

### 3.2.2 Stropne ozziroma medetažne konstrukcije

SO NAJBOLJ UGOĐNE

#### A. MONOLITNE STROPNE KONSTRUKCIJE

Monolitne stropne oz. medetažne konstrukcije so v konstrukcijskem pogledu zelo ugodne saj združujejo številne dobre lastnosti, kot so:

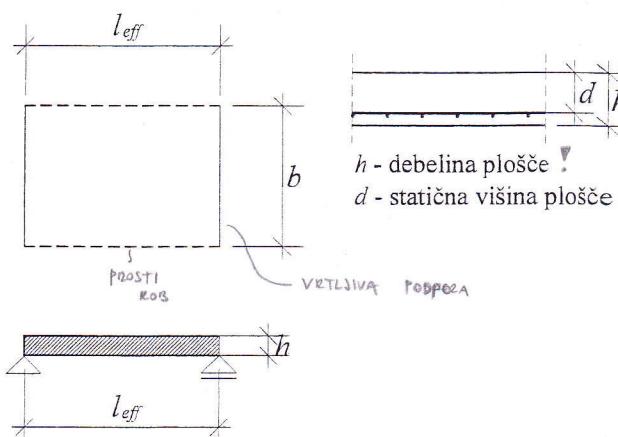
- ① • dober raznos vertikalnih koncentriranih obtežb, ~ PRENEVJO JE NA ŠIRŠO OKOLICO
- ② • velika togost v svoji ravnini (stropovi dobro porazdelijo horizontalne obtežbe med vertikalne nosilne elemente),
- ugodna konstrukcijska višina,
- enostavna izvedba,
- ravna zgornja in spodnja površina,
- dobra povezava z ostalimi (vertikalnimi) nosilnimi elementi – objekt je lahko v celoti monoliten,
- ③ • v primeru stropov nosilnih v več smereh velika rezerva nosilnosti. !

Običajno so monolitni stropovi podrti z linijskimi podporami, ki jih v konstrukciji predstavljajo zidovi, stene in nosilci, lahko pa so podprteti tudi točkovno – takrat govorimo o gladkih ploščah na stebrih. Zaradi zmanjšanja lastne teže se ob polnih ploščah uporabljuje še votle plošče ter rebričasti, rebrasti in kasetirani stropovi. Izvedba plošč z zmanjšanjem teže je možna tako pri linijskem podpiranju, kakor tudi pri točkovnem podpiranju – pri tem je v območju okolice podpor (stebrov) stropna konstrukcija zaradi večje odpornosti glede preboja praviloma polna.

#### A.1 Polne AB stropne plošče

Polne AB stropne plošče so najbolj tipična in najpogosteje uporabljena vrsta monolitnih stropnih konstrukcij, njihove značilnosti so predvsem dober raznos koncentriranih obtežb na širše sosednje območje plošče, ravna zgornja in spodnja površina, slaba stran pa je predvsem njihova velika lastna teža.

Da lahko govorimo o ploščah (nosilnih eni ali več smereh) mora veljati:



!  $b \geq 5h$  in  $l_{eff} \geq 5h$ ; !

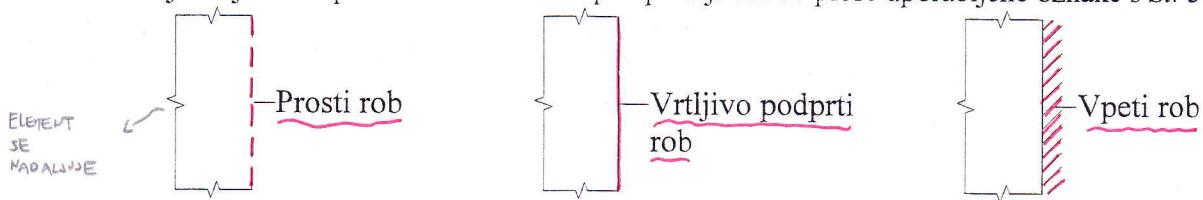
pri čemer je  $l_{eff}$  teoretična razpetina plošče.

Dodatno velja še absolutna omejitev najmanjše debeline plošče iz standarda SIST EN 1992-1-1:

$h \geq 50\text{mm}$  !

Sl. 3-53: Geometrija plošč

V nadaljevanju so za predstavitev načinov podpiranja robov plošč uporabljene oznake s Sl. 3-54.



Sl. 3-54: Uporabljeni znaki za podpiranje robov plošč v tlakrinski predstavitvi

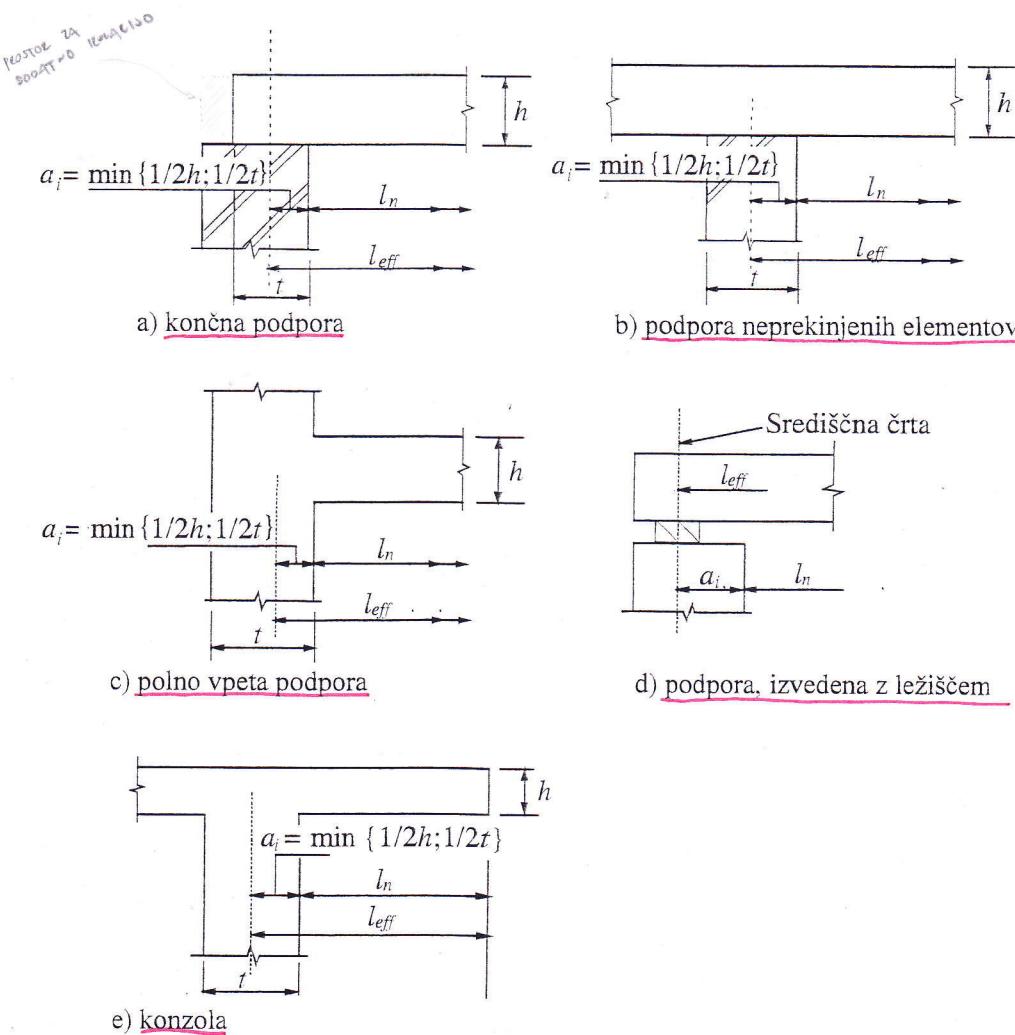
### Teoretične razpetine nosilcev in plošč stavb

Določila glede teoretične razpetine  $l_{eff}$  pri nosilcih in ploščah v stavbah v točki 5.3.2.2 standarda SIST EN 1992-1-1 so namenjena predvsem analizi posameznih elementov. Z izjemo situacij, ko je razmerje med širino podpore  $t$  in višino nosilca oziroma plošče  $h$  večje od 1, predstavlja teoretično razpetino elementov kar razdalja med osmi podpor.

Teoretične razpetine nosilcev in plošč  $l_{eff}$  so podane z izrazom (1-1):

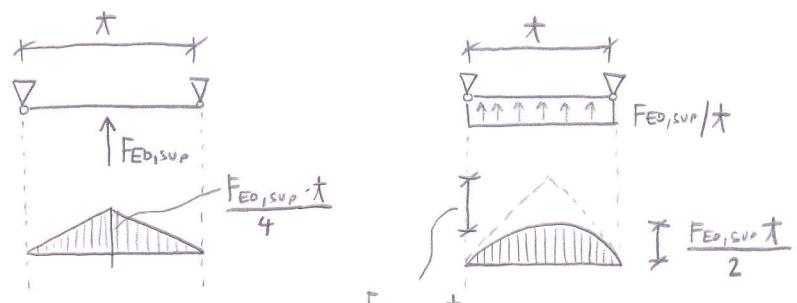
$$l_{eff} = l_n + a_1 + a_2, \quad (1-1)$$

pri čemer je  $l_n$  svetla razpetina,  $a_1$  in  $a_2$  pa sta širini naleganj na podporah (glej Sl. 3-55).

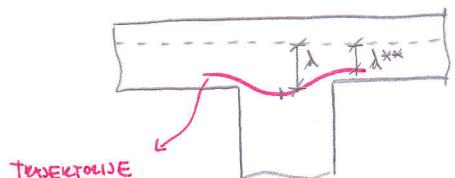
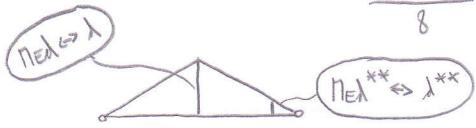


Sl. 3-55. Teoretične razpetine  $l_{eff}$  nosilcev in plošč stavb v odvisnosti od pogojev podpiranja

Na slikah v nadaljevanju so vse prikazane razpetine plošč  $l$  mišljene kot teoretične razpetine nimajo navedenega indeksa  $eff$ .



(\*)



TRIJEKTORNE  
TUČNIH IMPETOSTI  
SE NALAZO  
RAZSICITI

### Redukcija upogibnih momentov plošč in nosilcev nad podporami

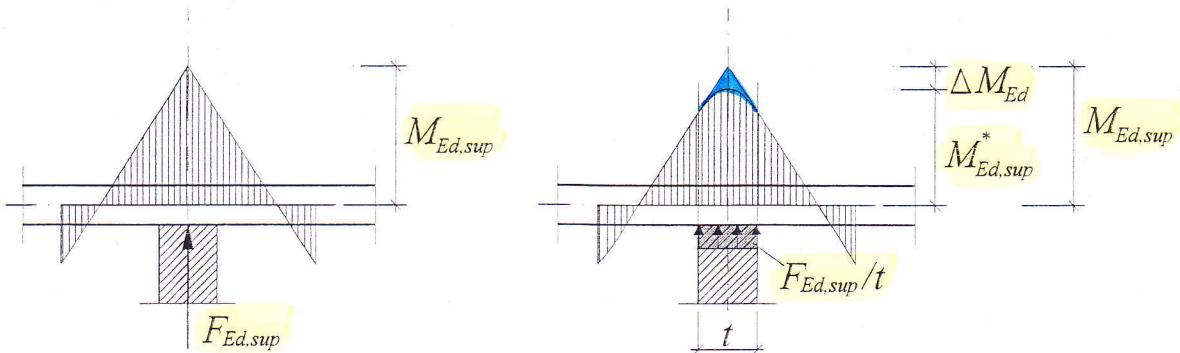
Neprekinjene plošče in nosilce v splošnem lahko analiziramo na podlagi predpostavke, da so podpore prosto vrtljive.

Upogibni moment nad vrtljivo vmesno podporo širine  $t$ , določen na podlagi razpetin, ki so enake medosnim razdaljam podpor, se lahko zmanjša za moment  $\Delta M_{Ed}$ , ki je določen z izrazom (1-2). Za dimenzioniranje nad podporo lahko tako uporabimo reducirani moment  $M_{Ed,sup}^*$ , ki je določen z izrazom

$$\Delta M_{Ed} = \frac{F_{Ed,sup} \cdot t}{8} \quad (1-2)$$

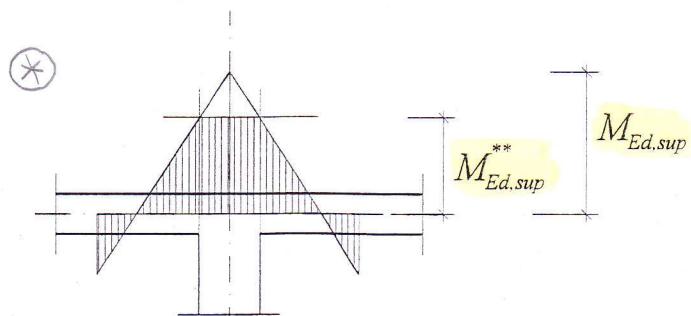
$$M_{Ed,sup}^* = M_{Ed,sup} - \Delta M_{Ed} \quad (1-3)$$

Pri tem je  $F_{Ed,sup}$  pripadajoča projektna reakcija v obravnavani podpori,  $t$  pa širina te podpore.



Sl. 3-56: Redukcija upogibnega momenta nad vrtljivo podporo

V primeru, da je nosilec ali plošča monolitno povezana s podporo, se za dimenzioniranje nad podporo lahko upošteva projektni upogibni moment ob robu podpore  $M_{Ed,sup}^{**}$ , vendar pa ne manj od 65 % polnovpetostnega momenta v tej podpori.



Sl. 3-57: Redukcija upogibnega momenta nad monolitno (vpeto) podporo - pri računu upogibnih momentov je predpostavljena vrtljiva podpora

### Redukcija upogibnih momentov plošč in nosilcev nad podporami

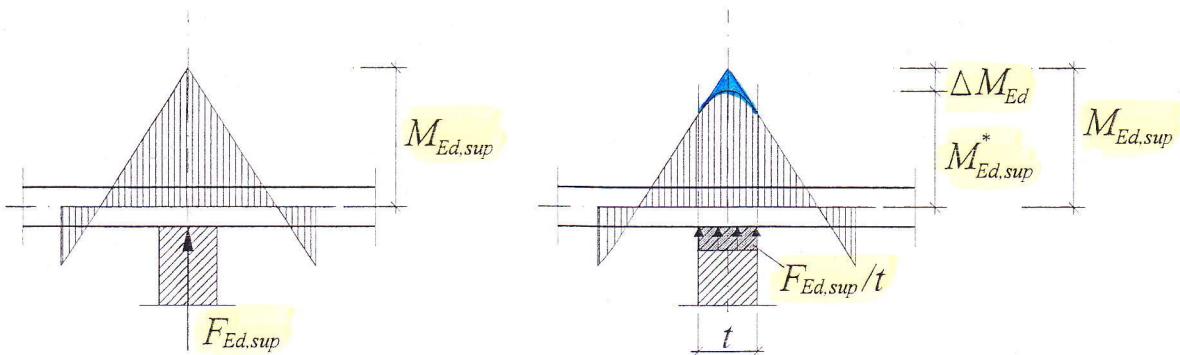
Neprekinjene plošče in nosilce v splošnem lahko analiziramo na podlagi predpostavke, da so podpore prosto vrtljive.

Upogibni moment nad vrtljivo vmesno podporo širine  $t$ , določen na podlagi razpetin, ki so enake medosnim razdaljam podpor, se lahko zmanjša za moment  $\Delta M_{Ed}$ , ki je določen z izrazom (1-2). Za dimenzioniranje nad podporo lahko tako uporabimo reducirani moment  $M_{Ed,sup}^*$ , ki je določen z izrazom

$$\Delta M_{Ed} = \frac{F_{Ed,sup} \cdot t}{8} \quad (1-2)$$

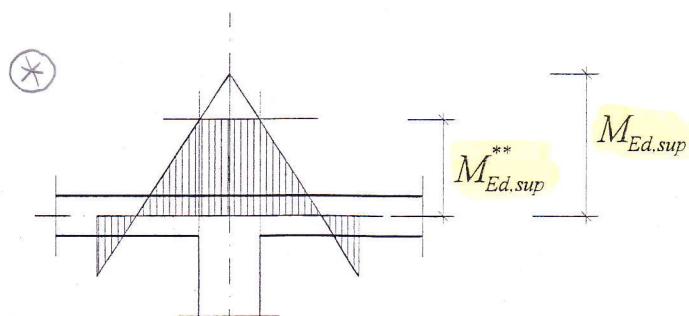
$$M_{Ed,sup}^* = M_{Ed,sup} - \Delta M_{Ed} \quad (1-3)$$

Pri tem je  $F_{Ed,sup}$  pripadajoča projektna reakcija v obravnavani podpori,  $t$  pa širina te podpore.

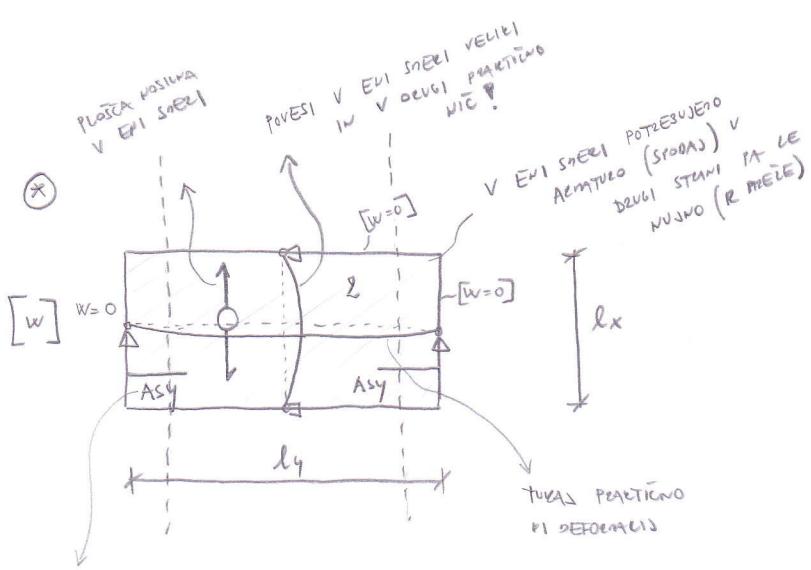


Sl. 3-56: Redukcija upogibnega momenta nad vrtljivo podporo

V primeru, da je nosilec ali plošča monolitno povezana s podporo, se za dimenzioniranje nad podporo lahko upošteva projektni upogibni moment ob robu podpore  $M_{Ed,sup}^{**}$ , vendar pa ne manj od 65 % polnovpetostnega momenta v tej podpori.



Sl. 3-57: Redukcija upogibnega momenta nad monolitno (vpeto) podporo - pri računu upogibnih momentov je predpostavljena vrtljiva podpora



ALATNICA KI JE POTESUJENA  
ČE SE PLASTICA DEFORMIRA!

→



### A.1.1 Polne AB plošče nosilne v eni smeri

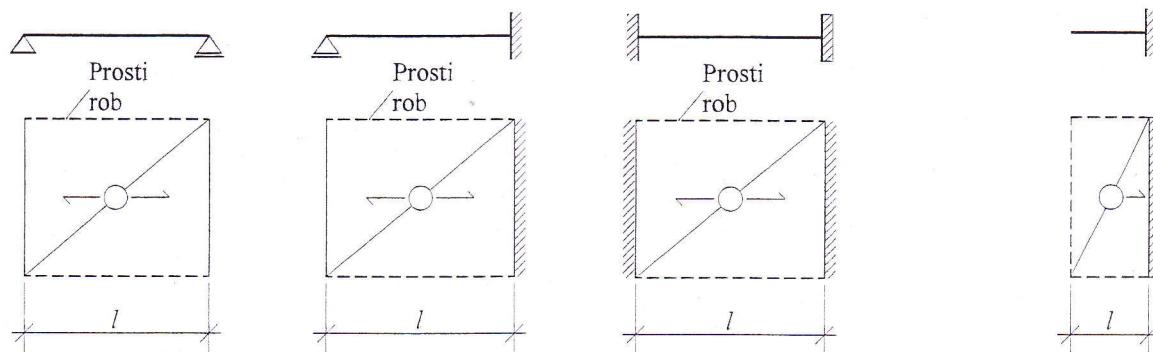
V skladu s standardom SIST EN 1992-1-1 se lahko **pretežno enakomerno obtežena plošča** obravnavava kot **nosilna v eni smeri**, če:

- ima dva prosta nepodprta in približno vzporedna robova ali
- gre za osrednji del na štirih robovih podprte približno pravokotne plošče z razmerjem večje razpetine proti manjši:  $l_{\max}/l_{\min} \geq 2$ .

Z upoštevanjem zgornjih navedb in ostalih možnih načinov podpiranja, ki se uporabljajo pri stropovih, pa lahko v splošnem govorimo o ploščah nosilnih v eni smeri v naslednjih primerih:

a) **Plošče z dvema približno vzporednima nepodprtima robovoma** (glej Sl. 3-58):

b) **Konzolne plošče** (glej Sl. 3-59):



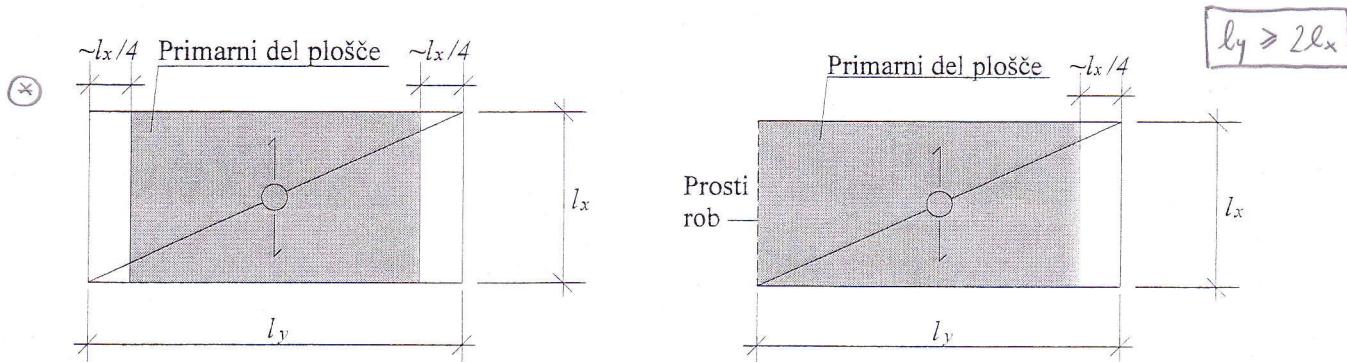
Sl. 3-58: Različno podprte plošče preko enega polja s paralelnimi prostimi robovi

Sl. 3-59: Konzolna plošča

c) **Osrednji del plošče podprte na štirih (tudi treh) robovih z razmerjem večje razpetine proti manjši:  $l_{\max}/l_{\min} = l_y/l_x \geq 2$ :**

Primarni (šrafirani) del štiri in tristransko podprtih plošč (glej Sl. 3-60) z razmerjem  $l_{\max}/l_{\min} \geq 2$  obravnavamo kot nosilen v eni smeri. Glavna armatura je v tem primeru  $A_{s,x}$ , ki poteka v smeri krajše stranice  $l_x$ . Armatura  $A_{s,y}$  v ortogonalni smeri, ki jo imenujemo razdelilna armatura, je v primarnem delu pri zvezni obtežbi potrebna zaradi Poisson-ovega efekta, pri koncentriranih obtežbah pa dodatno še za raznos obtežbe v prečni smeri plošče (v smeri stranice  $l_y$ ). Glej razlagu na predavanjih (vloga razdelilne armature in sodeljujoča širina plošče)!

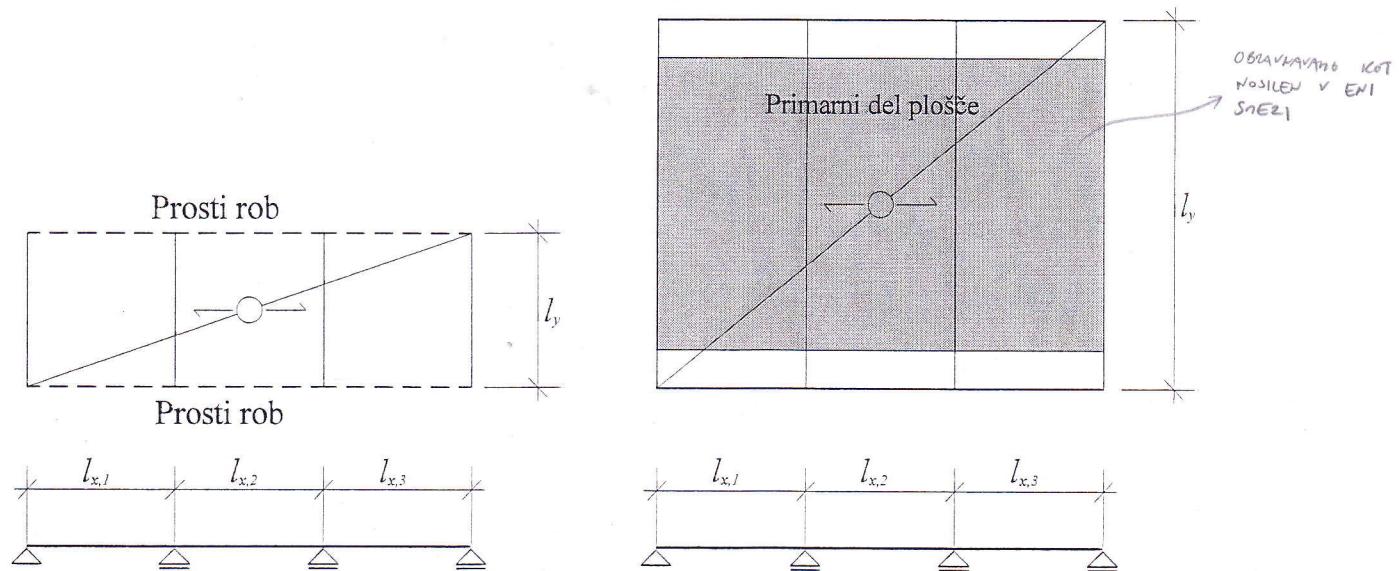
Zaradi ukrivljenosti v krajnih območjih (nešrafirani del), ki je posledica robnega pogoja (vertikalni pomik v podpori je enak 0) je tam potrebna tudi armatura v vzdolžni smeri ( $A_{s,y}$ ), ki je močnejša od običajne razdelilne armature nosilnih v eni smeri.



Sl. 3-60: Primarni (šrafirani) del štiri in tristransko podprtih plošč z razmerjem  $l_{\max}/l_{\min} \geq 2$  obravnavamo kot nosilen v eni smeri

#### d) Neprekinjene plošče preko več polj

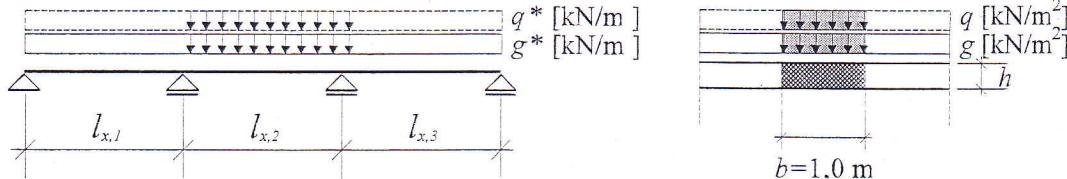
Plošče, ki imajo ob straneh proste robe in potekajo preko več polj so vedno nosilne v eni smeri (pozor le na osnovno zahtevo iz standarda SIST EN 1992-1-1 za plošče:  $b=l_y \geq 5h$  in  $l_x \geq 5h$ ). Pri kontinuirnih ploščah, ki so ob straneh podprte pa lahko v primeru, ko je razmerje stranic po poljih ploščah  $l_y \geq 2 l_{x,i}$ , primarni del plošče obravnavamo kot nosilen v eni smeri.



Sl. 3-61: Primera neprekinjenih plošč nosilnih v eni smeri; levo-stranska robova sta nepodprtta; desno-plošča podpta tudi na stranskih robovih vendar velja  $l_y \geq 2 l_{x,i}$ .

Za analizo in dimenzioniranje plošč nosilnih v eni smeri lahko **uporabimo nadomestni nosilec**, ki ga predstavlja pas plošče širine  $b=1,0$  m. Nadomestni nosilec dobi togost in enakomerno obtežbo ( $g^*$  in  $q^*$ ), ki pripada plošči na izbrani širini  $b$  (glej Sl. 3-62). Pri koncentriranih in linijskih obtežbah je potrebno določiti notranje sile nadomestnega nosilca z upoštevanjem sodelujoče širine. Nadomestni pas plošče v nadaljevanju obravnavamo kot linijski element-nosilec. Izvedemo analizo notranjih sil in opravimo vse potrebne kontrole glede:

- Mejnih stanj nosilnosti (MSN) - (upogibni momenti, prečne sile),
- Mejnih stanj uporabnosti (MSU) - (pomiki, razpoke, omejitve napetosti)



$$g^* = b \cdot g = 1,0 \cdot g ; q^* = b \cdot q = 1,0 \cdot q$$

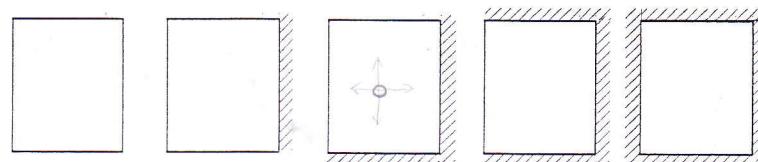
Sl. 3-62: Primer računskega modela in nadomestnega prerezna plošče nosilne v eni smeri

Kljub temu, da pas plošče analiziramo in dimenzioniramo kot nosilec, pa moramo pri projektiranju plošč nosilnih v eni smeri upoštevati konstrukcijska pravila in zahteve glede armiranja plošč - glej str. 42.

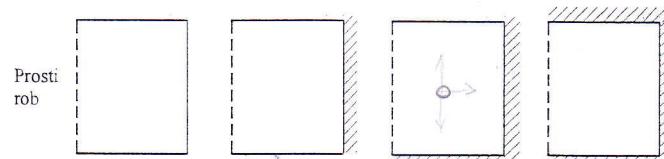
Pozor - PAZDELNA ACTURA !

### A.1.2 Polne AB plošče nosilne v več smereh

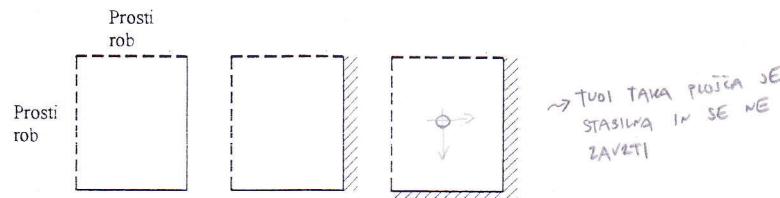
Na so prikazani osnovni primeri plošč, ki jih v splošnem obravnavamo kot nosilne v več smereh, pri tem pa so plošče lahko tudi kontinuirne. Ti primeri vključujejo pravokotne plošče podprte na štirih ali treh straneh (pri katerih velja  $l_{\max}/l_{\min} < 2$ ), pravokotne plošče podprte na dveh sosednjih robovih (pri katerih velja  $l_{\max}/l_{\min} < 2$ ), krožne in kolobarjaste plošče ter trikotne plošče.



a) Pravokotne plošče podprte na štirih robovih ( $l_{\max}/l_{\min} < 2$ )



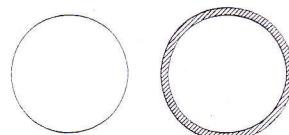
b) Pravokotne plošče podprte na treh robovih ( $l_{\max}/l_{\min} < 2$ )



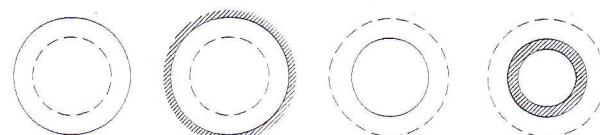
c) Pravokotne plošče podprte na dveh sosednjih robovih ( $l_{\max}/l_{\min} < 2$ )



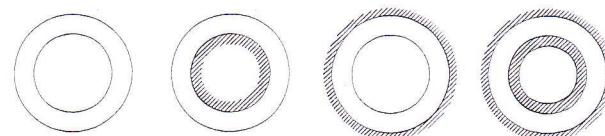
d) Trikotne plošče - različno podpiranje



d) Krožne plošče - različno podpiranje



e) Kolobarjaste plošče - podprt en rob



e) Kolobarjaste plošče - podpta dva robova

Sl. 3-63: Osnovni primeri plošč nosilnih v več smereh

### Analiza plošč nosilnih v več smereh

Plošče nosilne v več smereh pravilom analiziramo s pomočjo linearne teorije elastičnosti, izjemoma pa uporabljamo tudi metode, ki temeljijo na teoriji plastičnosti.

Poljubno podprte plošče nosilne v več smereh so notranje statično nedoločeni elementi. V splošnem lahko po linearni teoriji elastičnosti za takšne plošče z upoštevanjem ravnotežnih in kompatibilitetnih pogojev izpeljemo parcialno diferencialno enačbo plošče:

$$\left[ \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q}{D} \right] \quad \begin{matrix} w = \text{pomik} \\ D = \text{upogibna togost plošče} \end{matrix} \quad (1-4)$$

pri čemer je  $w$  pomik plošče v smeri pravokotno na osrednjo ravnino,  $q$  obtežba plošče na enoto ploskve (funkcija koordinat  $x$  in  $y$ ),  $D$  pa upogibna togost plošče določena z izrazom (1-5).

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \quad (1-5)$$

V izrazu (1-5) so  $E$  modul elastičnosti betona,  $h$  debelina plošče,  $\nu$  pa Poisson-ov količnik betona (v skladu s SIST EN 1992-1-1 upoštevamo  $\nu=0.2$  za nerazpokan beton in  $\nu=0$  za razpokan beton).

Analitično reševanje diferencialne enačbe plošče (1-4) je **zelo zahtevno in za vsakdanje delo konstruktorja neprimerno**. Izpeljani pa so bili zaključeni izrazi za določanje pomikov in notranjih sil za nekatere plošče z najbolj enostavnimi robnimi pogoji in razmeroma enostavnimi obtežbami. Ti izrazi so običajno podani v različnih pripomočkih za določanje notranjih sil in pomikov plošč v obliki preglednic in diagramov.

Diferencialno enačbo plošče lahko **rešimo tudi numerično**. V preteklosti je bila za to pogosto uporabljeni t.i. diferenčna metoda, ki je omogočala »peš« račun tudi pri zahtevnejših ploščah, v novejšem času pa ob razvoju računalnikov absolutno prevladuje analiza plošč, **ki temelji na metodi končnih elementov**.

Za praktično delo uporabljamo:

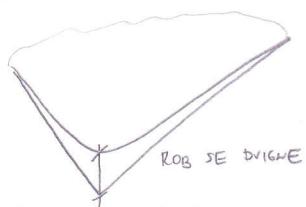
- pri enostavnih primerih plošč pripomočke iz literature (preglednice koeficientov, diagrami: Hahn, Bittner, Stiglatt & Wippel, Beton Kalender (diagrami poteka notranjih sil))
- v splošnem pa računalniške programe, ki temeljijo na metodi končnih elementov -MKE: AMSES Plate, SAP 2000, Sofistik, Scia...). S prijaznimi vmesniki za podajanje geometrije plošče in obtežbe, ter dodatnimi moduli za račun potrebne armature, lahko sodobni programi tekmujejo z alternativno uporabo pripomočkov iz literature tudi pri najbolj enostavnih primerih.

Računske metode, ki temeljijo na **plastični analizi**, se lahko uporabljajo **le za kontrole v mejnem stanju nosilnosti (MSN)**. Pri teh metodah je ključnega pomena zagotavljanje zadostne duktilnosti kritičnih prerezov, ki omogoča formiranje predvidenega porušnega mehanizma.

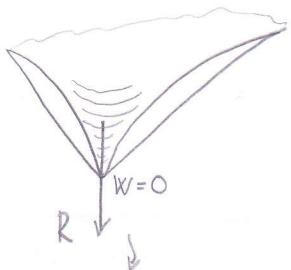
Plastična analiza lahko temelji bodisi na:

- metodah spodnje meje, pri katerih gre za statične metode z upoštevanjem ravnotežnih pogojev v mejnem stanju nosilnosti (npr. metoda pasov pri ploščah),
- bodisi na metodah zgornje meje, pri katerih gre za kinematične metode s predpostavljenimi porušnimi mehanizmi (npr. metoda porušnic pri ploščah).

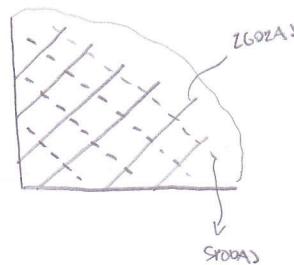
TORZIJA :



ROB SE DVIGA



MOMENT V POLU SE NI TAKO  
USTREZNO ZNANJAJO!



SPODAS

### Pravokotne plošče

Za različno podprte in obtežene pravokotne plošče nosilne v dveh smereh najdemo v literaturi številne pripomočke za določitev notranjih sil v tipičnih mestih plošče (največje vrednosti v poljih in vrednosti na mestih vpetih podpor).

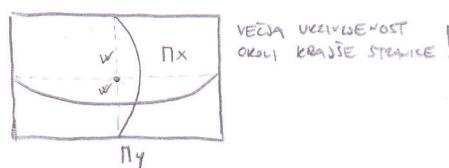
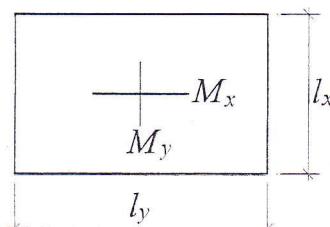
Pri uporabi pripomočkov iz literature je potrebno pozorno upoštevati pojasnila, saj nekateri pripomočki veljajo za plošče, pri katerih vogali z vrtljivo podprtima robovoma niso zasidrani in se lahko prosto dvignejo s podpor (v tem primeru so v polju znatno večji upogibni momenti v vogalih pa ni torzijskih momentov), drugi pripomočki pa veljajo za plošče zasidrane v takih vogalih.

Izrazi (1-6) do (1-8) omogočajo določitev vrednosti upogibnih momentov ( $M_x$  - armatura v smeri krajše stranice  $l_x$  in  $M_y$  - armatura v smeri daljše stranice  $l_y$ ) za na vseh štirih robovih vrtljivo podprto ploščo brez sidranja plošče v vogalih (glej Sl. 3-64) pri enakomerni zvezni obtežbi  $q$ . Pri tem koeficiente  $\alpha_x$  in  $\alpha_y$  odčitamo iz Pr. 3-4 - povzeto po viru B. Mosley, J. Bungey, R. Hulse, »Reinforced concrete design«.

$$\varepsilon = l_y / l_x; \quad l_y \geq l_x \quad (1-6)$$

$$M_x = \alpha_x \cdot q \cdot l_x^2 \quad (1-7)$$

$$M_y = \alpha_y \cdot q \cdot l_x^2 \quad (1-8)$$



Sl. 3-64: Uporabljene oznake za določitev upogibnih momentov pri na štirih robovih vrtljivo podprtih plošči brez sidranja v vogalih

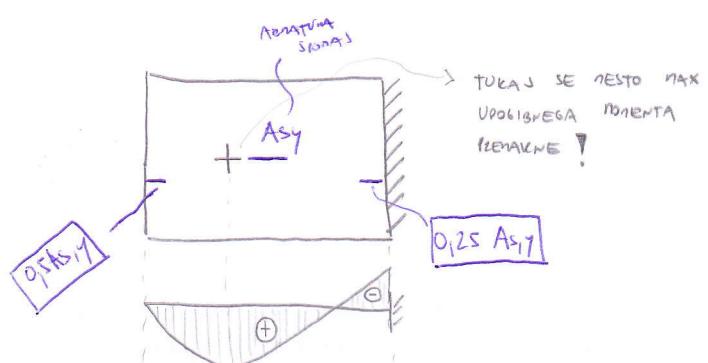
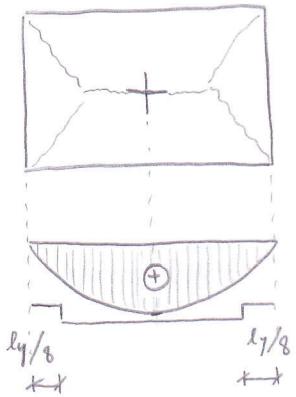
$\varepsilon = l_y / l_x$	1,0	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,75	2,00
$\alpha_x$	0,062	0,074	0,084	0,093	0,099	0,104	0,113	0,118
$\alpha_y$	0,062	0,061	0,059	0,055	0,051	0,046	0,037	0,029

Pr. 3-4: Koeficienti za določitev upogibnih momentov pri vrtljivo podprtih plošči na vseh štirih robovih brez sidranja v vogalih

V knjigi avtorja J. Hahn-a, »Durchlauftraeger, Rahmen, Platten und Balken auf elastischer Bettung«, najdemo koeficiente za določitev značilnih vrednosti notranjih sil za številne oblike, načine podpiranja (robne pogoje) in obtežbe plošč. Na Sl. 3-65 je prikazan primer uporabljenih oznak notranjih sil za na vseh štirih robovih vrtljivo podprto ploščo s sidanimi vogali ( $M_x$  - upogibni moment za določitev armature v smeri krajše stranice  $l_x$  in  $M_y$  - upogibni moment za določitev armature v smeri daljše stranice  $l_y$ ). S pomočjo koeficientov iz ustreznih preglednic lahko določimo različne količine, v primeru vrtljivo podprete plošče na vseh štirih robovih so to:

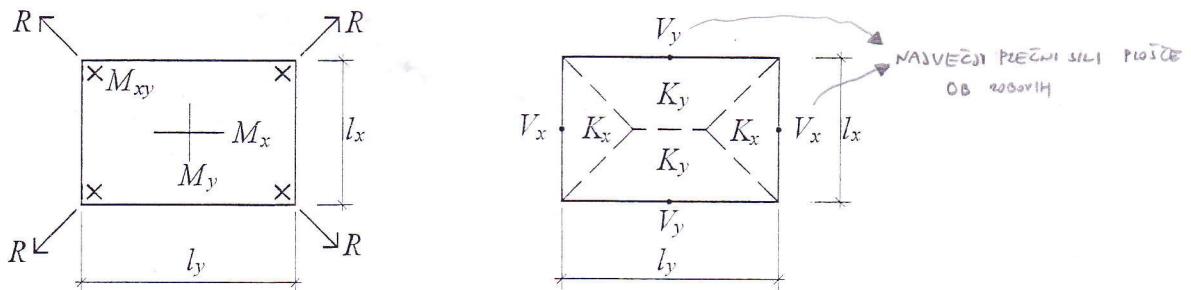
- upogibni momenti v polju:  $M_x = \frac{K}{m_x}; M_y = \frac{K}{m_y}$ ,
- torzijski momenti v vogalih:  $M_{xy} = \frac{K}{m_{xy}}$ ,
- reakcija v vogalu (sila sidranja):  $R = -2M_{xy} = -2 \frac{K}{m_{xy}}$ ,

(\*)



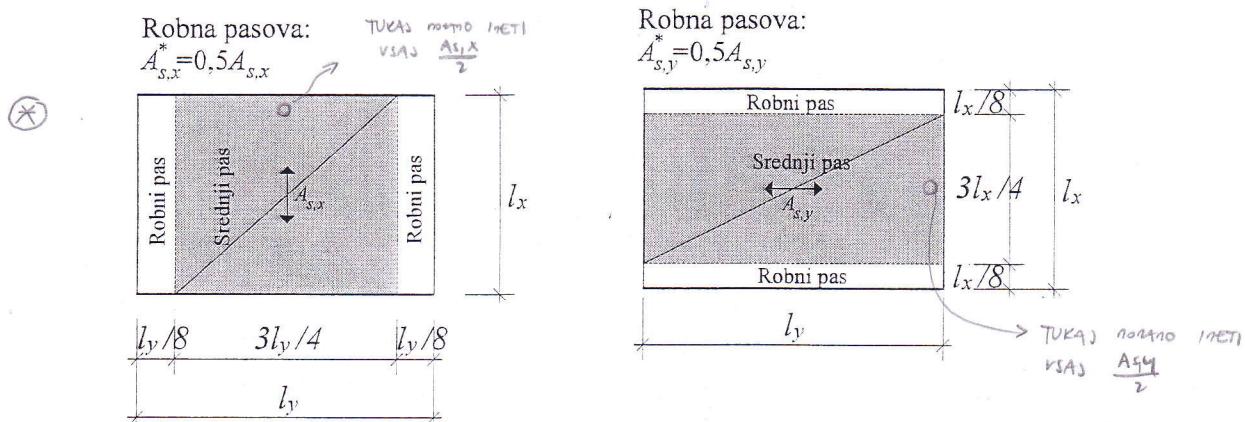
- največji prečni sili plošče ob robovih:  $V_x = \frac{\xi_x \cdot q \cdot l_x}{2}$ ;  $V_y = \frac{\xi_y \cdot q \cdot l_x}{2}$  in
- celotne sile, ki odpadejo na podprte robove:  $K_x = v_x \cdot K$ ;  $K_y = v_y \cdot K$ .

Pri tem je  $K$  celotna obtežba na plošči:  $K = q \cdot l_x \cdot l_y$ , koeficienti  $m_x$ ,  $m_y$ ,  $m_{xy}$ ,  $\xi_x$ ,  $\xi_y$ ,  $v_x$ , pa so podani v preglednicah v odvisnosti od razmerja stranic  $\varepsilon = l_y/l_x$ .



Sl. 3-65: Uporabljeni oznake za račun notranjih sil pri vrtljivo podprtih ploščah s sidranjem v vogalih po knjigi J. Hahna

Ker dobimo pri uporabi pripomočkov iz literature le podatek o vrednosti upogibnih momentov, ne pa tudi podatka o poteku upogibnih momentov po plošči (izjema npr. diagrami v starejših Beton kalendrih), je smiselno največjo izračunano armaturo (vedno spodaj in v primeru vpetih plošč tudi zgoraj) razporediti po širšem območju, v robnih pasovih pa jo lahko zmanjšamo na  $\frac{1}{2}$  polnega prereza v najbolj obremenjenih mestih - glej Sl. 3-66. Takšna razporeditev armature daje plošči tudi veliko rezervo nosilnosti (razmislek - metoda porušnic, kot metoda plastične analize plošče).



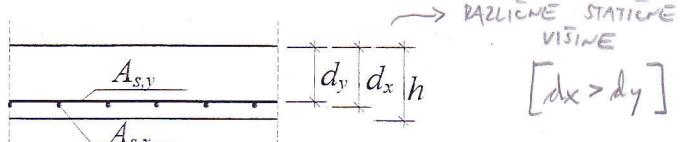
Sl. 3-66: Vodenje upogibne armature pri ploščah nosilnih v dveh smereh

Dodatno lahko v skladu s standardom SIST EN 1992-1-1 tudi armaturo v srednjem pasu ob končnih podporah zmanjšamo, pri tem pa mora spodaj do podpore priti:

- vsaj  $\frac{1}{2}$  prereza največje armature iz polja pri vrtljivih podporah in
- vsaj  $\frac{1}{4}$  prereza te armature pri vpetih vmesnih podporah.

Pri ploščah nosilnih v dveh smereh je potrebno glede konstrukcijskih zahtev vsako izmed armatur  $A_{s,x}$  in  $A_{s,y}$  **obravnavati kot glavno armaturo** (glej točko A.1.3 na str. 42). Pri dimenzioniranju moramo upoštevati različni statični višini za armaturi v različnih smereh (glej Sl. 3-67). V grobih izračunih (in tudi sicer na varni strani) lahko za obe smeri upoštevamo manjšo izmed vrednosti ( $d = \min(d_x; d_y)$ ).

Sl. 3-67: Upoštevanje statične višine pri ploščah nosilnih v dveh smereh

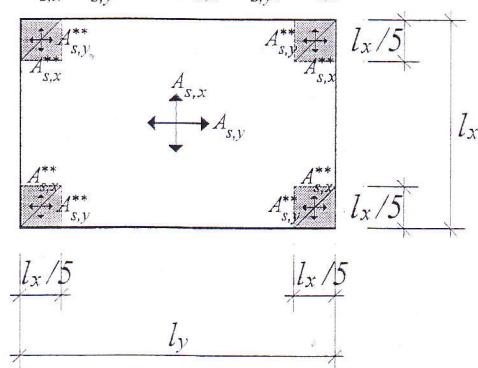


V standardu SIST EN 1992-1-1 je le omenjena zahteva po namestitvi ustrezne vogalne (torzijske) armature, pri ploščah, pri katerih je preprečen dvig v vogalih, ni pa podanih konkretnih zahtev glede minimalne takšne armature. Če v vogalih namestimo zgoraj in spodaj vogalno armaturo, ki je podana na Sl. 3-68 in Sl. 3-69, so praviloma pokriti vogalni torzijski momenti, ki se pojavijo pri enakomernih obtežbah plošč. Kot je razvidno s slike Sl. 3-69, je v vogalih, kjer je plošča kontinuirna v eni smeri potrebna le  $\frac{1}{2}$  osnovne torzijske armature, v vogalih kjer je plošča kontinuirna v dveh smereh, pa torzijska armatura ni potrebna (nekaj je tam spodaj in zgoraj že zaradi vodenja upogibne armature do podpor).

V primeru analize plošče s programsko opremo, ki temelji na MKE dobimo ustrezne vrednosti torzijskih momentov, kot rezultat računa in lahko določimo potrebno torzijsko armaturo (ortogonalna armatura z enakima prerezoma v x in z smeri zagotavlja enakovreden prerez armature v katerikoli smeri:  $A_{s,x} = A_{s,y} = A_s$ ).

Vogalna armatura (zgoraj in spodaj):

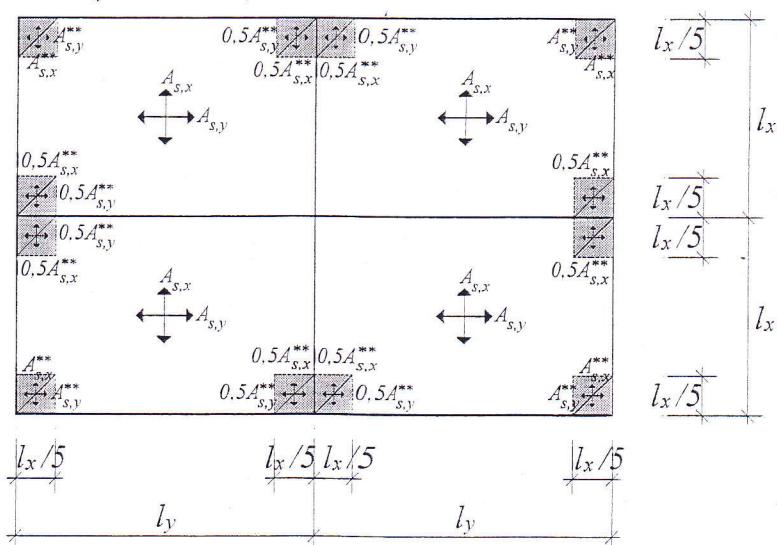
$$A_{s,x}^{**} = A_{s,y}^{**} = \max(A_{s,x}; A_{s,y}) = A_{s,x}$$



Sl. 3-68: Potrebna vogalna armatura pri vrtljivo podprtih nosilnih ploščah v dveh smereh, ki je sidrana v vogalih

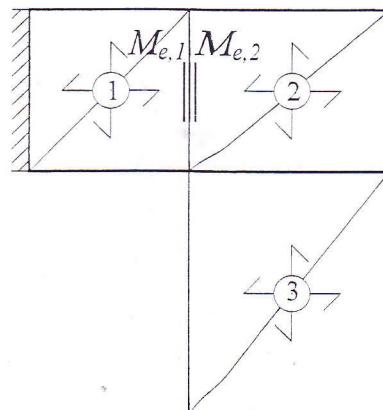
Vogalna armatura (zgoraj in spodaj):

$$A_{s,x}^{**} = A_{s,y}^{**} = \max(A_{s,x}; A_{s,y}) = A_{s,x}$$



Sl. 3-69: Potrebna vogalna armatura pri kontinuirnih nosilnih ploščah v dveh smereh, ki so sidrane v vogalih (preprečen dvig plošče)

**V primeru kontinuirnih plošč nosilnih v več smereh** je najbolj primerna analiza plošče s programsko opremo, ki temelji na MKE. Pri tem moramo ustrezeno upoštevati možne kombinacije obtežnih primerov s koristno obtežbo po posameznih poljih, ki dajo ekstremne količine notranjih sil. Kot rezultat računa pa lahko običajno dobimo ovojnice notranjih sil, pri nekaterih programih pa tudi že izračunano potrebno vzdolžno in strižno armaturo.



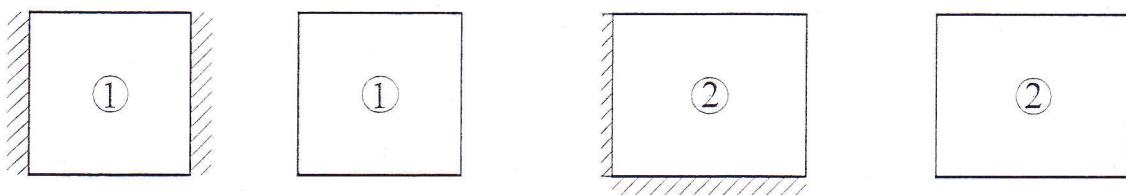
Sl. 3-70: Primer neprekinjenih plošč nosilnih v dveh smereh preko več polj - detajlno obravnavamo podporo med ploščama 1 in 2

V primeru uporabe Hahnovih tabel za določitev notranjih sil lahko kontinuirne plošče (primer glej na Sl. 3-70) z upoštevanjem prerazporeditve notranjih sil zaradi izravnave momentov nad podporami (glej Sl. 3-72) v grobem dimenzioniramo na naslednji način:

- vse notranje sile določamo na vsaki plošči za pripadajočo polno vrednost projekte obtežbe tega polja  $q_{Ed} + q_{Ed} = 1,35 g + 1,50 q$
- pri upogibnih momentih v poljih upoštevamo vpliv elastične vpetosti podpor tako, da vse upogibne momente določimo kot srednje vrednosti določene na dveh modelih. To sta model, ki ima vse podprte robove obravnavane kot vrtljive (prosti robovi ostanejo prosti) in drugi model, ki ima dejansko podprte robove (vpeti robovi v stene in sosednje plošče so upoštevani kot polno vpeti) - glej modele na Sl. 3-71 za plošči 1 in 2 s Sl. 3-70:

$$\max M_x^1 = (\max M_x^{1a} + \max M_x^{1b}) / 2 \quad (1-9) \quad \max M_x^2 = (\max M_x^{2a} + \max M_x^{2b}) / 2 \quad (1-10)$$

$$\max M_y^1 = (\max M_y^{1a} + \max M_y^{1b}) / 2 \quad (1-11) \quad \max M_y^2 = (\max M_y^{2a} + \max M_y^{2b}) / 2 \quad (1-12)$$



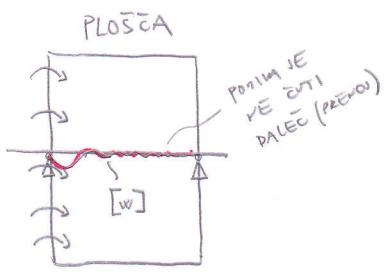
Sl. 3-71: Obravnavani modeli za plošči 1 in 2 s Sl. 3-70; levo modela za ploščo 1; desno modela za ploščo 2

- V nadaljevanju moramo izravnati še momente nad podporami, ki se praviloma razlikujejo na eni in drugi strani podpore (glej Sl. 3-72). Postopamo, tako, da izvedemo prvi korak izravnave upogibnih momentov glede na zaslužne togosti stikovanih plošč:

$$[M_{e,12} = \mu_1 \cdot M_{e,1} + \mu_2 \cdot M_{e,2}]! \quad (1-13)$$

pri čemer sta  $\mu_1$  in  $\mu_2$  prenosna koeficienta plošč določena z izrazoma:

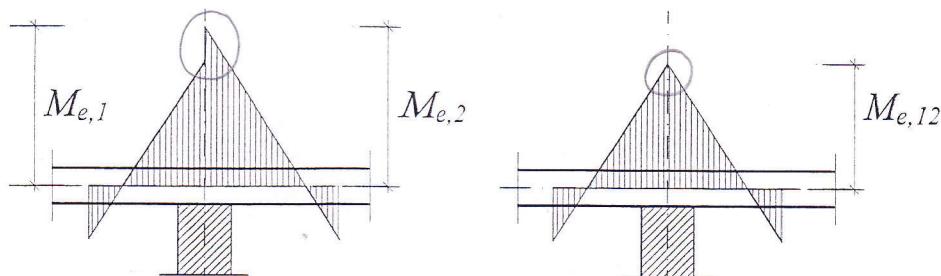
(\*)



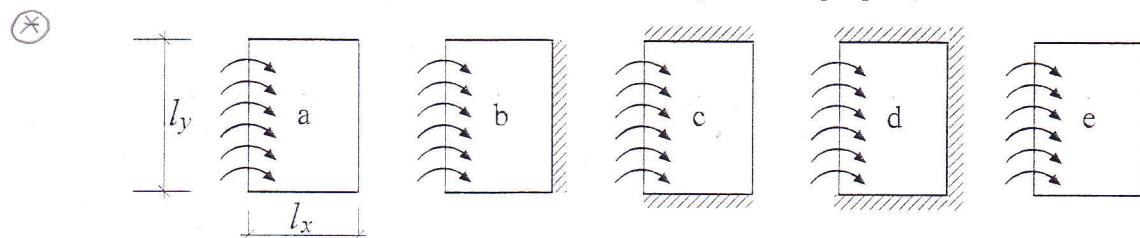
$$\left[ \mu_1 = \frac{k_2}{k_1 + k_2}; \quad \mu_2 = \frac{k_1}{k_1 + k_2} = 1 - \mu_1, \right] ! \quad (1-14)$$

pri tem so  $k_i$  ( $i=1,2$ ) zasučne togosti obravnavanih plošč 1 oziroma 2. Zasučne togosti določimo s pomočjo izrazov (1-15), z uporabo koeficientov iz Pr. 3-5, določenih na podlagi načina podpiranja posamezne plošče (glej Sl. 3-73) in razmerja stranic plošče  $\varepsilon$ .

V primeru, da sta upogibna momenta na obeh straneh podpore **približno enaka in sta približno enaki tudi togosti plošč 1 in 2** lahko moment nad podporo določimo tudi kot povprečno vrednost pripadajočih momentov:  $M_{e,12} = (M_{e,1} + M_{e,2}) / 2$ .



Sl. 3-72: Izravnava upogibnih momentov nad vmesno podporo; levo - različna upogibna momenta pri upoštevanju polni vpetosti obeh stikovanih plošč; desno - končna izravnana upogibna momenta (vrednost za dimenzioniranje kontinuirne plošče nad podporo)



Sl. 3-73: Primeri podpiranja za določitev robne zasučne togosti plošče (oznake a-e so »primer« v Pr. 3-5)

$$\left( \text{Pri } \varepsilon \geq 1,0 : k = \frac{E \cdot h^3 \cdot \rho}{l_x} ; \right) \quad \text{pri } \left( \varepsilon < 1,0 : k = \frac{E \cdot h^3 \cdot \rho}{l_y} ; \right) \quad \left( \varepsilon = \frac{l_y}{l_x} \right) ! \quad (1-15)$$

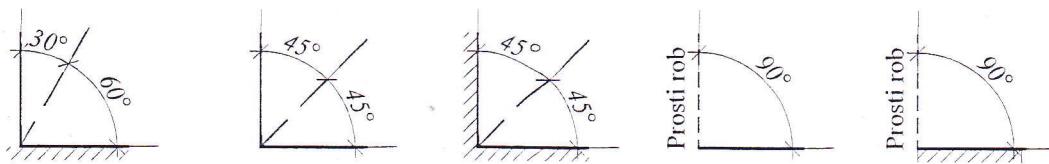
Primer	$\varepsilon = l_y / l_x$	0	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	3,0	4,0	8,0
a	Vsi robovi vrtljivi	2,10	2,10	1,96	1,83	1,73	1,64	1,55	1,48	1,43	1,39	1,36	1,33	1,18	1,08	1,01
b	Nasprotni rob polno vpet	2,10	2,22	2,07	1,95	1,95	1,78	1,73	1,68	1,63	1,69	1,57	1,55	1,45	1,38	1,33
c	Sosednja robova polno vpeta	2,78	2,78	2,56	2,36	2,18	2,02	1,88	1,76	1,66	1,58	1,52	1,48	1,22	1,09	1,01
d	Preostali robovi polno vpeti	2,78	2,78	2,57	2,37	2,20	2,06	1,94	1,84	1,77	1,72	1,68	1,65	1,45	1,38	1,33
e	Nasprotni rob nepodprt	2,07	2,07	1,68	1,68	1,52	1,39	1,27	1,17	1,08	1,00	0,95	0,90	0,50	0,32	0,10

Pr. 3-5: Koeficienti  $\rho$  za določitev robne zasučne togosti v odvisnosti od načina podpiranja plošče in razmerja stranic plošče (povzeto po Hanhn-ovih preglednicah)

Določitev obtežbe na podporne elemente pravokotnih plošč nosilnih v dveh smereh:

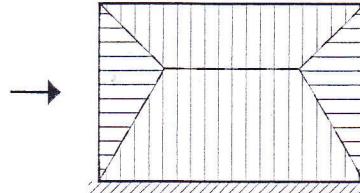
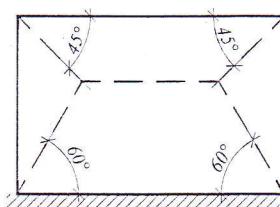
Za razliko od plošč nosilnih v eni smeri, pri katerih dobimo obtežbo na podporne elemente, kot vrednosti reakcij v podporah (reakcija v podpori je akcija na podporni element), je potrebno pri ploščah nosilnih v dveh smereh obtežbo na podporne elemente (nosilce in stene ali zidove) ponavadi oceniti po »strešnem pravilu«, izjemoma pa lahko med pripomočki v literaturi tudi koeficiente za oceno pripadajočih sil na podporne elemente (glej Sl. 3-65 in izraze za  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $K_x$  in  $K_y$  nad njo).

Pripadajoče vplivne ploskve s katerih se obtežba prenaša na podporne elemente (glej primere na Sl. 3-75) konstruiramo s pomočjo črt, ki jih v odvisnosti od razmerja stopnje vpetosti dveh sosednjih robov potegnemo iz vogalov plošče glede na primere s Sl. 3-74.

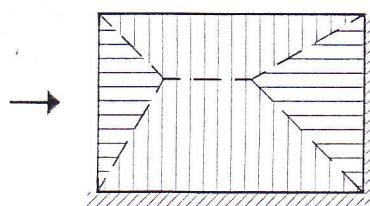
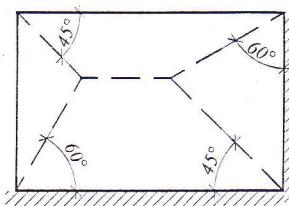


Sl. 3-74: Določitev smeri za formiranje vplivnih ploskev v odvisnosti od vpetosti sosednjih robov

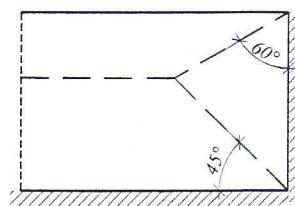
TA NOB JE  
BOLJ TOGO  
POPET IN ZATO  
ODVJE VECJA  
OBTEZBO !



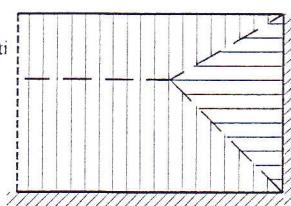
ČE JE ROB VPET  
TAKO VIDIMO, DA SE  
TJA PRENEJE VECJA  
OBTEZBA (TO POGI, DA  
JE TAI VECJA VPLIVNA  
PLOŠKEV) !



Prosti  
rob



Prosti  
rob

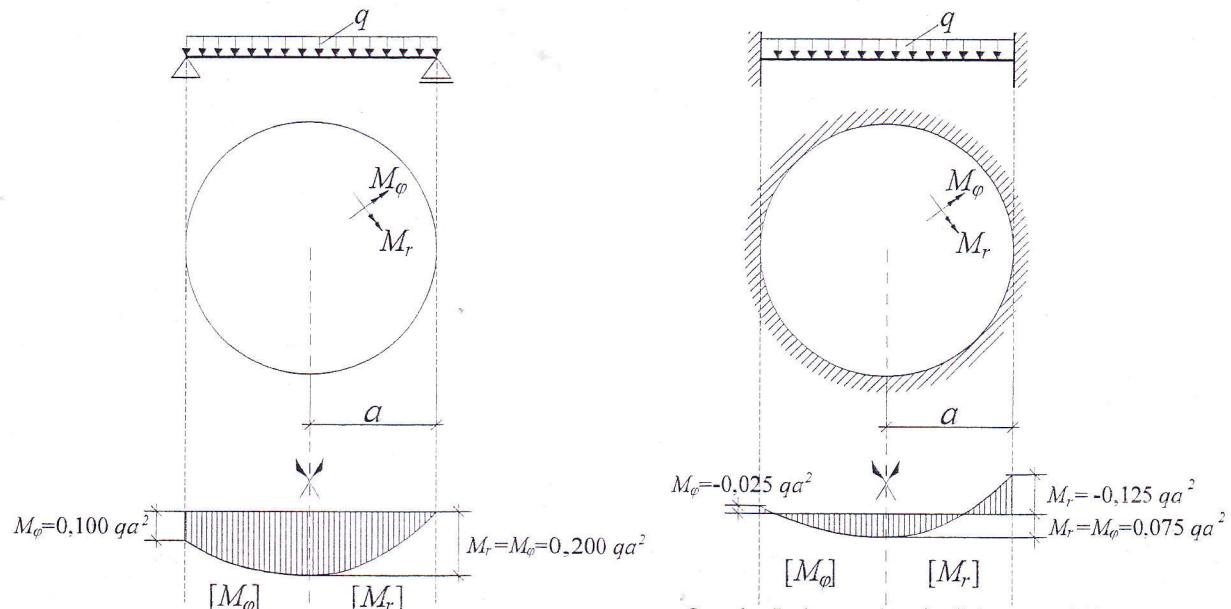


Sl. 3-75: Primeri formiranja vplivnih ploskev za določanje obtežbe na podporne elemente

### Plošče drugih oblik

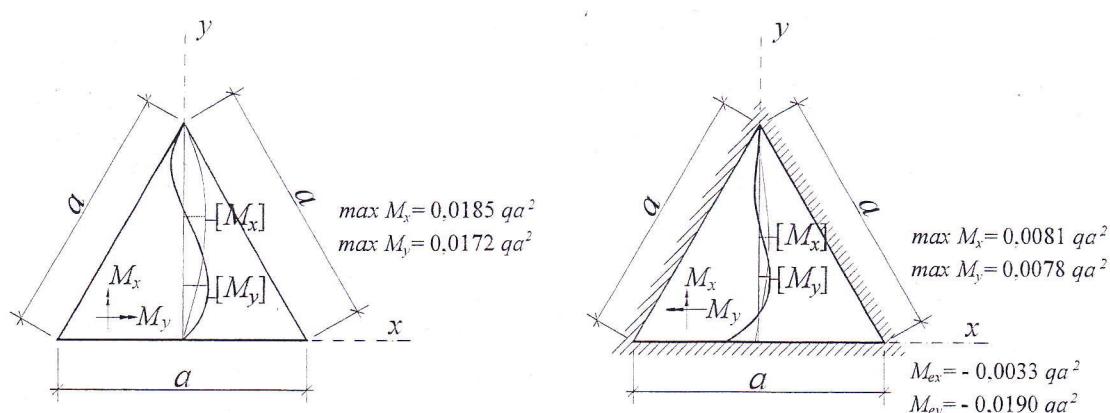
Pri konstruiranju lahko naletimo tudi na plošče povsem poljubnih oblik ali pa na plošče nekaterih značilnih oblik kot so krožne, kolobarjaste in trikotne plošče:

- Analizo povsem poljubno podprtih plošč nam omogočajo računalniški programi, ki temeljijo na MKE,
- za nekatere plošče posebnih oblik pa lahko najdemo podatke o merodajnih vrednostih notranjih sil tudi v različnih pripomočkih iz literature (glej Sl. 3-76 in Sl. 3-77).



Opomba: Podane vrednosti veljajo za  $V=0,2$ !

Sl. 3-76: Značilne vrednosti in potek radialnih ( $M_r$ ) in tangencialnih ( $M_\phi$ ) upogibnih momentov pri krožnih ploščah; levo vrtljivo podprta plošča; desno vpeta krožna plošča



Sl. 3-77: Značilne vrednosti in potek upogibnih momentov ( $M_x$  in  $M_y$ ) v osi  $x=0$  pri trikotnih ploščah; levo vrtljivo podprta plošča; desno vpeta trikotna plošča

Napotke za armiranje krožnih in trikotnih plošč s trajektorialno ali ortogonalno armaturo najdemo v literaturi (glej zapiske s predavanj).

$\underline{v=0,2!}$  PARCERIA ALTA VELA

$A_{S1,2,2,0} = 0,2 \cdot A_s !$

### A.1.3 Konstrukcijske posebnosti in zahteve glede armiranja plošč po standardu SIST EN 1992-1-1

#### Dimenzijske:

- Da lahko ploskovni konstrukcijski element opredelimo kot ploščo morata biti v skladu s standardom SIST EN 1992-1-1 izpolnjena naslednja geometrijska pogoja (glej Sl. 3-53):
  $b \geq 5h$  in  $l_{eff} \geq 5h$ ; pri čemer je  $l_{eff}$  teoretična razpetina plošče.
- $h \geq 50\text{mm}$  - absolutna omejitev glede debeline!
- !** Ker se strižna armatura lahko vgradi le pri ploščah, ki so debele vsaj 200 mm ( $h \geq 200\text{mm}$ ), je za debelino vseh tanjših plošč ključen pogoj  $V_{Ed} \leq V_{Rd,c} = V_{Rd,c}(h)$ , pri čemer je  $V_{Rd,c}$  projektna odpornost glede prečne sile plošče brez posebne strižne armature.

#### Upogibna armatura:

Prerez:

$$A_{s,min} = \max \begin{cases} 0,26 \frac{f_{cm}}{f_{yk}} b_t d \\ 0,0013 b_t d \end{cases} \quad (0,13\% b_t d)$$

*NATEZNA TEVOST BETONA*

( $b_t = b$  oz. 1,0 m - pri ploščah; pri nosilcih je  $b_t$  srednja širina nateznega dela betona)

$$A_{s,max} = A_{s,max}^c = 0,04 A_c - \text{razen pri preklopih}$$

$A_{s,razd} = 0,20 A_s$  - Razdelilna armatura pri ploščah nosilnih v eni smeri (ortogonalno na glavno armaturo). Zakaj je potrebna - glej predavanja - Poisson-ov efekt! Za povečanje statične višine je smiselno razdelilno armaturo postaviti na notranjo stran glavne armature (glej Sl. 3-78).



Sl. 3-78: Razporeditev razdelilne armature pri ploščah nosilnih v eni smeri:  
levo-plošča v polju ( $M_{Ed} \geq 0$ ); desno-plošča ob podpori ( $M_{Ed} < 0$ )

#### Razdalje med palicami:

Razdalje med palicami  $e$  so navzgor omejene z vrednostjo  $s_{max,slabs}$ :  $e \leq s_{max,slabs}$

$$\text{Glavna armatura: } e_{gl} \leq \min \begin{cases} 3h \\ 400\text{mm} \end{cases}$$

$$\text{Razdelilna armatura: } e_{razd} \leq \min \begin{cases} 3.5h \\ 450\text{mm} \end{cases}$$

Zelo redko TO  
upoštevamo, ker so  
TO ZELO VELIKE  
razdalje nedopaljivi!

V območjih s koncentriranimi obtežbami in ekstremnimi vrednostmi upogibnih momentov veljajo strožje omejitve:

$$\text{Glavna armatura: } e_{gl} \leq \min \begin{cases} 2h \\ 250\text{mm} \end{cases}$$

$$\text{Razdelilna armatura: } e_{razd} \leq \min \begin{cases} 3h \\ 400\text{mm} \end{cases}$$

#### Vogalna (torzijska) armatura:

V standardu razen zahteve, da mora biti v vogalih plošč, ki imajo tam preprečen dvig nameščena ustrezna armatura ta problem ni obravnavan. Glej ustrezna priporočila na Sl. 3-68 in Sl. 3-69.

**Armatura za prevzem upogibnih momentov zaradi neupoštevanje vpetosti:**

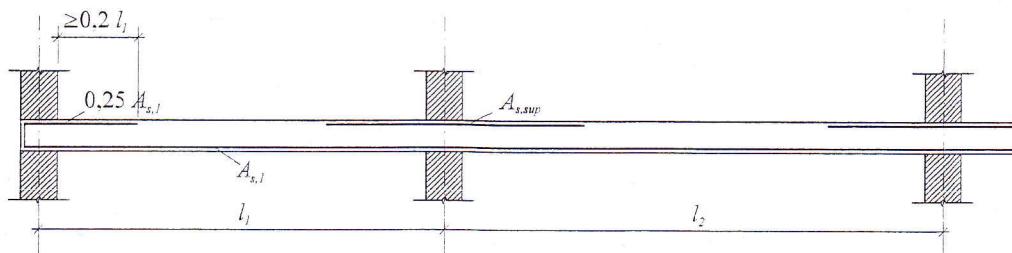
Pri ploščah, ki so nad podporami delno vpete (npr. zaradi vpliva zida nad ploščo), a to ni upoštevano v računu, mora biti zgornja armatura sposobna prevzeti vsaj:

$$M^- \geq 0,25M_{\max}^+ \quad \text{pri tem je } M_{\max}^+ - \text{največji pozitivni moment v pripadajočem polju}$$

V primeru enakih statičnih višin v polju in ob podpori smo na varni strani, če ob podpori zgoraj namestimo vsaj 0,25 največje armature iz polja ( $A_s^- \geq 0,25A_{s,\max}^+$ ).

Armaturo za prevzem  $M^-$  se namesti vsaj na dolžini  $0,2 l_{\text{prop}}$  od notranjega roba podpore, nad vmesnimi podporami naj poteka neprekinjeno iz polja v polje, nad končnimi podporami pa mora biti zasidrana (glej Sl. 3-79).

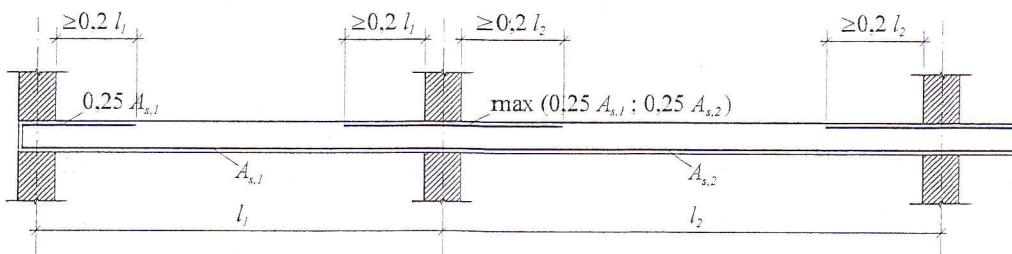
Nad končnimi podporami se lahko vrednost momenta, ki ga moramo prevzeti z zgornjo armaturo zmanjša na:  $M^- \geq 0,15M_{\max}^+$ .



Računski model:



a) krajna podpora pri kontinuirno upoštevani plošči



Računski model z vrtljivimi podporami:

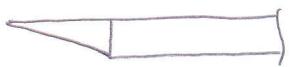
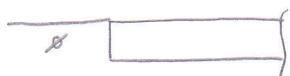
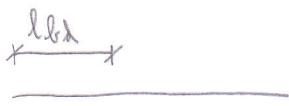


b) krajne in vmesne podpore kadar so plošče v posameznih poljih upoštevane kot prostoležeče

Sl. 3-79: Zahtevana zgornja armatura, kadar se lahko pojavi delna vpetost nad podporami in le-ta ni upoštevana v računu

$$\textcircled{5} \quad Z = \frac{1}{hs} \cdot \lambda = \frac{\lambda}{hs} \cdot \lambda$$

KONZERVATIVNI PESTOR K SIBERKI DOČIHI  ${}^{\circ}$

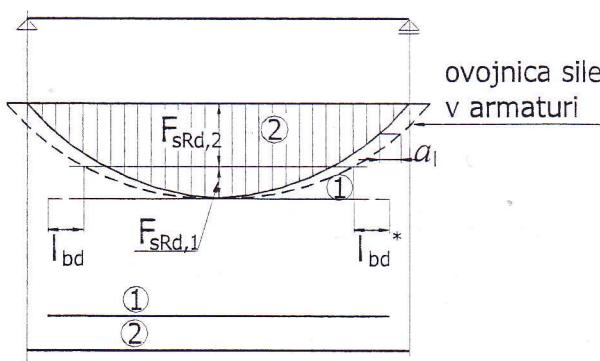


**Vodenje armature vzdolž plošče:** načeloma enako kot pri nosilcih, s tem, da upoštevamo za premik črte sil v natezni armaturi (če ni osne sile delamo običajno kar s črto upogibnih momentov)  $a_l = d$ .

Sila v armaturi  $F_{Ed}$  zaradi upogiba in osne sile:

$$F_{Ed} = \frac{M_{Eds}}{z} + N_{Ed} = k_s \frac{M_{Eds}}{h} + N_{Ed}$$

Plošče  $\rightarrow a_l = d$  (premik – upoštevanje dodatne sile v natezni armaturi zaradi striga)



Sl. 3-80: Vodenje armature vzdolž plošče

#### Sidranje armature spodaj nad končno podporo:

V splošnem se standard pri ploščah sklicuje na zahteve za nosilce glede najmanjše spodnje armature ob vrtljivih ozziroma šibko vpetih končnih podporah:

$$A_{s,podp.} \geq \frac{1}{4} A_{s,max} \quad (A_{s,max} - \text{armatura v polju}),$$

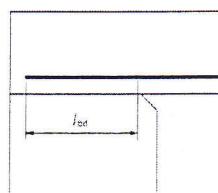
posebej pa je pri **prostoležečih ploščah** podana **minimalna spodnja armatura**, ki jo je potrebno voditi do podpor:

$$A_{s,podp.} \geq \frac{1}{2} A_{s,max}$$

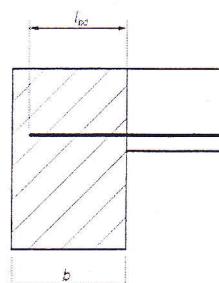
Sidranje nad podporo mora biti zagotovljeno za silo:  $F_{Ed} = \frac{V_{Ed} a_l}{d} + N_{Ed}$

Pri ploščah upoštevamo  $a_l = d \rightarrow F_{Ed} = V_{Ed} + N_{Ed}$

Izvedba sidranja:



a) Direktna podpora



b) Indirektna podpora

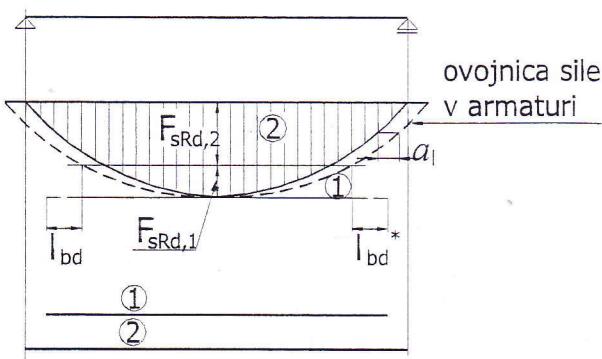
Sl. 3-81: Merjenje sidrne dolžine glede na način podpiranja (pri direktni podpori se lahko upošteva ugoden vpliv prečnih tlačnih napetosti na sidrno dolžino)

**Vodenje armature vzdolž plošče:** načeloma enako kot pri nosilcih, s tem, da upoštevamo za premik črte sil v natezni armaturi (če ni osne sile delamo običajno kar s črto upogibnih momentov)  $a_l = d$ .

Sila v armaturi  $F_{Ed}$  zaradi upogiba in osne sile:

$$F_{Ed} = \frac{M_{Eds}}{z} + N_{Ed} = k_s \frac{M_{Eds}}{h} + N_{Ed}$$

Plošče  $\rightarrow a_l = d$  (premik – upoštevanje dodatne sile v natezni armaturi zaradi striga)



Sl. 3-80: Vodenje armature vzdolž plošče

**Sidranje armature spodaj nad končno podporo:**

V splošnem se standard pri ploščah sklicuje na zahteve za nosilce glede najmanjše spodnje armature ob vrtljivih oziroma šibko vpetih končnih podporah:

$$A_{s,podp.} \geq \frac{1}{4} A_{s,max} \quad (A_{s,max} - \text{armatura v polju}),$$

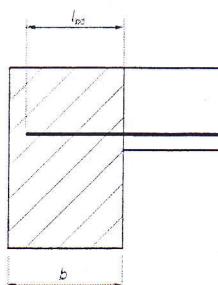
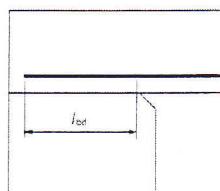
posebej pa je pri **prostoležečih ploščah podana minimalna spodnja armatura, ki jo je potrebno voditi do podpor:**

$$A_{s,podp.} \geq \frac{1}{2} A_{s,max}$$

Sidranje nad podporo mora biti zagotovljeno za silo:  $F_{Ed} = \frac{V_{Ed} a_l}{d} + N_{Ed}$

Pri ploščah upoštevamo  $a_l = d \rightarrow F_{Ed} = V_{Ed} + N_{Ed}$

*Izvedba sidranja:*



a) Direktna podpora

b) Indirektna podpora

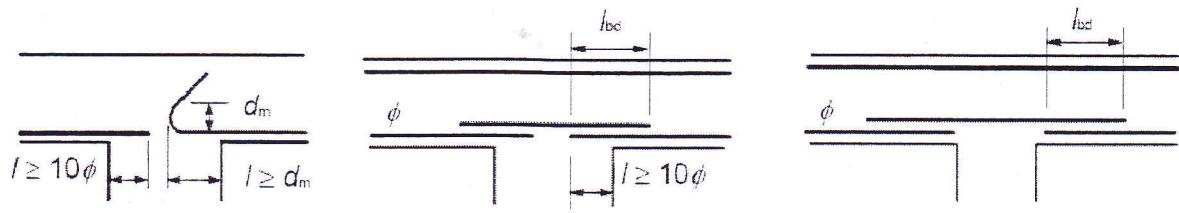
Sl. 3-81: Merjenje sidrne dolžine glede na način podpiranja (pri direktni podpori se lahko upošteva ugoden vpliv prečnih tlačnih napetosti na sidrno dolžino)

### **Sidranje spodnje armature nad vmesno podporo:**

Pri ploščah, ki so modelirane kot kontinuirne:  $A_{s,podp.} \geq \frac{1}{4} A_{s,max}$  ( $A_{s,max}$  - armatura v polju)

Pri ploščah, ki so modelirane kot vrtljivo podprtne:  $A_{s,podp.} \geq \frac{1}{2} A_{s,max}$  ( $A_{s,max}$  - armatura v polju)

Izvedba sidranja:

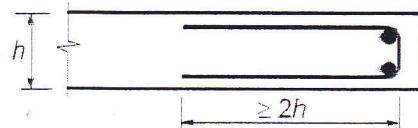


\*\* Smiselno za prevzem eventualnih  $\oplus$  momentov nad podporo zaradi posedkov..., (pri ploščah to ni zahteva SIST EN 1992-1-1 –navедено le kot zahteva za kontinuirne nosilce)

Sl. 3-82: Izvedba sidranja spodnje armature plošče nad vmesnimi podporami

**Armiranje prostih robov:** Prečna armatura v obliki »U« stremen in palice vzdolžne armature:

Sl. 3-83: Konstruktivna armatura ob prostem robu



### **Strižna armatura:**

Strižna armatura se lahko vgradi le pri ploščah, ki so debele vsaj 200 mm:  $h \geq 200 \text{ mm}$

Strižna armatura se lahko sestoji iz kombinacije:

- stremen, ki objemajo natezno armaturo in tlačno cono ter
- poševno krivljenih palic.

Če je pri plošči  $|V_{Ed}| \leq \frac{1}{3} V_{Rd,max}$  so lahko poševne palice edina strižna armatura.

Pri tem je  $V_{Rd,max}$  strižna odpornost plošče glede nosilnosti tlačnih diagonal.

Strižna armatura mora potekati pod kotom  $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$  glede na osrednjo ravnino plošče:



Sl. 3-84: Naklon strižne armature

Če je strižna armatura potrebna → minimalna potrebna količina strižne armature plošče znaša:

$$\rho_{w,min} = 0,08 \cdot \sqrt{f_{ck}} / f_{yk}$$

pri tem je koeficient strižnega armiranja določen kot:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \cdot b \cdot \sin \alpha}$$

s je pri tem vzdolžna razdalja med palicami

### **Maksimalne razdalje med palicami strižne armature:**

- maksimalna vzdolžna razdalja med zaporednimi nizi stremen znaša:  $s_{max} = 0,75d \cdot (1 + \cot \alpha)$ ,
- maksimalna vzdolžna razdalja med poševno krivljenimi palicami znaša:  $s_{max} = d$ ,