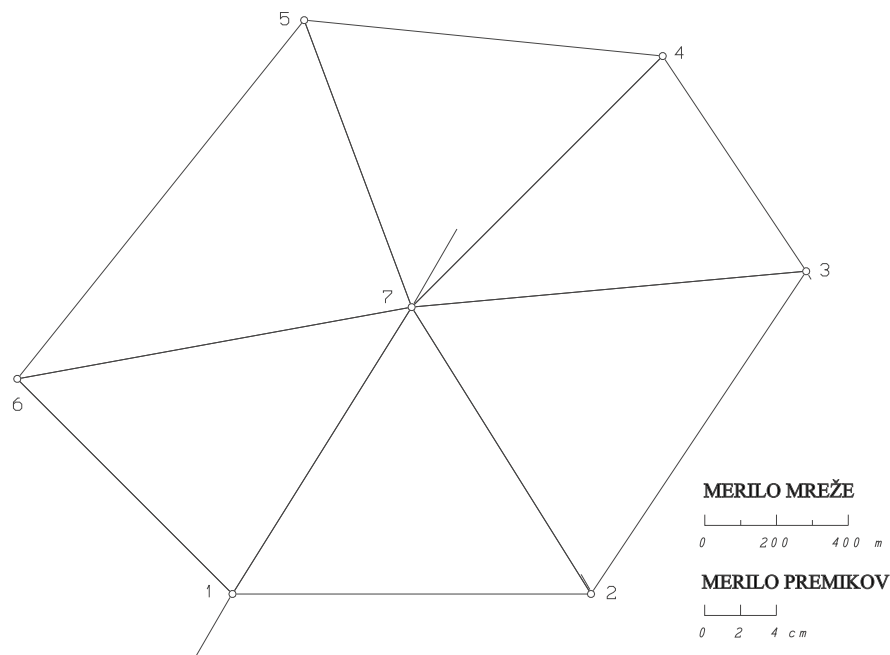
Preglednica 2: Simulirana opazovanja dveh terminskih izmer

Za obe terminski izmeri velja enak Gauss-Markov model:

- število opazovanj: $n = 48$
- število neznan: $u = 21$ (14 koordinatnih in 7 orientacijskih)
- defekt mreže: $d = 3$ (v mreži so simulirane smeri in dolžine)
- število nadštevilnih opazovanj: $f = n - u + d = 30$

Točka	Približne koordinate	
	y_0	x_0
1	1000.0000	1000.0000
2	2000.0000	1000.0000
3	2600.0000	1900.0000
4	2200.0000	2500.0000
5	1200.0000	2600.0000
6	400.0000	1600.0000
7	1500.0000	1800.0000

Preglednica 3: Približne koordinate točk v obeh terminskih izmerah



Slika 1: Mreža simuliranih opazovanj in premikov

Točka	Premik - d [mm]	Smer - v [$^{\circ}$]
1	40	210
2	12	330
3	5	150
7	50	30

Preglednica 4: Vrednosti simuliranih premikov

Primerjava rezultatov testiranj

V preglednici 5 navajamo ocenjene vrednosti premikov ter natančnosti določitve premikov za obravnavane metode deformacijske analize in jih primerjamo s simuliranimi vrednostmi.

Točka	Simulirano		Hannover		Ašanin		Mihailović	
	d_{sim} mm	Stabilna	d mm	σ_d mm	d mm	σ_d mm	d mm	σ_d mm
1	40.0	Ne	41.5	2.8	42.4	2.8	41.2	3.4
2	12.0	Ne	15.2	3.0	11.5	3.0	14.9	4.9
3	5.0	Ne	4.2	2.6	3.1	2.6	1.2	4.0
4	0.0	Da	1.3	2.7	2.8	2.7	3.5	3.0
5	0.0	Da	4.1	2.9	4.3	2.9	2.6	3.0
6	0.0	Da	2.5	2.8	5.2	2.8	1.6	4.0
7	50.0	Ne	50.2	2.0	49.9	2.0	50.5	3.0

Preglednica 5: Testiranje premikov točk

Iz preglednice 5 je razvidno, da v primeru simulirane mreže vse metode nedvoumno odkrijejo velike premike na točkah 1 in 7, ko je premik več kot 10-kratnik natančnosti premika. Na točki 3, kjer je premik manjši od 2-kratnika natančnosti premika, nobena od metod premika ne odkrije, saj je očitno premajhen. Simulirani premik na točki 2, kjer je premik približno 4-kratnik natančnosti premika, odkrijeta metodi Hannover in Mihailović, metoda Ašanin pa ga presenetljivo ne odkrije.

Tveganje za zavrnitev ničelne hipoteze $H_0 : E(\mathbf{d}) = \mathbf{0}$ je na domnevno stabilnih točkah preveliko, da bi hipotezo zavrnili. Zato zanje ne moremo trditi, da so se značilno premaknile. V primeru majhnega premika na točki 3 (5 mm) nobena od metod premika ne zazna. Testna statistika je bistveno manjša od kritične vrednosti, zato je tudi v tem primeru tveganje za zavrnitev ničelne hipoteze preveliko. Točko torej neupravičeno obravnavamo kot stabilno. Ugotavljamo, da mora biti premik dovolj značilen glede na natančnost določitve premika, da ga lahko odkrijemo. Ker se premike nestabilnih točk določa glede na stabilne točke, je zelo pomembno, da samo dejansko stabilne točke obravnavamo kot stabilne. Ugotavljamo, da so uporabljene testne statistike za testiranje premikov zelo občutljive, saj glede na dejansko tveganje zagotavljajo dovolj nedvoumno odločitev o značilnih ali neznačilnih premikih.

Če obravnavane metode ocenjujemo po učinkovitosti, ekonomičnosti in enostavnosti matematičnega modela, lahko zaključimo naslednje:

- Metoda Hannover je z vidika matematičnega modela neoporečna in nepristranska, a hkrati dovolj univerzalna za višinske, ravninske in prostorske mreže. Kot prednost navajamo, da metoda ne potrebuje enakega plana opazovanj, iste vrste opazovanj ter identičnih točk v terminskih izmerah. Omejitvi metode sta, da potrebujemo statistično enako a priori referenčno varianco ter približne koordinate v obeh terminskih izmerah, kar pa ni težko doseči.
- Metoda Ašanin je z vidika matematičnega modela neoporečna in nepristranska, sicer pa zaradi računanja skladnosti v vseh kombinacijah preveč zamudna in neekonomična. Kot prednost metode navajamo dejstvo, da zaradi številnih kombinacij dovolj zanesljivo odkrije vse nestabilne točke. Avtor v računskih primerih ne obravnava višinskih in prostorskih mrež. Ocenjujemo, da je za mreže z več kot petimi točkami neprimerna, saj število kombinacij, v katerih se ugotavlja skladnost mreže, eksponentno narašča.

- Metoda Mihailović je z vidika matematičnega modela najbolj enostavna in rešuje problem višinskih in ravninskih mrež. Kljub enostavnosti daje dobre ocene relativnih premikov. Edina od obravnavanih metod pridobi ocene neznank tako, da določi minimalno število datumskih parametrov. Slabost metode je, da ni univerzalna, saj je matematični model odvisen od dimenzije mreže. Predpostavka o znani tendenci je v praksi pogosto vprašljiva, prav tako tudi poznavanje stabilnih točk. V primeru pravilnih predpostavk lahko to za metodo predstavlja določeno prednost, v nasprotnem primeru pa veliko slabost.

Zaključek

Pogoj za izvedbo deformacijske analize je skrbna izmera in obdelava opazovanj posamezne terminske izmere v smislu ocene kakovosti obravnavane mreže. Posebno pozornost moramo nameniti odkrivanju in izločanju grobih pogreškov v opazovanjih. Da zagotovimo najboljšo nepristransko oceno neznank, izravnamo posamezno terminsko izmero v smislu proste mreže. Le količine, ki so neodvisne od datuma mreže, so statistično ocenljive. Testiranje hipotez je v deformacijski analizi zelo pomembno orodje za ugotavljanje stabilnosti in določanje značilnih premikov. Značilne premike točk ugotavljamo na osnovi najmanj dveh terminskih izmer ter izključno na identičnih točkah v mreži.

Ugotavljamo, da je v primeru znatnih premikov, ko je premik večji od 10-kratnika natančnosti premika, nepomembno, po kateri metodi opravimo deformacijsko analizo, saj vse metode odkrijejo premike. Majhnih premikov, kjer je premik manjši od 2-kratnika natančnosti premika, ne odkrijemo z nobeno metodo. Ocenjujemo, da z zadostno verjetnostjo obravnavamo premike, ki so večji od 5-kratnika natančnosti premikov. V nasprotnem primeru opravimo dodatna testiranja značilnosti premikov. O najprimernejši metodi deformacijske analize se odločimo glede na enostavnost, ekonomičnost ter vključevanje načela "najboljših rešitev".

Literatura

- Amrožič T., (1996), *Ocena stabilnosti točk v geodetski mreži*, Magistrska naloga, Univerza v Ljubljani, FGG, Oddelek za geodezijo, Ljubljana.
- Ašanin S., (1986), *Prilog obradi i analizi geodetskih merenja za odredjivanje pomeranja i deformacija objekta i tla*, Doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu, Gradjevinski fakultet, Institut za geodeziju, Beograd.
- Caspary W., (2000), *Concepts of Network and Deformation Analysis*, School of Surveying, The University of New South Wales, Kensington.
- Chrzanowski A., Chen Y.Q., (1986) *Report of the Ad-hoc Committee on the Analysis of Deformation Surveys*, Proc. 17th FIG International Congress, Paper 608.1, Toronto.
- Leick A., (1982) *Minimal Constraints in Two-Dimensional Networks*, Journal of Surveying Engineering, Vol 108, No 2, 53-68.
- Mihailović K., Aleksić I.R., (1994), *Deformaciona analiza geodetskih mreža*, Gradjevinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Institut za geodeziju, Beograd.
- Savšek Safić S., (2002), *Optimalna metoda določanja stabilnih točk v deformacijski analizi*, Doktorska disertacija, Univerza v Ljubljani, FGG, Oddelek za geodezijo, Ljubljana.
- Stopar B., Vodopivec F., (1990), *Relativne metode merjenja deformacij*, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za arhitekturo, gradbeništvo in geodezijo, Ljubljana.