

Izbira metode pri verjetnostnih analizah visokovodnih konic

Nejc Bezak*, Mitja Brilly* in Mojca Šraj*

Povzetek

Kvalitetno izvedena verjetnostna analiza visokovodnih konic je pogoj za določitev povezave med ocenjeno vrednostjo pretoka in pripadajočo povratno dobo oziroma verjetnostjo. Analizirali smo 58 let podatkov dnevnih vrednosti pretokov z vključenimi maksimalnimi konicami z vodomerne postaje Litija 1 na reki Savi. Verjetnostno analizo smo naredili z metodo letnih maksimumov (AM metoda) in z metodo vrednosti nad izbranim pragom (POT metoda). Pri tem smo uporabili najpogosteje uporabljene porazdelitvene funkcije in tri načine ocenjevanja parametrov. S pomočjo statističnih in grafičnih testov smo primerjali rezultate analiz in določili razlike med obema metodama. Metoda vrednosti nad izbranim pragom je dala boljše rezultate statističnih testov kot metoda letnih maksimumov. Med uporabljenimi porazdelitvami je najboljše rezultate dala logaritemsko Pearsonova porazdelitev tipa 3 (LP3). Za oceno parametrov porazdelitev pa je metoda L-momentov izkazala boljše rezultate kot metoda momentov in metoda največjega verjetja.

Ključne besede: Metoda letnih maksimumov; Metoda vrednosti nad izbranim pragom; Metoda momentov; Metoda L-momentov.

Keywords: Annual maximum series; Peaks over threshold series; Method of moments; Method of L-moments.

Uvod

Poplave so izredno dinamičen, naraven pojav, ki lahko povzročijo veliko gmotno škodo ali celo ogrozijo človeška življenja. V Sloveniji pogosto prihaja do manjših poplav, vse pogosteje pa tudi do večjih. Visoke vode ogrožajo več kot 3000 kvadratnih metrov slovenskega ozemlja (ARSO, 2012a). Za zmanjšanje poplavne ogroženosti lahko uporabimo aktivne in pasivne ukrepe. Verjetnostne analize visokovodnih konic so potrebne tako pri aktivnih kot pri nekaterih pasivnih ukrepih. Poleg tega so verjetnostne analize potrebne tudi pri vsakodnevnem obratovanju hidrotehničnih objektov in pri razumevanju ekstremnih hidroloških pojavov.

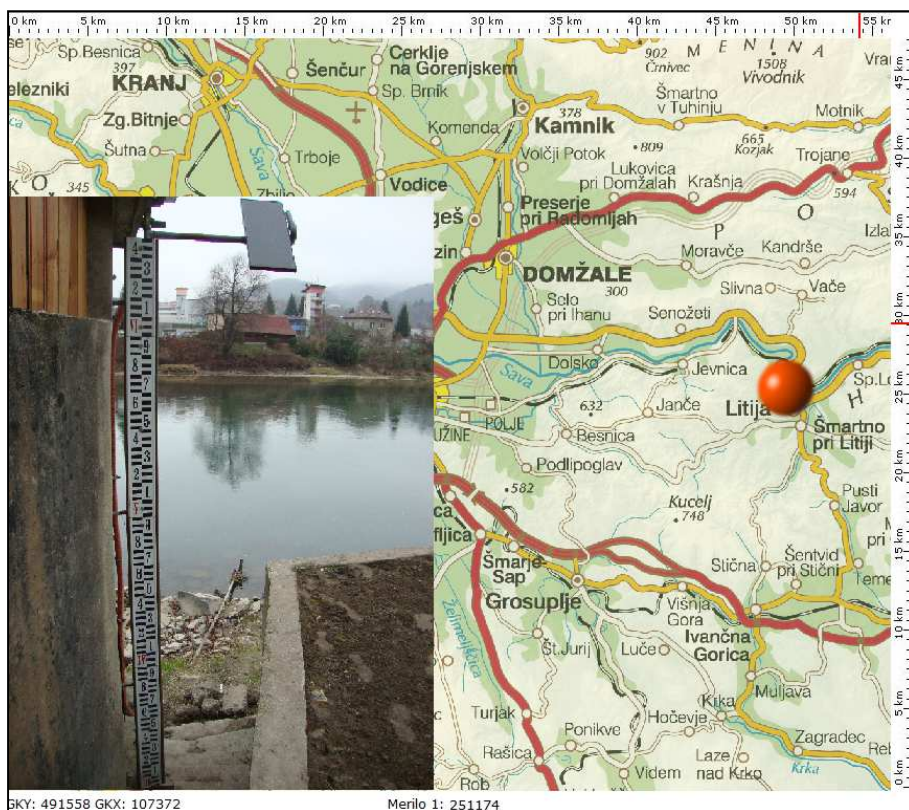
Verjetnostna analiza visokovodnih konic se najpogosteje dela z metodo letnih maksimumov (angl. *annual maximum series method*). Najpreprosteje je za oceno parametrov porazdelitve uporabiti enostavno metodo momentov (MOM). Metoda L-momentov (Hosking & Wallis, 1997) in metoda največjega verjetja (MLE) sta dve možni alternativni računsko preproste metode momentov. Turk (2011) je predstavil nekatere osnovne značilnosti MLE metode. Velikokrat se verjetnostno analizo izvede le z nekaterimi oziroma celo le z eno porazdelitveno funkcijo. V praksi se pogosto uporablja logaritemsko Pearsonova porazdelitev tipa 3 (Kučič, 2007). Bolj smiselno je uporabiti več porazdelitvenih funkcij in nato primerjati rezultate analiz. Metoda vrednosti nad izbranim pragom (angl. *peaks over threshold method*) oziroma krajše POT metoda je bila v hidroloških krogih prvič omenjena pred več kot pol stoletja (Langbein, 1949; Shane & Lynn, 1964), vendar vse do danes ni izrinila iz praktične uporabe računsko enostavnejše metode letnih maksimumov. Veliko raziskovalcev je ugotovilo, da je POT metoda izkazala

* Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Jamova 2, 1000 Ljubljana, Slovenija

boljše ujemanje s podatki kot metoda letnih maksimumov (Cunnane, 1973; Madsen, 1996; Tavares & da Silva, 1983). Pri uporabi metode vrednosti nad izbranim pragom se sicer srečamo z nekaterimi ne povsem natančno definiranimi koraki, kot sta upoštevanje pogojev neodvisnosti konic in izbira vrednosti praga. Pomanjkanje splošno priznanih navodil za izvedbo analize je glavna slabost POT metode.

Namen raziskave je prikaz prednosti in slabosti obeh metod, ki se uporabljata pri verjetnostnih analizah visokovodnih konic. V prispevku so prikazane nekatere alternative metodi letnih maksimumov in ocenjevanju parametrov z metodo momentov. Poleg tega smo poskušali natančneje definirati nekatere korake POT metode. Primerjali smo rezultate analiz in s pomočjo statističnih testov ugotavljali, katera metoda se bolje prilega podatkom s hidrološke postaje Litija na reki Savi.

Podatki



Slika 1: Vodomerne postaja Litija 1 na reki Savi (ARSO, 2012b)

Hidrološka postaja Litija na reki Savi (Slika 1) je najstarejša postaja Agencije RS za okolje (Frantar & Hrvatina, 2008). Meritve so se začele leta 1893, leta 1953 pa je bila postaja prestavljena. Meritve se izvajajo z limnigrafom Seba Omega. Verjetnostna analiza visokovodnih konic je bila narejena s podatki, ki so bili izmerjeni na vodometri postaji Litija 1 na reki Savi in nam jih je posredovala Agencija RS za okolje (2011). Uporabili smo 58 let podatkov dnevni vrednosti pretokov z vključenimi maksimalnimi konicami (1953-2010). Primerjali smo dnevne in urne serije vrednosti pretokov z vključenimi največjimi konicami. Ugotovili smo, da je razlika v volumnu visokovodnega vala pri uporabi dnevni vrednosti z vključenimi absolutnimi konicami in pri upoštevanju urnih vrednosti manjša od 5 %. Primerjavo smo izvedli na 13 naključno izbranih visokovodnih valovih z uporabo preproste tro-točkovne grafične metode za izločanje baznega odtoka. Do

podobnih rezultatov je prišla tudi Pugelj (2012), ki je analizirala podatke z vodomerne postaje Šentjakob na Savi.

Površina vodozbirnega zaledja vodomerne postaje Litija znaša 4821 km². Za hidrološko postajo je značilen alpski dežno-snežni režim z dvema viškoma v spomladanskem in jesenskem obdobju. Slednji je v primeru obravnavane postaje izrazitejši (Frantar & Hrvatina, 2008). Poletno in spomladansko obdobje je čas nizkih pretokov, čeprav so spomladanske vrednosti pretokov precej izenačene z zimskimi.

Metoda letnih maksimumov

Pri metodi letnih maksimumov vzorec oblikujemo tako, da ta vsebuje maksimalni pretok posameznega leta. Vzorec je torej sestavljen iz toliko elementov kolikor let podatkov imamo na voljo za analize. Zaradi tako oblikovanega vzorca lahko pride do neupoštevanja pomembnih dogodkov, ki sicer niso bili največji v posameznem letu, so pa večji od nekega letnega maksimuma, ki se je zgodil v nekoliko bolj sušnem letu. Po drugi strani pa lahko v analizah upoštevamo tudi nekatere dogodke, ki bi sicer ležali pod določeno vrednostjo praga pri POT metodi. Oblikovanje vzorca pri metodi letnih maksimumov je sicer zelo enostavno, vendar je ravno ta preprostost ena izmed glavnih pomanjkljivosti metode letnih maksimumov. Ta slabost postane še izrazitejša v primeru krajših serij podatkov, ko imamo za analize na razpolago le eno ali dve desetletji podatkov. V takih primerih je priporočljiva uporaba metode vrednosti nad izbranim pragom ali upoštevaje več vodomernih postaj s podobnimi karakteristikami (Robson & Reed, 1999). Pojem povratne dobe T_{AM} , ki pripada metodi letnih maksimumov, predstavlja povprečni interval med leti, v katerih se je zgodil eden ali več dogodkov, ki presegaajo vrednost pretoka Q . Ko se v hidrologiji srečamo s pojmom povratne dobe, se ta v večini primerov nanaša na prejšnjo definicijo.

Metoda letnih maksimumov je sestavljena iz naslednjih korakov:

- oblikovanje vzorca,
- ocenjevanje parametrov porazdelitve,
- določitev odvisnosti med ocenjeno vrednostjo pretoka in pripadajočo povratno dobo oziroma verjetnostjo.

Za ocenjevanje parametrov porazdelitev lahko med drugim uporabimo metodo momentov, metodo L-momentov in metodo največjega verjetja. Pri najenostavnejši metodi momentov parametre porazdelitev ocenimo s pomočjo karakterističnih števil oziroma momentov vzorca. Metoda momentov da dobre rezultate v primeru simetričnih vzorcev, pri podatkih z veliko asimetrijo pa se njena učinkovitost zmanjša (Hosking & Wallis, 1997). Metoda L-momentov je računsko le nekoliko bolj zapletena kot metoda momentov. Izhaja iz verjetnostno obteženih momentov (angl. *probability weighted moments*) in ocene parametrov temeljijo na L-momentih namesto na navadnih momentih. Vse potrebne enačbe za izračun ocene parametrov porazdelitev z metodo L-momentov sta zapisala Hosking & Wallis (1997). Ena izmed možnih alternativ pri ocenjevanju parametrov je tudi metoda največjega verjetja. Ta je glede na metodo momentov in tudi glede na metodo L-momentov računsko bolj zahtevna. Pri metodi največjega verjetja parametre porazdelitve ocenimo tako, da je verjetnost, da se je zgodil naš vzorec največja (Takara, 2009). Iščemo torej take ocene parametrov, kjer ima funkcija verjetja oziroma logaritmirana funkcija verjetja maksimum. Le pri redkih porazdelitvenih funkcijah dobimo kot rezultat analitične izraze za ocene parametrov (n.pr. normalna in logaritemsko normalna porazdelitev), pri večini porazdelitev pa dobimo sistem nelinearnih enačb, ki analitično ni rešljiv in se

moramo zato problema lotiti s pomočjo računalniških programov, ki omogočajo numerično reševanje enačb. Pri analizah podatkov z vodomerne postaje Litija smo uporabili naslednje porazdelitvene funkcije: normalno (N), logaritemsko normalno (LN), Pearsonovo 3 (P3), logaritemsko Pearsonovo 3 (LP3), Gumbelovo, porazdelitev ekstremnih vrednosti (GEV) in generalizirano logistično porazdelitev (GL). Ker se v praksi pogosto uporablja logaritemsko Pearsonova porazdelitev tipa 3, podajamo enačbe za oceno parametrov po metodi momentov in metodi L-momentov:

- Metoda momentov:

$$\alpha = \frac{4}{c_s^2}; \beta = \frac{\sigma_x c_s}{2}; c = \mu_x - \alpha\beta. \quad (1)$$

- Metoda L-momentov:

$$\begin{aligned} \text{Za } t_3 < 1/3: z = 3\pi t_3^2; \alpha &= \frac{1+0,2906z}{z+0,1882z^2+0,0442z^3}. \\ \text{Za } 1/3 < t_3 < 1: z = 1 - t_3; \alpha &= \frac{0,36067z-0,59567z^2+0,25361z^3}{1-2,78861z+2,56096z^2-0,77045z^3}. \\ \text{Za vse vrednosti } t_3: \beta &= \text{sign}(t_3)\sqrt{\pi}l_2 \frac{\Gamma(a)}{\Gamma(a+0,5)}; c = l_1 - \alpha\beta. \end{aligned} \quad (2)$$

Enačbe 1 in 2 lahko uporabimo tudi pri Pearsonovi porazdelitvi tipa 3. Razlika med porazdelitvenima funkcijama je v tem, da pri log-Pearsonovi 3 porazdelitvi karakteristična števila in L-momente izračunamo na logaritmiranih vrednostih pretokov. V enačbah 1 in 2 t_3 predstavlja koeficient asimetrije L (Hosking & Wallis, 1997), α , β in c so parametri Pearsonove 3 oziroma log-Pearsonove 3 porazdelitve, ostale spremenljivke pa predstavljajo momente in L-momente, ki so izračunani s pomočjo vzorca. Enačbe, s katerimi lahko ocenimo parametre ostalih porazdelitev, logaritmirane funkcije verjetja, ki omogočajo izračun ocene parametrov po MLE metodi, ter enačbe, s katerimi lahko določimo ocenjene vrednosti pretokov v odvisnosti od povratne dobe oziroma verjetnosti, je na podlagi različnih avtorjev zbral Bezak (2012).

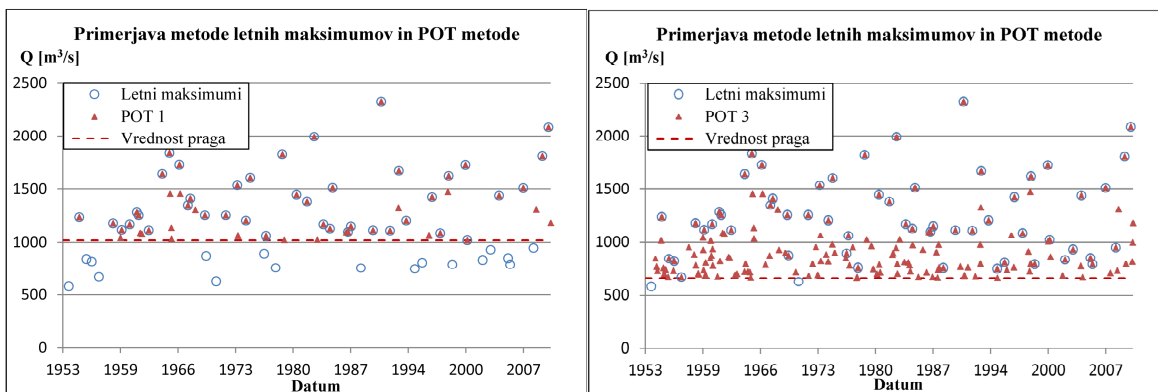
Metoda vrednosti nad izbranim pragom

Pri metodi vrednosti nad izbranim pragom lahko vzorec oblikujemo tako, da ta vsebuje povprečno več kot eno konico na leto. Vzorec je sestavljen iz največjih pretokov v celotnem obravnavanem obdobju. Pri določitvi vzorca nismo vezani na časovno enoto leta, vendar moramo paziti, da ne upoštevamo več odvisnih konic, ki so del istega poplavnega vala. Pred izvedbo verjetnostne analize zato upoštevamo pogoje neodvisnosti konic, ki nam pomagajo izločiti konice, ki so odvisne od maksimalne in jih v analizah ni smiselno upoštevati. Iz razlike med oblikovanjem vzorca po metodi letnih maksimumov in POT metodi sledi tudi razlika med dvema pojmom povratnih dob, ki se uporabljata v hidrologiji. Povratna doba T_{POT} , ki pripada metodi vrednosti nad izbranim pragom, predstavlja povprečni interval med visokimi vodami, ki presegajo vrednost pretoka Q . Za bolj nazoren prikaz razlike med povratnima dobama lahko uporabimo zanimiv primer, ki sta ga podala Cunnane & Lynn (1975). Predpostavimo, da je neka vrednost pretoka Q presežena 25-krat v 50-ih letih. Iz prejšnje definicije povratne dobe T_{POT} lahko izračunamo, da je povratna doba predpostavljene dogodka enaka 2 leti. Vendar vrednost pretoka Q ne nastopa kot letni maksimum v vseh primerih. Recimo, da se vrednost Q pojavi kot letni maksimum 20-krat. To pomeni, da je vrednost povratne dobe T_{AM} enaka 2,5 let. Obravnavan pretok je pri AM metodi presežen manj pogosto kot v resnici, ocena povratne dobe pa je zato nekoliko prevelika. Razlika med obema pojmom povratnih dob se z večanjem ponovitvenega intervala zmanjšuje in je za velike vrednosti povratnih dob

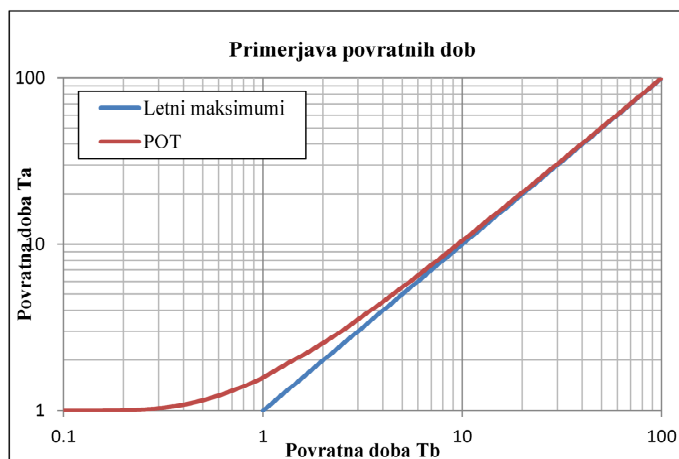
praktično zanemarljiva. V primeru, da obravnavamo manjše vrednosti povratnih dob pa moramo T_{AM} korigirati s pomočjo naslednje enačbe (Langbein, 1949):

$$T_{AM}^{-1} = 1 - e^{\left(\frac{1}{T_{POT}}\right)}. \quad (3)$$

Na slikah 2 je prikazana razlika med vzorcema, ki pripadata metodi letnih maksimumov in metodi vrednosti nad izbranim pragom. Poleg AM vzorca sta prikazana POT vzorca, ki vsebujeta povprečno 1 in povprečno 3 konice nad vrednostjo praga na leto. Opazimo lahko precejšnjo razliko med vzorcem letnih maksimumov in POT 1 vzorcem. Vidimo lahko, da več kot 15 letnih maksimumov pade pod vrednost praga pri POT metodi. Tudi v primeru POT 3 vzorca sta še vedno dva letna maksimuma, ki ležita pod mejno vrednostjo, velika pa je tudi razlika v količini uporabljenih informacij. Pri POT 3 vzorcu tako upoštevamo trikrat več dogodkov kot pri metodi letnih maksimumov. Na sliki 3 je prikazana primerjava obeh povratnih dob, ki se uporabljata v hidrologiji. Opazimo lahko, da je razlika med obema pojmomoma za večje vrednosti povratnih dob zanemarljivo majhna.



Slika 2: Primerjava vzorca letnih maksimumov ter POT 1 in POT 3 vzorca



Slika 3: Primerjava med povratnima dobama T_{AM} in T_{POT}

Metoda vrednosti nad izbranim pragom oziroma POT metoda je sestavljena iz naslednjih korakov:

- upoštevanje pogojev neodvisnosti konic,
- izbira praga oziroma mejne vrednosti x_0 ,
- določitev vzorca in izbira ustreznih porazdelitvenih funkcij za modeliranje velikosti konic nad mejno vrednostjo in opis števila konic v letu,

- določitev povezave med ocenjeno vrednostjo pretoka in pripadajočo povratno dobo oziroma verjetnostjo.

Prvi korak POT metode je torej upoštevanje pogojev neodvisnosti konic. Pri analizi podatkov s hidrološke postaje Litija smo uporabili naslednja pogoja (USWRC, 1981):

$$\theta < 5 \text{ dni} + \log(A) \text{ ali } x_{MIN} > \left(\frac{3}{4}\right) \min [x_{S1}, x_{S2}]. \quad (4)$$

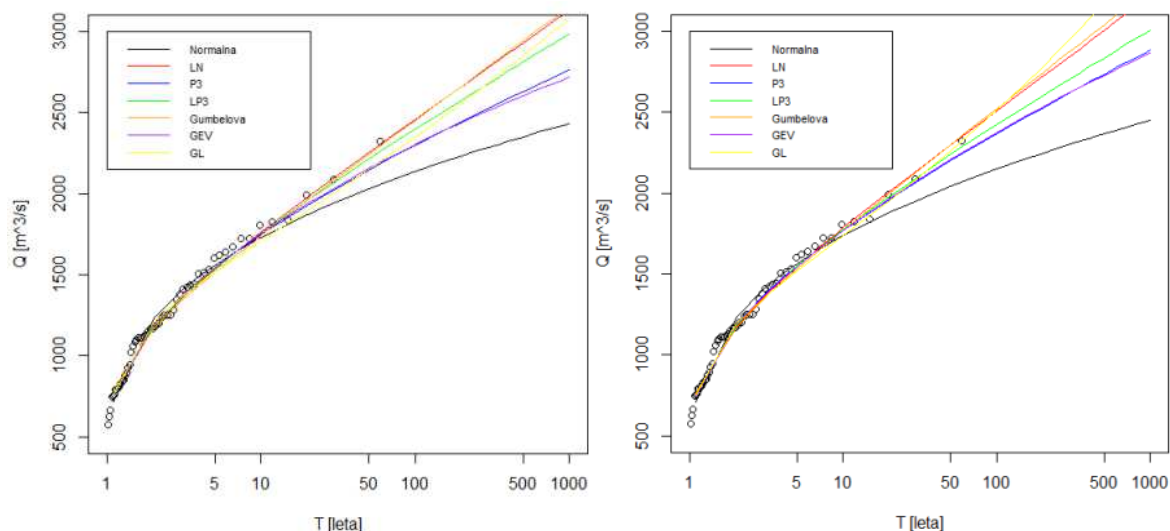
V enačbi 4 je A površina porečja v kvadratnih miljah, x_{S1} in x_{S2} sta dve zaporedni konic, θ pa označuje razdaljo med dvema zaporednima konicama. V primeru, da velja eden izmed pogojev iz enačbe 4, manjše izmed konic v POT vzorcu ne upoštevamo. Slabost prvega pogoja iz enačbe 4 se pojavi v primeru velikih prispevnih površin. Za upoštevanje pogojev neodvisnosti konic se lahko uporabi tudi program Hydrospect (Radziejewski, 2012). S pomočjo omenjenega programa lahko vzorec določimo hitro in zanesljivo, slabost programa pa je, da omogoča upoštevanje le prvega izmed pogojev iz enačbe 4. V večini primerov je sicer ta pogoj tisti, ki nam že izloči odvisne konice. Naslednji korak je izbira ustrezne mejne vrednosti. Gre za subjektiven proces, zato se raziskovalci poslužujejo različnih izbir vrednosti praga. Mejno vrednost lahko izberemo na podlagi fizikalnih kriterijev in sicer kot vrednost vodostaja, ko začne reka poplavljati. Bezak (2012) je zbral nekatere pogoje, ki ne temeljijo na fizikalnih osnovah in so jih v svojih raziskavah uporabili različni raziskovalci. Najbolj pogosto je uporabljen pogoj, ki je zapisan v priročniku Flood Estimation Handbook (Robson & Reed, 1999). Ta predlaga določitev vzorca tako, da ta vsebuje povprečno 1, 3 oziroma 5 konic nad mejno vrednostjo nad pragom na leto. Za pomoč pri izbiri ustrezne mejne vrednosti je Lang s sodelavci (Lang et al., 1999) predlagal tudi nekatere grafične teste s katerimi lahko določimo interval možnih vrednosti praga. Pri izbiri praga pa je smiselno upoštevati nasvet, ki sta ga zapisala Tavares & da Silva (1983): za vrednost praga naj se izbere čim nižja vrednost, ob pogoju, da s tem ne kršimo predpostavk modela. Metoda vrednosti nad izbranim pragom je sestavljena iz porazdelitve velikosti konic nad mejno vrednostjo in porazdelitve števila konic v letu. Za opis števila konic v letu m lahko uporabimo Poissonovo, binomsko ali negativno binomsko porazdelitev. Za pomoč pri izbiri ustrezne porazdelitve lahko uporabimo indeks disperzije d , ki določa razmerje med varianco in srednjo vrednostjo spremenljivke m . V primeru, da je indeks disperzije enak (oz. približno enak) 1 lahko uporabimo Poissonovo porazdelitev (konice se pojavljajo povsem slučajno), v primeru, da je $d > 1$ uporabimo negativno binomsko porazdelitev (prihaja do pojavljanja dogodkov v skupinah) in če je $d < 1$ je priporočena uporaba binomske porazdelitve (konice se dogajajo v enakomernih časovnih intervalih). Za modeliranje velikosti konic nad mejno vrednostjo ($y = x - x_0$) lahko uporabimo eksponentno ali Pareto porazdelitev. V primeru, da za opis števila konic v letu izberemo Poissonovo porazdelitev in za modeliranje velikosti konic nad vrednostjo praga uporabimo eksponentno porazdelitev, lahko povezavo med ocenjeno vrednostjo pretoka in pripadajočo povratno dobo določimo s pomočjo naslednje enačbe (Önöz & Bayazit, 2001):

$$x_T = x_0 + \beta \ln \mu - \beta (-\ln F_X). \quad (5)$$

V enačbi 5 x_0 predstavlja vrednost praga, β ter μ pa označujeta momenta prvega reda spremenljivk y in m . Pri metodi vrednosti nad izbranim pragom torej za oceno parametrov uporabimo metodo momentov, saj izenačimo karakteristična števila s teoretičnimi momenti posameznih porazdelitvenih funkcij.

Rezultati

Verjetnostno analizo visokovodnih konic smo najprej naredili z metodo letnih maksimumov. Kot že rečeno, smo uporabili sedem različnih porazdelitvenih funkcij in tri načine ocenjevanja parametrov porazdelitev. Ker smo želeli ugotoviti katera porazdelitvena funkcija se najbolj prilega vzorcu letnih maksimumov, smo uporabili nekatere statistične in grafične teste. Uporabili smo teste Kolmogorov-Smirnov (K-S), Anderson-Darling (A-D), PPCC (angl. *Probability plot correlation coefficient*), RMSE (angl. *Root mean square error*), MAE (angl. *Mean absolute error*), RMAE (angl. *Root mean square error*), AIC (angl. *Akaike information criterion*) ter 5 testov, ki primerjajo empirične in teoretične verjetnosti (Ricci, 2005). Za izračun verjetnosti posameznega podatka smo uporabili Weibullovo enačbo ($F_i=i/(n+1)$). Rezultati testov so pokazali, da se podatkom najbolj prilega logaritemsko Pearsonova porazdelitev tipa 3 (ocenjevanje parametrov po metodi L-momentov). Le nekoliko slabši rezultati so bili pri večini testov izračunani pri logaritemsko normalni porazdelitvi, Pearsonovi 3 porazdelitvi in porazdelitvi ekstremnih vrednosti. Slabše sta se s podatki ujemale normalna in generalizirana logistična porazdelitev. Ugotovili smo, da je metoda L-momentov izkazala boljše rezultate testov kot metoda momentov in metoda največjega verjetja. Medtem, ko pri primerjavi metode momentov in MLE metode nobeden od načinov ocenjevanja parametrov ni izstopal. Testi K-S, A-D in PPCC se lahko uporabijo tudi za testiranje hipotez. Testirali smo ničelno domnevo (H_0 : podatki sledijo testirani porazdelitveni funkciji) in ugotovili, da nobene izmed testiranih porazdelitvenih funkcij pri nobenem izmed uporabljenih statističnih testov pri vseh treh načinih ocenjevanja parametrov, nismo mogli zavrniti z izbrano stopnjo značilnosti 0,05. Najvišje vrednosti testnih statistik (najslabše ujemanje s podatki) je pri večini testov izkazala normalna porazdelitev.

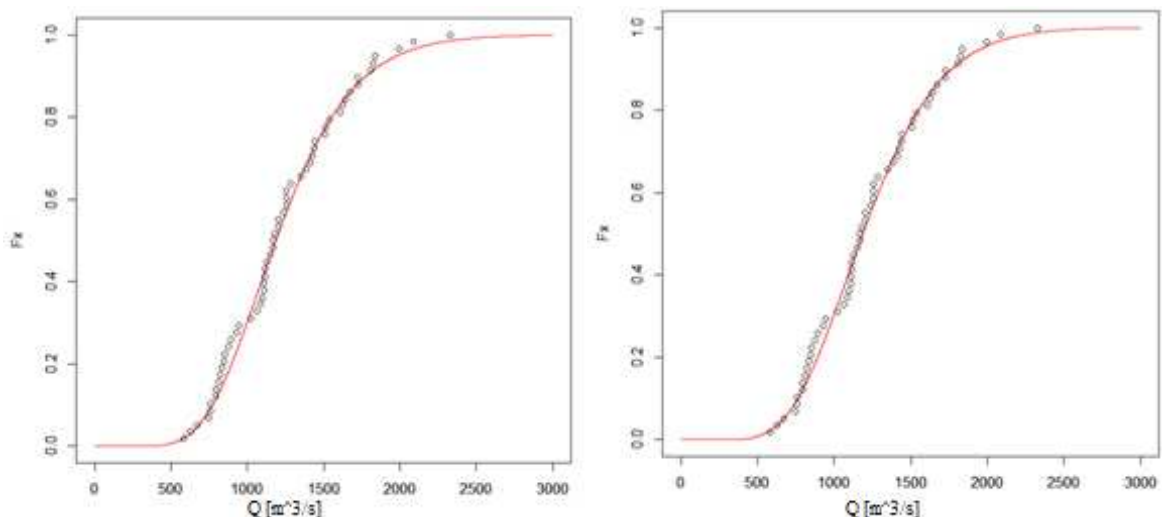


Slika 4: Q - T krivulje za vse obravnavane porazdelitvene funkcije pri metodi letnih maksimumov za metodo momentov (levo) in metodo L-momentov (desno)

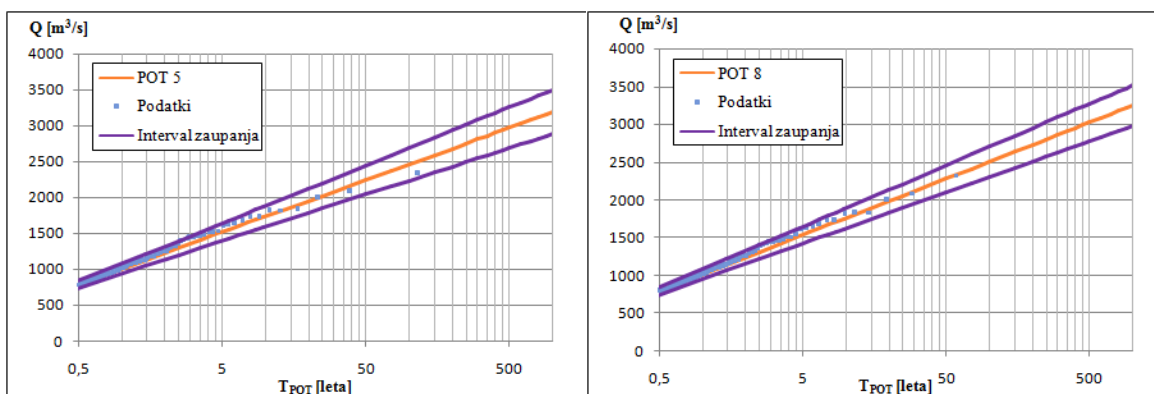
Na sliki 4 so prikazane krivulje, ki prikazujejo ocenjene vrednosti pretokov s pripadajočimi povratnimi dobami oziroma verjetnostimi za vseh sedem uporabljenih porazdelitev (metoda momentov in metoda L-momentov). Tudi iz slik 4 lahko vidimo, da se s podatki najslabše ujema normalna porazdelitev, ki precej odstopa od ostalih porazdelitvenih funkcij. Rezultati testov so pokazali, da je v našem primeru metoda L-momentov pri vseh prikazanih primerih dala boljše rezultate kot metoda momentov. Najboljši rezultati so bili izvedeni pri uporabi logaritemsko Pearsonove porazdelitve

tipa 3 (LP3). Na sliki 5 je prikazana primerjava med empirično in teoretično porazdelitveno funkcijo za logaritemsko Pearsonovo porazdelitev tipa 3 in Pearsonovo porazdelitev tipa 3. Za grafični prikaz podatkov je bila ponovno uporabljena Weibullova enačba. Iz slik 5 lahko opazimo, da se tako log-Pearsonova 3 kot Pearsonova 3 porazdelitev dobro ujemata z vzorcem letnih maksimumov. Vidimo lahko tudi, da sta oba prikaza porazdelitvene funkcije in podatkov zelo podobna (slika 5).

Nato pa smo verjetnostno analizo izvedli še z metodo vrednosti nad izbranim pragom. Najprej smo na podatkih z vodomerne postaje Litija 1 na reki Savi upoštevali pogoje neodvisnosti konic. Iz enačbe 4 smo izračunali, da morata biti dve neodvisni konici oddaljeni vsaj 8,3 dneva. Upoštevanje pogojev neodvisnosti konic smo izvedli tako ročno kot s pomočjo programa Hydrospect. Ugotovili smo, da je program Hydrospect kljub upoštevanju le enega izmed pogojev iz enačbe 4, določil podobne vzorce, kot smo jih določili z ročnim upoštevanjem pogojev neodvisnosti konic. Na podlagi izbranih vrednosti praga smo določili POT vzorec, s pomočjo karakterističnih števil spremenljivk m in y smo določili parametre enačbe 5, s pomočjo Hi-kvadrat testa ter testa indeksa disperzije (Cunnane, 1979) smo preverjali ustreznost Poissonove porazdelitve za opis števila konic v letu in s pomočjo dveh testov, ki sta jih predlagala Van Montfort & Witter (1985), smo preverili ustreznost eksponentne porazdelitve za modeliranje velikosti konic nad mejno vrednostjo. Nobena izmed porazdelitvenih funkcij pri nobenem izmed testov ni bila zavrnjena s stopnjo značilnosti 0,05. POT metodo smo izvedli za vrednosti praga 1021 m³/s, 662 m³/s, 508 m³/s in 347 m³/s (povprečno 1, 3, 5 in 8 konic nad mejno vrednostjo na leto). Tudi pri metodi vrednosti nad izbranim pragom smo uporabili teste RMSE, MAE, RMAE in PPCC. Izkazalo se je, da se rezultati testov izboljšujejo z nižanjem vrednosti praga. Do podobnih ugotovitev sta v svojem članku prišla tudi Tavares & da Silva (1983). Na sliki 6 so prikazane krivulje, ki povezujejo ocenjene vrednosti pretokov s pripadajočimi povratnimi dobami oziroma verjetnostimi za primera POT 5 in POT 8. Opazimo lahko, da se Q - T krivulje lepo ujemajo s podatki, ki so prikazani z Weibullovo enačbo. Na slikah 6 so izrisani tudi 95 % intervali zaupanja, ki so tudi ena izmed oblik za izražanje natančnosti ocenjene vrednosti pretoka. Tudi statistični testi so ena izmed oblik za izražanje natančnosti ocenjene vrednosti pretoka.



Slika 5: Primerjava med empirično in teoretično porazdelitveno funkcijo za logaritemsko Pearsonovo 3 (levo) in Pearsonovo 3 porazdelitev (desno) z oceno parametrov po metodi L-momentov



Slika 6: Q - T krivulje za POT vzorca, ki vsebujeta povprečno 5 oziroma 8 dogodkov nad pragom na leto

Na podlagi analiz in testov (RMSE, MAE, RMAE in PPCC) smo ugotovili, da je metoda vrednosti nad izbranim pragom dala boljše rezultate kot metoda letnih maksimumov. Že vzorec, ki vsebuje povprečno 1 dogodek nad pragom na leto (POT 1) je dal nižje vrednosti testnih statistik kot kombinacija metode L-momentov in logaritemsko Pearsonove porazdelitve tipa 3, ki se je izkazala kot najprimernejša za izvedbo analize po AM metodi na podatkih s hidrološke postaje Litija 1 na reki Savi. Z nižanjem vrednosti praga pa so se rezultati testov RMSE in MAE, glede na metodo letnih maksimumov, še izboljševali. Tako so bili najboljše rezultati iz vrednotenja pri POT vzorcu, ki vsebuje povprečno 8 dogodkov nad pragom na leto. POT 5 vzorec je dal le nekoliko slabše rezultate statističnih in grafičnih testov, poleg tega pa je bil v tuji literaturi (Robson & Reed, 1999) večkrat predlagan za uporabo kot POT 8 vzorec. Tudi pri tem primeru smo preverili ali sta eksponentna in Poissonova porazdelitev primerni izbiri za modeliranje velikosti konic nad mejno vrednostjo in opis števila konic nad pragom na leto. V preglednici 1 so prikazane ocenjene vrednosti pretokov za nekatere izbrane primere. Opazimo lahko, da je metoda vrednosti nad izbranim pragom dala višje ocenjene vrednosti pretokov kot metoda letnih maksimumov (logaritemsko Pearsonova porazdelitev tipa 3 in ocenjevanje parametrov po metodi L-momentov) pri večjih vrednostih ponovitvenega intervala.

Preglednica 1: Primerjava ocenjenih vrednosti pretokov pri metodi letnih maksimumov in metodi vrednosti nad izbranim pragom

Primer/Vrednost pretoka	Q 2 [m ³ /s]	Q 10 [m ³ /s]	Q 100 [m ³ /s]	Q 500 [m ³ /s]
LP3 (MOM)	1181	1758	2368	2812
LP3(L-moment)	1184	1775	2423	2836
POT 1	1142	1758	2527	3055
POT 3	1131	1734	2486	3003
POT 5	1130	1723	2463	2971
POT 8	1137	1746	2504	3026

Zaključki

Analizirali smo 58 let podatkov dnevni vrednosti pretokov z vključenimi maksimalnimi konicami. Za izvedbo verjetnostne analize smo uporabili tako metodo letnih maksimumov (AM metoda) kot metodo vrednosti nad izbranim pragom (POT metoda). Uporabili smo različne porazdelitvene funkcije in različne načine ocenjevanja parametrov

porazdelitev. S pomočjo statističnih testov pa smo posamezne metode in načine izračunov ovrednotili.

Metoda L-momentov je izkazala boljše rezultate kot metoda momentov in metoda največjega verjetja, tako po statističnih kot tudi po grafičnih testih. Uporabo metode L-momentov predlagajo tudi drugi avtorji (Hosking & Wallis, 1997). Ocenjevanje parametrov po metodi L-momentov je računsko le malce bolj zahtevno kot uporaba metode momentov, zato bi bilo v nekaterih praktičnih primerih smiselno uporabiti obe metodi ocenjevanja parametrov. Metoda največjega verjetja pa je računsko precej zahtevnejša in tudi rezultati statističnih testov so bili v našem primeru slabši kot pri uporabi metode L-momentov. Najboljši rezultati so bili izračunani pri uporabi logaritemsko Pearsonove porazdelitve tipa 3 (LP3), ki se na našem geografskem območju najpogosteje uporablja (Kučič, 2007). Ugotovili smo torej, da je uporaba te porazdelitvene funkcije smiselna. Tudi nekatere druge porazdelitvene funkcije so izkazale dobre rezultate statističnih in grafičnih testov (logaritemsko normalna porazdelitev, Pearsonova 3 porazdelitev in porazdelitev ekstremnih vrednosti), medtem ko sta normalna porazdelitev in generalizirana logistična porazdelitev dali slabše rezultate. Ugotovili smo, da je POT metoda po statističnih testih dala boljše rezultate kot metoda letnih maksimumov. Do podobnih ugotovitev so prišli tudi nekateri drugi avtorji (Cunnane, 1973; Madsen, 1996; Tavares & da Silva, 1983). Že POT 1 vzorec je dal boljše rezultate testov kot metoda letnih maksimumov. Z nižanjem vrednosti praga pa so se rezultati metode vrednosti nad izbranim pragom še izboljševali. V primeru podatkov z vodomerne postaje Litija 1 je POT metoda dala višje ocenjene vrednosti pretokov kot metoda letnih maksimumov, ni pa to pravilo, saj so nekateri drugi raziskovalci prišli do drugačnih ugotovitev (Bačova-Mitkova & Onderka, 2010).

O bolj zanesljivih zaključkih smiselnosti uporabe posameznih metod bi bilo potrebno podobne analize izvesti na več vodomernih postajah na območju Slovenije. Kljub temu pa lahko zaključimo, da je metoda vrednosti nad izbranim pragom dobra alternativa metodi letnih maksimumov.

Zahvala

Zahvaljujemo se Agenciji RS za okolje za posredovane podatke z vodomerne postaje Litija na reki Savi. Del rezultatov raziskave je nastal v okviru temeljnega raziskovalnega projekta J2-4096, ki ga financira Javna agencija za raziskovalno dejavnost Republike Slovenije.

Literatura

- Agencija RS za okolje. (2011). Hidrološki podatki. Message to: Kobold, M. 2011. Osebna komunikacija.
- Agencija RS za okolje. (2012a). Vreme, Poročila in projekti.
<http://www.arso.gov.si/vreme/poro%C4%8Dila%20in%20projekti/> (3.10.2012)
- Agencija RS za okolje. (2012b). Atlas okolja.
http://gis.arso.gov.si/atlasokolja/profile.aspx?id=Atlas_Okolja_AXL@Arso (3.10.2012)
- Bačova-Mitkova, V., Onderka, M. (2010). Analysis of extreme hydrological events on the Danube using the peak over threshold method, *Journal of Hydrology and Hydromechanics* 58(2), 88-101.
- Bezak, N. (2012): Verjetnostna analiza visokovodnih konic z metodo vrednosti nad izbranim pragom in z metodo letnih maksimumov (Flood frequency analysis with peaks over threshold

- method and annual maximum series method). Unpublished Diploma, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, 106 p. (in Slovenian).
- Cunnane, C. (1973). A particular comparison of annual maxima and partial duration series methods of flood frequency prediction, *Journal of Hydrology* 18(3-4), 257-271.
- Cunnane, C., Lynn, M. A. (1975). Flood estimation following the Flood studies report. Meeting of the Civil Division, Engineering school U. C. D., 9. 2. 1975: 39 p.
<http://www.opw.ie/en/media/Flood%20Estimation%20FSR%20Cunnane-Lynn%20-%201975.pdf>
 (3.10.2012)
- Cunnane, C. (1979). A note on the Poisson assumption in partial duration series models, *Water Resources Research* 15(2), 489-494.
- Frantar, P., Hrvatin, M. (2008). Pretočni režimi. P. Frantar (ur.), *Vodna bilanca Slovenije 1971–2000*. MOP ARSO, Ljubljana, 43–50.
- Hosking, J. R. M., Wallis, J. R. (1997). *Regional frequency analysis: an approach based on L-moments*. Cambridge, Cambridge University Press, 224 p.
- Kučič, K. (2007). *Metoda momentov L pri verjetnostni analizi visokih vod (Method of L-moments for flood frequency analysis)*. Unpublished Diploma, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, 85 p. (in Slovenian).
- Lang, M., Ouarda, T.B.M.J., Bobee, B. (1999). Towards operational guidelines for over-threshold modelling, *Journal of Hydrology* 225(3-4), 103-117.
- Langbein, W.B. (1949). Annual floods and the partial-duration flood series, *Transactions, American Geophysical Union* 30(6), 879-881.
- Madsen, H. (1996). *At-site and regional modelling of extreme hydrologic events. A thesis for the degree of Doctor of Philosophy*. Lyngby, Technical University of Denmark, Department of Hydrodynamics and Water Resources, 45 p.
- Önöz, B., Bayazit, M. (2001). Effect of the occurrence process of the peaks over threshold on the flood estimates, *Journal of Hydrology* 244(1-2), 86-96.
- Pugelj, A. (2012). *Analiza visokovodnih valov Save v Šentjakobu (Water wave analysis of Sava in Šentjakob)*. Unpublished Diploma, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, 98 p. (in Slovenian).
- Radziejewski, M. (2012). *Program Hydrospect*.
<http://www.staff.amu.edu.pl/~maciejr/hydrospect/> (3.10.2012)
- Ricci, V. (2005). *Fitting distributions with R* (21. 2. 2005).
<http://cran.r-project.org/doc/contrib/Ricci-distributions-en.pdf> (3.10.2012)
- Robson, A. J., Reed, D. W. (1999). Statistical procedures for flood frequency estimation. Volume 3 of the *Flood Estimation Handbook*. Center for Ecology & Hydrology, 338 p.
- Shane, R. M., Lynn, W. R. (1964). Mathematical model for flood risk evaluation, *Journal of the Hydraulics Division. Proceedings of the American Society of Civil Engineers* 90(HY6), 1-20.
- USWRC. (1981). *Guidelines for determining flood flow frequency*. United States Water Resources Council, Bulletin 17B, Hydrology Subcommittee. Washington, DC, 185 p.
http://water.usgs.gov/osw/bulletin17b/dl_flow.pdf (3.10.2012)
- Takara, K. (2009). Frequency analysis of hydrological extreme events and how to consider climate change. The Nineteenth IHP training course (International Hydrological Program), 29. 11. 2009 – 12. 12. 2009. Nagoyomo and Kyoto, Japan.
<http://ihpnagoyaforum.org/textbooks/TakaraLecture.pdf> (3.10.2012)
- Tavares, L. V., Da Silva, J. E. (1983). Partial duration series method revisited, *Journal of Hydrology* 64(1-4), 1-14.
- Turk, G. (2011). *Verjetnostni račun in statistika*, 246 p.
<http://km.fgg.uni-lj.si/PREDMETI/sei/vrs.pdf> (3.10.2012)
- Van Montfort, M. A. J., Witter, J. V. (1985). Testing exponentiality against generalised Pareto distribution, *Journal of Hydrology* 78(3-4), 305-315.