TESTIRANJE PREMIKOV TOČK V GEODETSKI MREŽI S SIMULACIJAMI

Simona Savšek-Safić*

Povzetek

V prispevku je opisan postopek testiranja premikov točk v geodetski mreži kot vmesna faza med izravnavo posameznih terminskih izmer in podrobno deformacijsko analizo. V praksi pogosto računamo testno statistiko, s katero ugotavljamo premik točke, kot razmerje med premikom in natančnostjo premika točke. Pravilno oceno premika dobimo le, če je kritična vrednost določena glede na dejansko porazdelitveno funkcijo testne statistike. Ker je porazdelitveno funkcijo težavno določiti analitično, jo določimo s simulacijami. Na podlagi simulirane porazdelitvene funkcije določimo kritično vrednost testne statistike ob izbrani stopnji značilnosti testa. Sestavimo ničelno hipotezo, ki predpostavlja, da se točka ni premaknila. Kritično vrednost primerjamo z vrednostjo testne statistike in določimo dejansko tveganje za zavrnitev ničelne hipoteze. V primeru zavrnitve ničelne hipoteze, dovolj verjetno opredelimo statistično značilne premike. Predlagani postopek uporabimo na primeru simulirane geodetske mreže. Ugotavljamo, da je testna statistika enostavna in uporabna, saj uspešno odkrije točke z značilnimi premiki.

KLJUČNE BESEDE: izravnava geodetske mreže, deformacijska analiza, simulacija, porazdelitvena funkcija, testiranje, statistično značilni premiki.

Uvod

Deformacijska analiza je v osnovi postopek ugotavljanja premikov domnevno mirujočih točk ter določanja značilnih premikov točk v geodetski mreži. Napačne predpostavke o mirovanju točk v geodetski mreži imajo lahko hude posledice tako z vidika interpretacije ugotovljenih premikov kot tudi napovedovanja porušitve objektov. Zelo pomembno vlogo pri ugotavljanju premikov točk ima statistično testiranje. Podrobno poznavanje postopkov in praktične izkušnje so nujno potrebni za pravilno interpretacijo ocenjenih premikov točk.

Deformacijska analiza se zaradi nezadostnega poznavanja matematičnega ozadja pogosto obravnava kot prezahtevna za običajno geodetsko prakso in zato neuporabna metoda ugotavljanja premikov. V praksi se pogosto uporablja test za ugotavljanje statistične značilnosti premika kot razmerje med premikom in pripadajočo natančnostjo premika točke. Običajno izračunano vrednost testa primerjamo s faktorjem 3, 5 ali več, kar je pregroba ocena. Za obravnavani test zato s simulacijami določimo dejansko porazdelitveno funkcijo, na osnovi katere izračunamo pravo kritično vrednost ob izbrani stopnji značilnosti testa. Na ta način lahko veliko natančneje opredelimo statistično značilne premike.

Pri presoji o značilnosti premikov je za uporabnika zelo uporabna informacija o dejanskem tveganju za zavrnitev ničelne hipoteze, zato jo je koristno izračunati. Ob predpostavki, da natančno določimo porazdelitveno funkcijo, je predlagana testna statistika enostavna in primerna za praktično uporabo.

* asist. dr., Univerza v Ljubljani, FGG – Oddelek za geodezijo, Jamova 2, Ljubljana

Na ta način pridobimo prvo oceno dogajanja v geodetski mreži. Izvedemo jo lahko takoj po izravnavi dveh terminskih izmer in se naknadno odločimo, ali je podrobna deformacijska analiza potrebna ali ne.

Analiza posamezne terminske izmere

Če želimo premike točk objekta ugotoviti z geodetskimi opazovanji, moramo izbrati referenčne točke izven obravnavanega objekta ter značilne točke na objektu. Glede na zahtevano natančnost določitve premikov točk morajo biti opazovanja vestno opravljena z ustreznim instrumentarijem in s preizkušenimi metodami izmere. Opazovanja v geodetski mreži izravnamo in ocenimo kakovost geodetske mreže.

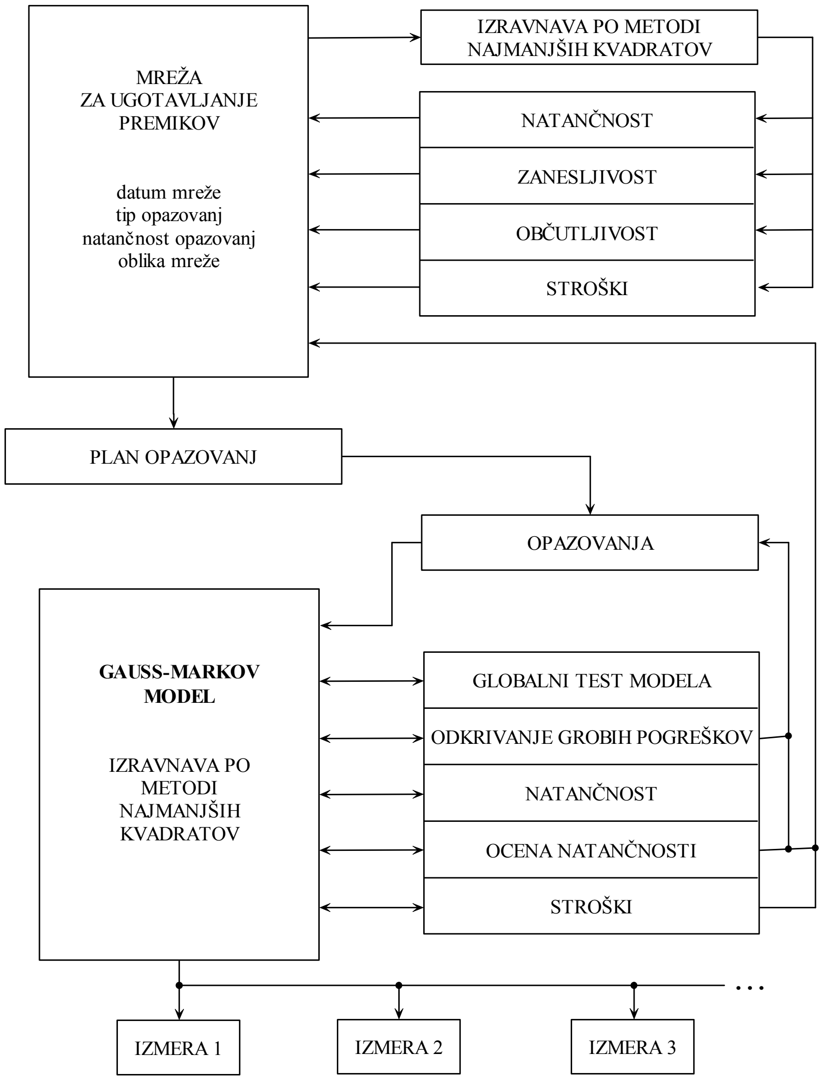


Diagram 1: *Oblika mreže ter izravnava posamezne terminske izmere (Caspary, 2000)*

Pri mrežah za ugotavljane premikov točk je pomembno, da pred izmero izvedemo oceno kakovosti mreže, kjer poleg natančnosti obravnavamo tudi merila zanesljivosti, občutljivosti ter stroškov vzpostavitve predvidene mreže (Caspary, 2000). Za ugotavljanje premikov točk sta posebej pomembni zanesljivost in občutljivost v mreži, zato moramo odkrivanju in prisotnosti neodkritih grobih pogreškov v opazovanjih nameniti veliko pozornosti. V fazi projektiranja in optimizacije mreže zagotovimo, da so opazovanja čim bolj občutljiva, saj je verjetnost odkrivanja grobih pogreškov v takšnih opazovanjih večja.

Dobro projektirana mreža za ugotavljanje premikov naj v čim večji meri omogoča odkrivanje in izločanje grobo pogrešenih opazovanj, hkrati pa naj bo vpliv morebitnih neodkritih grobih pogreškov na neznanke čim manjši (glej Diagram 1). Testiranje razmerja med a posteriori referenčno varianco $\hat{\sigma}_0^2$ in a priori referenčno varianco σ_0^2 imenujemo *globalni test modela*. Z njim ugotavljamo prisotnost grobo pogrešenih opazovanj v mreži, vendar le v primeru zanesljivo znane a priori referenčne variance. V primeru, da globalni test kaže na neskladje med opazovanji in modelom, moramo pregledati, odkriti in izločiti grobo pogrešena opazovanja z Baardovo metodo (angl. data snooping). V primeru, ko a priori varianca ni zanesljivo znana, pregledujemo in odkrivamo grobe pogreške s Popovo (angl. data screening) ali dansko metodo.

Po skrbni analizi in oceni kakovosti posamezne terminske izmere ocenimo premike in izračunamo natančnost ocene premikov točk med dvema terminskima izmerama. Pri mnogih inženirskih nalogah daje ocena razlike položajev točk med dvema terminskima izmerama popolnoma zadovoljive informacije o premikih. To velja v primeru zadostnega števila stabilnih točk ali če so premiki nekajkrat večji od natančnosti premika. Pri posebnih geodinamičnih raziskavah pa menimo, da je podrobna deformacijska analiza po enem izmed znanih postopkov nujna (Delft, Fredericton, Hannover, Karlsruhe, München idr.).

Testiranje značilnosti premikov

Osnova za ugotavljanje premikanja zgrajenega objekta ali naravnega dela zemeljskega površja je določitev spremembe položajev točk objekta. Točke med seboj povezujemo v mreže, ki jih opazujemo v vnaprej določenih časovnih terminih, imenovanih *terminske izmere*. O premikih točk med dvema terminskima izmerama lahko sklepamo izključno takrat, ko gre za *identične točke*, izmerjene v dveh terminskih izmerah. V praksi se pogosto zgodi, da je kakšna točka uničena ali jo moramo zaradi spremenjenih okoliščin dodati v mrežo. Neidentične točke izločimo bodisi v postopku izravnave, bodisi s S-transformacijo (Mierlo, 1978). Po izravnavi dveh terminskih izmer lahko določimo premike točk s pripadajočimi merili natančnosti ocenjenih premikov, torej sprememb položajev točk.

Ocena premika in natančnost premika

V geodetskih mrežah, ki so vzpostavljene za ugotavljanje premikov, je pogosto postavljena zahteva po natančnosti ocene premikov geodetskih točk. V primeru, da so ocenjeni premiki nekajkrat večji od natančnosti le-teh, lahko iz razlike položajev točk sklepamo na verjetne premike. Testne statistike za testiranje premikov običajno vključujejo poleg ocene premikov tudi natančnost ocene premikov, zato jo je potrebno izračunati.

Premike točk ugotavljamo na osnovi primerjave koordinat točk v dveh terminskih izmerah. Predpostavimo, da obravnavamo koordinate točke T v ravnini v času t in $t+\Delta t$. Da bi lahko izračunali natančnost ocene premika točke, moramo poleg koordinat točke poznati tudi kovariančno matriko koordinat točke za posamezno terminsko izmero. Naj bo $T_t(y_t, x_t)$ položaj točke T v času t in $\mathbf{\Sigma}_t$ pripadajoča kovariančna matrika ter $T_{t+\Delta t}(y_{t+\Delta t}, x_{t+\Delta t})$ položaj točke T v času $t+\Delta t$ s pripadajočo kovariančno matriko $\mathbf{\Sigma}_{t+\Delta t}$

$$\mathbf{\Sigma}_t = \begin{bmatrix} \sigma^2_{y_t} & \sigma_{y_t x_t} \\ \sigma_{y_t x_t} & \sigma^2_{x_t} \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad \mathbf{\Sigma}_{t+\Delta t} = \begin{bmatrix} \sigma^2_{y_{t+\Delta t}} & \sigma_{y_{t+\Delta t} x_{t+\Delta t}} \\ \sigma_{y_{t+\Delta t} x_{t+\Delta t}} & \sigma^2_{x_{t+\Delta t}} \end{bmatrix}.$$

Predpostavimo, da so koordinate v času t nekorelirane s koordinatami v času $t+\Delta t$. Kovariančno matriko koordinat identičnih točk y_t, x_t, $y_{t+\Delta t}, x_{t+\Delta t}$ lahko zapišemo:

$$\mathbf{\Sigma}_{T_t T_{t+\Delta t}} = \begin{bmatrix} \sigma^2_{y_t} & \sigma_{y_t x_t} & 0 & 0 \\ \sigma_{y_t x_t} & \sigma^2_{x_t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2_{y_{t+\Delta t}} & \sigma_{y_{t+\Delta t} x_{t+\Delta t}} \\ 0 & 0 & \sigma_{y_{t+\Delta t} x_{t+\Delta t}} & \sigma^2_{x_{t+\Delta t}} \end{bmatrix}. \tag{1}$$

Premik točke T v ravnini izračunamo po enačbi

$$d = \sqrt{\Delta y^2 + \Delta x^2} = \sqrt{\left(y_{t+\Delta t} - y_t\right)^2 + \left(x_{t+\Delta t} - x_t\right)^2}\,. \tag{2}$$

Ob upoštevanju zakona o prenosu varianc in kovarianc zapišemo varianco premika

$$\sigma^2_d = \mathbf{J}_d \mathbf{\Sigma}_{T_t T_{t+\Delta t}} \mathbf{J}^T_d\,, \tag{3}$$

kjer je Jacobijeva matrika $\mathbf{J}_d$ enaka

$$\mathbf{J}_d = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial d}{\partial y_t} & \dfrac{\partial d}{\partial x_t} & \dfrac{\partial d}{\partial y_{t+\Delta t}} & \dfrac{\partial d}{\partial x_{t+\Delta t}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{\Delta y}{d} & -\dfrac{\Delta x}{d} & \dfrac{\Delta y}{d} & \dfrac{\Delta x}{d} \end{bmatrix}. \tag{4}$$

Če enačbi (1) in (4) vstavimo v (3), dobimo izraz za varianco premika točke T

$$\sigma^2_d = \left(\frac{\Delta y}{d}\right)^2 \left(\sigma^2_{y_t} + \sigma^2_{y_{t+\Delta t}}\right) + 2\frac{\Delta y}{d}\frac{\Delta x}{d}\left(\sigma_{y_t x_t} + \sigma_{y_{t+\Delta t} x_{t+\Delta t}}\right) + \left(\frac{\Delta x}{d}\right)^2 \left(\sigma^2_{x_t} + \sigma^2_{x_{t+\Delta t}}\right)\,, \tag{5}$$

ki jo uporabimo za testiranje premika s testno statistiko (6).

Določitev porazdelitvene funkcije testne statistike s simulacijami

V deformacijski analizi posamezno terminsko izmero običajno izravnamo kot prosto mrežo. S tem zagotovimo najboljšo linearno nepristransko oceno neznank ter neodvisnost testnih statistik od izbranega datuma mreže. Po izravnavi najmanj dveh terminskih izmer je mogoče določiti premik točke d po enačbi (2) ter standardno deviacijo premika σ_d po enačbi (5). Ker sta to dve količini, ki ju lahko izračunamo pred podrobno deformacijsko analizo, ju je smiselno uporabiti v statističnem testu.

V praksi pri presoji premikov pogosto računamo testno statistiko

$$T = \frac{d}{\sigma_d} \tag{6}$$

in jo primerjamo s kritično vrednostjo glede na izbrano stopnjo značilnosti testa α. Premike točk je mogoče z zadostno verjetnostjo odkriti šele tedaj, ko so premiki statistično značilno večji od natančnosti ocene premikov. Porazdelitveno funkcijo za testno statistiko (6) določimo analitično ali s simulacijami (Rubinstein, 1981).

Če predpostavimo, da so pogreški opazovanj normalno porazdeljeni $\varepsilon \sim N(0,\sigma^2)$, se enako porazdeljujejo tudi količine, ki so linearne funkcije opazovanj $\hat{\mathbf{x}} \sim N(\mu_{\hat{\mathbf{x}}},\sigma_{\hat{\mathbf{x}}}^2)$. Premik točke izračunamo po enačbi (2). Ker Δy in Δx izračunamo kot razliko dveh normalno porazdeljenih slučajnih spremenljivk, sta tudi Δy in Δx normalno porazdeljeni. To seveda ne velja za premik točke d, ki je nelinearna funkcija Δy in Δx. V takem primeru je težavno analitično določiti obliko in tip porazdelitvene funkcije. Porazdelitveno funkcijo za obravnavano testno statistiko zato določimo s simulacijami (Savšek-Safić, 2002).

Razlike koordinat točk dveh terminskih izmer Δy in Δx so normalno porazdeljene slučajne spremenljivke z variančno-kovariančno matriko

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{\Delta y}^2 & \sigma_{\Delta y\Delta x} \\ \sigma_{\Delta y\Delta x} & \sigma_{\Delta x}^2 \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Standardno deviacijo razlik koordinat točk v dveh terminskih izmerah izračunamo

$$\begin{aligned} \sigma_{\Delta y} &= \sqrt{\sigma_{y_t}^2 + \sigma_{y_{t+\Delta t}}^2} \\ \sigma_{\Delta x} &= \sqrt{\sigma_{x_t}^2 + \sigma_{x_{t+\Delta t}}^2} \end{aligned}, \tag{8}$$

kjer so $\sigma_{y_t}^2, \sigma_{y_{t+\Delta t}}^2, \sigma_{x_t}^2, \sigma_{x_{t+\Delta t}}^2$ variance koordinat $y_t, y_{t+\Delta t}, x_t, x_{t+\Delta t}$. Obstaja korelacija, ki jo izračunamo po enačbi

$$\sigma_{\Delta y\Delta x} = \sigma_{y_t x_t} + \sigma_{y_{t+\Delta t} x_{t+\Delta t}}, \tag{9}$$

kjer sta $\sigma_{y_t x_t}$ and $\sigma_{y_{t+\Delta t} x_{t+\Delta t}}$ kovarianci koordinat obeh terminskih izmer.

Osnovna misel za generiranje vzorca odvisnih normalno porazdeljenih slučajnih spremenljivk je, da generiramo vzorec neodvisnih normalno porazdeljenih slučajnih spremenljivk in zatem uporabimo linearno transformacijo, s katero pridobimo vzorec odvisnih slučajnih spremenljivk.

Za generiranje vzorca normalno porazdeljene slučajne spremenljivke uporabimo metodo Box in Müller (Box et al., 1958; Press et al., 1992). Naj bosta $u_{1i},\ i=1,\ldots,n$ in $u_{2i},\ i=1,\ldots,n$ dva vzorca slučajnih spremenljivk U_1 in U_2, ki sta neodvisni in porazdeljeni enakomerno na intervalu (0,1). Vzorec dveh neodvisnih normalno porazdeljenih slučajnih spremenljivk Z_1 in Z_2 izračunamo tako, da izračunamo

$$\begin{aligned} z_{1i} &= \sqrt{-2\ln u_{1i}}\,\sin(2\pi u_{2i}) \\ z_{2i} &= \sqrt{-2\ln u_{1i}}\,\cos(2\pi u_{2i}) \end{aligned} . \tag{10}$$

Za generiranje vzorca odvisnih normalno porazdeljenih slučajnih spremenljivk uporabimo linearno transformacijo. Variančno-kovariančno matriko razstavimo z algoritmom Cholesky

$$\mathbf{\Sigma} = \mathbf{U}^T\mathbf{U} . \tag{11}$$

V našem primeru $\mathbf{U}$ zapišemo

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \sigma_{\Delta y} & \dfrac{\sigma_{\Delta y\Delta x}}{\sigma_{\Delta y}} \\ 0 & \sigma_{\Delta x}\sqrt{1-\left(\dfrac{\sigma_{\Delta y\Delta x}}{\sigma_{\Delta y}\sigma_{\Delta x}}\right)^2} \end{bmatrix} . \tag{12}$$

Za transformacijo vzorca neodvisnih normalno porazdeljenih slučajnih spremenljivk v vzorec odvisnih slučajnih spremenljivk uporabimo linearno transformacijo

$$\mathbf{Y} = \mathbf{U}^T\mathbf{Z} . \tag{13}$$

V našem primeru smo razlike koordinat generirali po naslednjih enačbah

$$\begin{aligned} \Delta y_i &= z_{1i} \\ \Delta x_i &= z_{1i}\frac{\sigma_{\Delta y\Delta x}}{\sigma_{\Delta y}} + z_{2i}\sigma_{\Delta x}\sqrt{1-\left(\frac{\sigma_{\Delta y\Delta x}}{\sigma_{\Delta y}\sigma_{\Delta x}}\right)^2} \end{aligned} , \tag{14}$$

kjer predpostavimo, da je srednja vrednost razlik koordinat Δy in Δx enaka nič ($\mu_{\Delta y} = \mu_{\Delta x} = 0$).

S pomočjo simuliranih normalno porazdeljenih slučajnih spremenljivk (14) izračunamo d po enačbi (2) in σ_d po enačbi (5) ter tako v n ponovitvah s simulacijo določimo porazdelitveno funkcijo testne statistike (6) za posamezno točko in pripadajočo kritično vrednost glede na izbrano stopnjo značilnosti testa α. Natančnost ocene koordinat točk v posamezni terminski izmeri je za različne točke različna. Zato je porazdelitvena funkcija testne statistike (6) za vsako točko v posamezni terminski izmeri drugačne oblike.

Testno statistiko testiramo glede na postavljeno ničelno in alternativno hipotezo:

$H_0 : d = 0$; točka miruje in

$H_a : d \neq 0$; točka se je premaknila.

Testno statistiko (6) primerjamo glede na kritično vrednost, ki jo pridobimo na osnovi simulirane porazdelitvene funkcije. Če je testna statistika manjša od kritične vrednosti ob izbrani stopnji značilnosti testa α, je tveganje za zavrnitev ničelne hipoteze preveliko. V tem primeru zaključimo, da premik ni statistično značilen. Če je testna statistika večja od kritične vrednosti, je tveganje za zavrnitev ničelne hipoteze manjše od izbrane stopnje značilnosti testa α. Zato upravičeno zavrnemo hipotezo in na ta način potrdimo, da je obravnavani premik statistično značilen.

Za lažjo odločitev izračunamo dejansko tveganje za zavrnitev ničelne hipoteze. Dejansko tveganje α_T izračunamo iz simulirane porazdelitvene funkcije pri izračunani vrednosti testne statistike T. Dejansko tveganje za zavrnitev ničelne hipoteze primerjamo s stopnjo značilnosti testa α. Obravnavamo dva primera:

- $\alpha_T < \alpha$:zavrnemo ničelno hipotezo; premik točke je statistično značilen ali
- $\alpha_T > \alpha$:ne zavrnemo ničelne hipoteze; premik točke ni statistično značilen.

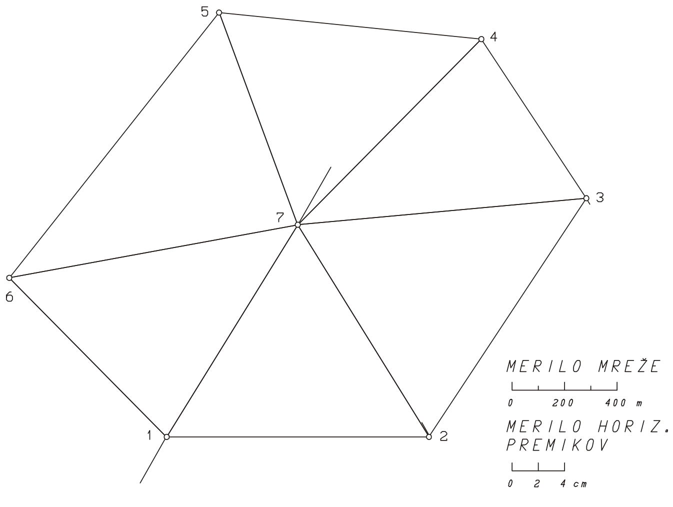
Uporabnik, glede na dejansko tveganje in posledice napačne odločitve, presodi, ali je tveganje zanj še sprejemljivo ali ne. Odločitev ima za posledico uvrstitev določene točke med mirujoče točke ali med točke, ki so se premaknile, zato mora biti izbira stopnje značilnosti testa zelo premišljena.

Primer testiranja značilnosti premikov v simulirani mreži

Opazovanja so simulirana s *programom Som* za standardno deviacijo opazovanj, ki znaša $\sigma_\alpha = 1''$ za kotna opazovanja in $\sigma_d = 5\,mm$ za dolžinska opazovanja (glej Sliko 1 ter Preglednici 1 in 2). Geodetski datum je določen na način proste mreže s težiščem vseh točk v mreži. Obravnavamo dve terminski izmeri ter identično vrsto in število opazovanj. V postopku testiranja ničelne hipoteze $H_0 : d = 0$ se odločimo za enotno stopnjo značilnosti testa $\alpha = 5\%$. Porazdelitvene funkcije testne statistike simuliramo s *programom Premik* za vse točke v mreži. Simulacijo izvedemo na osnovi 99999 iteracij z začetno vrednostjo za Lahey-ev generator slučajnih spremenljivk, ki znaša 0,7. Izračunane premike primerjamo z znanimi (simuliranimi) vrednostmi. V nadaljevanju podajamo vse potrebne vhodne podatke za izravnavo, kakor tudi izravnane vrednosti koordinat točk mreže v posamezni terminski izmeri.

Točka		Ničelna terminska izmera				Tekoča terminska izmera			
Od	Do	Opazovana smer			Dolžina	Opazovana smer			Dolžina
		°	'	"	[m]	°	'	"	[m]
1	6	314	59	58.6	848.5203	315	00	08.3	848.5437
1	7	32	00	18.4	943.4058	32	00	18.0	943.4930
1	2	90	00	00.6	1000.0017	89	59	48.8	1000.0107
2	1	269	59	58.1	1000.0077	269	59	50.2	1000.0037
2	7	327	59	41.6	943.3963	327	59	50.8	943.4170
2	3	33	41	24.9	1081.6692	33	41	27.8	1081.6608
3	2	213	41	23.2	1081.6572	213	41	27.7	1081.6665
3	7	264	48	19.6	1104.5400	264	48	28.5	1104.5072
3	4	326	18	35.0	721.1132	326	18	35.0	721.1192
4	3	146	18	33.4	721.1152	146	18	34.9	721.1152
4	7	224	59	59.9	989.9525	225	00	00.3	989.9073
4	5	275	42	39.1	1004.9917	275	42	37.1	1004.9992
5	4	95	42	37.9	1004.9861	95	42	36.1	1004.9865
5	7	159	26	39.7	854.4009	159	26	29.0	854.3696
5	6	218	39	36.1	1280.6231	218	39	35.9	1280.6217
6	5	38	39	35.0	1280.6242	38	39	34.6	1280.6267
6	7	79	41	43.7	1118.0403	79	41	36.3	1118.0745
6	1	134	59	59.5	848.5338	135	00	10.4	848.5325
7	6	259	41	42.2	1118.0366	259	41	36.6	1118.0680
7	5	339	26	38.3	854.4000	339	26	28.6	854.3591
7	4	45	00	00.9	989.9507	45	00	03.6	989.8993
7	3	84	48	21.1	1104.5387	84	48	29.6	1104.5055
7	2	147	59	40.6	943.3984	147	59	50.6	943.4008
7	1	212	00	19.3	943.3992	212	00	15.7	943.4907

Preglednica 1: *Simulirana opazovanja dveh terminskih izmer*



Slika 1: *Mreža opazovanj s simuliranimi premiki*

Točka	Premik **d** [mm]	Smer **ν** [^{0}]
1	40	210
2	12	330
3	5	150
7	50	30

Preglednica 2: *Vrednosti premikov*

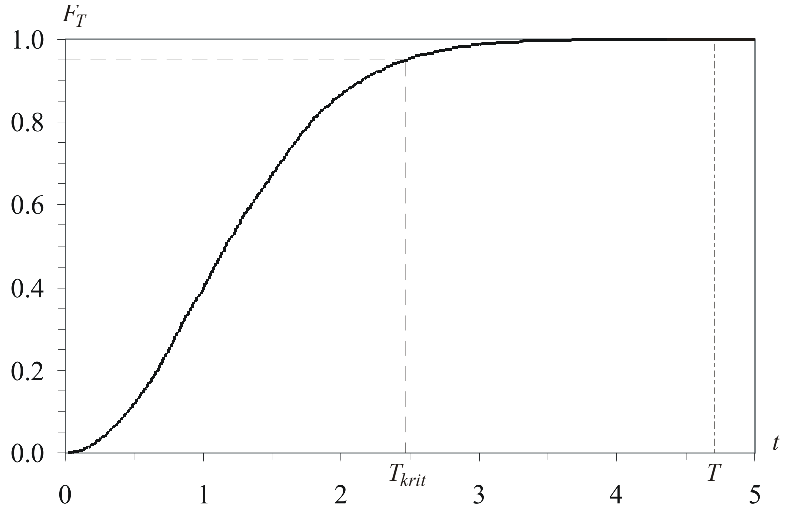
Točka	Približne koordinate	
	y_0	x_0
1	1000.0000	1000.0000
2	2000.0000	1000.0000
3	2600.0000	1900.0000
4	2200.0000	2500.0000
5	1200.0000	2600.0000
6	400.0000	1600.0000
7	1500.0000	1800.0000

Preglednica 3: *Približne koordinate točk v obeh terminskih izmerah*

Točka	Ničelna terminska izmera		Tekoča terminska izmera		Koordinatne razlike	
	$\hat{y}_1$ [m]	$\hat{x}_1$ [m]	$\hat{y}_2$ [m]	$\hat{x}_2$ [m]	$d_{\hat{y}}$ [m]	$d_{\hat{x}}$ [m]
1	999.9988	999.9995	999.9821	999.9599	-0.0167	-0.0396
2	2000.0013	1000.0012	1999.9899	1000.0085	-0.0114	+0.0073
3	2600.0037	1899.9984	2600.0039	1899.9942	+0.0002	-0.0042
4	2200.0004	2500.0000	2200.0015	2500.0007	+0.0011	+0.0007
5	1199.9988	2600.0007	1199.9983	2599.9966	-0.0005	-0.0041
6	399.9973	1599.9989	399.9991	1599.9972	+0.0018	-0.0017
7	1499.9997	1800.0013	1500.0252	1800.0429	+0.0255	+0.0416

Preglednica 4: *Izravnane koordinate točk proste mreže posamezne terminske izmere*

S simulacijami določimo porazdelitveno funkcijo za posamezno točko za testno statistiko (6). Na Sliki 2 prikazujemo porazdelitveno funkcijo za primer točke 2 v simulirani mreži. Porazdelitvena funkcija ima za vsako točko v mreži drugačno obliko. V praksi navadno rečemo, da se je točka premaknila, če je premik točke večji od trikratne oz. petkratne vrednosti natančnosti določitve premika točke ali z drugimi besedami, da je $T > 3$ oz. $T > 5$. Za obravnavano točko 2 lahko iz slike 2 odčitamo, da kritična vrednost pri izbrani stopnji značilnosti testa $\alpha = 5\%$ znaša $T_{krit} = 2.445$. Pri $T = 3$ je stopnja tveganja 1.18%, pri $T = 5$ pa 0.00%, torej je dejansko tveganje ob zavrnitvi ničelne hipoteze resnično minimalno.



***Slika 2:** Porazdelitvena funkcija za testno statistiko* $T = \dfrac{d}{\sigma_d} = 4.724$ *za točko 2*

V postopku testiranja je zelo pomembno, da izračunano vrednost testne statistike primerjamo glede na pravilno kritično vrednost dejanske porazdelitvene funkcije za testno statistiko (6) pri izbrani stopnji značilnosti testa. V obravnavani simulirani mreži (Slika 1) se izračunana kritična vrednost pri izbrani stopnji značilnosti testa $\alpha = 5\%$ za prikazano simulirano porazdelitveno funkcijo spreminja od 2.431 do 2.459 (Preglednica 5). Vidimo, da se za posamezne točke kritične vrednosti ne razlikujejo bistveno. Izračunali smo še kritične vrednosti za točke v mreži Pesje Premogovnika Velenje (Stopar, 2001). V mreži Pesje se izračunana kritična vrednost pri izbrani stopnji značilnosti testa $\alpha = 5\%$ spreminja od 2.267 do 3.405. Pri mrežah, kjer datum določajo dane točke, kritična vrednost v nekaterih primerih preseže celo vrednost 7. Zaključimo lahko, da je zelo pomembno pravilno določiti porazdelitveno funkcijo testne statistike za posamezno točko mreže in ne privzeti neke v geodetski praksi najpogosteje uporabljane vrednosti za kritično vrednost.

Točka	Simulirani premik		Dejanski premik d [mm]	σ_d [mm]	T	T_{krit}	α_T (%)
	d_{sim} [mm]	točka se je premaknila					
1	40.0	da	**43.0**	2.7	15.931	2.382	**0.00**
2	12.0	da	**13.5**	2.9	4.724	2.384	**0.00**
3	5.0	da	4.2	2.6	1.646	2.391	24.66
4	0.0	ne	1.3	2.6	0.499	2.894	88.22
5	0.0	ne	4.1	2.8	1.466	2.376	32.66
6	0.0	ne	2.5	2.7	0.903	2.384	65.55
7	50.0	da	**48.8**	1.9	25.838	2.387	**0.00**

***Preglednica 5:** Testiranje značilnosti premikov v simulirani mreži*

Iz preglednice 5 lahko zaključimo, da nedvoumno odkrijemo statistično značilne premike na točkah 1 in 7, ker je premik $d > 10\sigma_d$. Vrednost testne statistike je bistveno večja od njene kritične vrednosti, zato je dejansko tveganje za zavrnitev ničelne hipoteze minimalno. S predlagano testno statistiko odkrijemo tudi premik na točki 2, kjer je premik $d > 4\sigma_d$, dejansko tveganje za zavrnitev ničelne hipoteze pa minimalno. Simulirani premik na točki 3 je premajhen, da bi ga lahko odkrili, saj je premik $d < 2\sigma_d$. Dejansko tveganje za zavrnitev ničelne hipoteze je v primeru točke 3 znaša 24.66 %, zato premika ne odkrijemo, saj ni statistično značilen. Dejansko tveganje za zavrnitev ničelne hipoteze na domnevno mirujočih točkah je večje od 32.66 %, kar je občutno več od izbrane stopnje značilnosti testa $\alpha = 5\%$. Za te točke torej ne moremo trditi, da so se premaknile.

Zaključek

Naročnik od izvajalca geodetskih del ne pričakuje zgolj podatkov o premikih točk, temveč tudi zagotovilo o kakovosti ocenjenih premikov. Zaželeno je, da naročnik sodeluje pri vrednotenju ocenjenih premikov. Glede na posledice, ki jih napačna odločitev lahko povzroči, pa se naročnik odloči o tem, ali je tveganje zanj še sprejemljivo ali ne.

Ugotavljamo, da je testna statistika (6) ob simulirani porazdelitveni funkciji primerno orodje za testiranje značilnosti premikov točk v geodetski mreži. Glede na to, da premik in natančnost premika pridobimo na enostaven način, je predlagani postopek smiseln in daje zelo dobre rezultate. Na ta način dobimo prvo oceno o dogajanju v obravnavani mreži. Iz testnega primera je razvidno, da je presoja o značilnosti premika neposredno odvisna od kritične vrednosti pri izbrani stopnji značilnosti testa. Pravilno oceno premika dobimo le, če je kritična vrednost določena glede na dejansko porazdelitveno funkcijo testne statistike. Na ta način natančneje določimo faktor, ki se v praksi pogosto uporablja le približno npr. $3\sigma_d$ ali $5\sigma_d$. Glede na zahtevnost naloge in posledice se odločimo ali izvedemo podrobno deformacijsko analizo po eni izmed znanih metod ali to ni potrebno. Simulacijo porazdelitvene funkcije in testiranje značilnosti premikov s simulirano porazdelitveno funkcijo smo dodali v obstoječo programsko opremo Premik za izračun horizontalnih premikov in natančnosti premikov točk (Ambrožič, 2002).

Literatura

Ambrožič, T., Turk, G., Stopar, B., *Navodila za uporabo programa Premik ver. 2.0,* feb. 2002. Interna izdaja, 2002.

Box G.E.P., Müller, M. E., *A note on the generation of random normal deviates.* Annals of Mathematical Statistisc, 1958, letnik 29, str.610-611.

Caspary, W. F., *Concepts of Network and Deformation Analysis. Kensington,* School of Surveying, The University of New South Wales, 2000.

Mierlo, J. van, *A testing Procedure for Analysing Geodetic Deformation Measuremens.* Bonn, FIG Symposium on Deformation Measurements, 1978.

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Flannery, B. P., *Numerical recipes in Fortran: the art of scientific computing.* Cambridge, Cambridge University Press, 1992.

Rubinstein, R. Y., *Simulation and the Monte Carlo Method.* New York, John Wiley & Sons, 1981

Savšek-Safić, S., *Optimalna metoda določanja stabilnih točk v deformacijski analizi.* Doktorska disertacija. Ljubljana, FGG OGG, 2002.

Stopar B., Ambrožič T., Potočnik D., Koželj M., *Prostorsko spremljanje deformacij v primarni in sekundarni oblogi pri izdelavi podzemnih objektov,* 2001, 53 strani, 67 strani pril. ilust., Ljubljana.