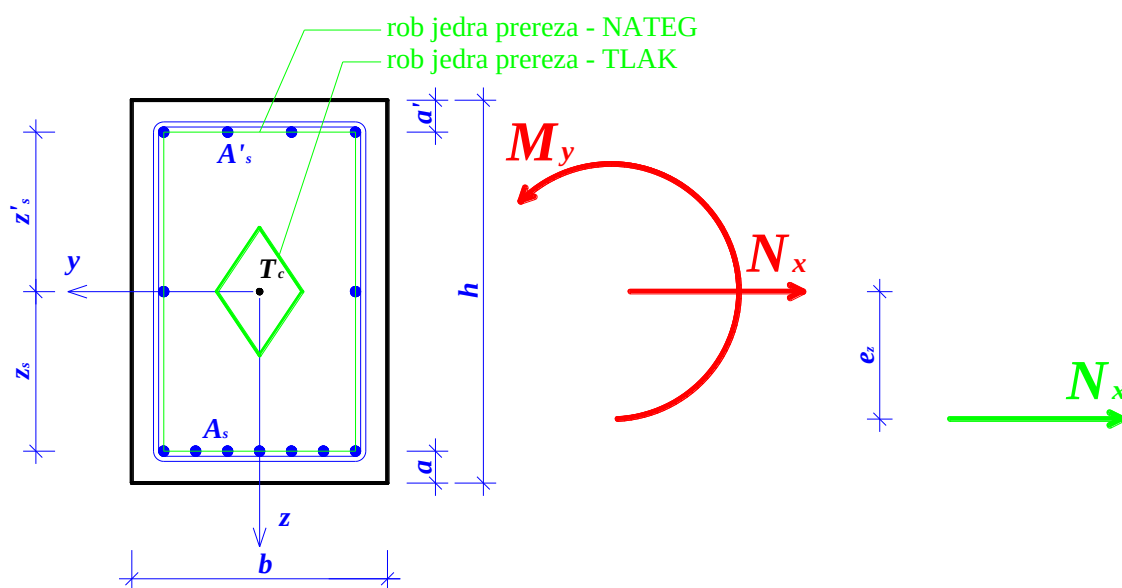


### 3. vaja: DIMENZIONIRANJE OSNO-UPOGIBNO OBREMENJENIH ARMIRANOBETONSKIH ELEMENTOV

Zunanji vplivi in vsiljene deformacije povzročajo v konstrukciji napetostno stanje. Seštevek normalnih napetosti po prečnem prerezu je osna sila, katere prijemališče je lahko izmaknjeno iz težišča prereza. Tedaj govorimo o osno upogibno obremenjenem prerezu. Oddaljenost prijemališča osne sile od težišča prereza imenujemo ekscentričnost.

Napetosti so

$$\sigma = \frac{N_x}{A} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{N_x}{A} + \frac{e_z \cdot N_x}{W_y} = \frac{N_x}{A} \left( 1 + e_z \frac{A}{W_y} \right). \quad (3.1)$$



Slika 1 Osno-upogibno obremenjen armiranobetonski prečni prerez.

Kadar osna sila deluje v težišču prereza imamo opravka s *čistim tlakom* v primeru tlačnih napetosti oziroma *čistim nategom* v primeru nateznih napetosti. Osna sila v obremenjenem prečnem prerezu je lahko enaka nič, seštevek napetosti pomnoženih z razdaljo do težišča prečnega prereza pa povzroča upogibni moment. Tedaj govorimo o *čistem upogibu*.

Kadar je celoten prečni prerez konstrukcije obremenjen s tlačnimi normalnimi napetostmi – tlačno oziroma celoten z nateznimi normalnimi napetostmi – natezno, deluje osna sila znotraj jedra prereza. Tedaj govorimo o *mali ekscentričnosti*.

Rob jedra prereza določimo iz pogoja napetosti na robu  $\sigma=0$

$$j_z = \frac{W_y}{A}. \quad (3.2)$$

Kadar pa rezultanta napetosti seštetih po prečnem prerezu pade izven jedra le-tega, imamo opravka z *veliko ekscentričnostjo*. V tem primeru imamo po prerezu tako tlačne kot tudi natezne napetosti.

Ekscentričnost  $e$  je enaka razmerju upogibnega momenta  $M$  in osne sile  $N$

$$e = \frac{M}{N}, e_z = \frac{M_y}{N_x}. \quad (3.3)$$

V tlačno obremenjenem pravokotnem prečnem prerezu je mala ekscentričnost, če prijemališče rezultante napetosti ustreza pogoju

$$e_z = \frac{M_y}{N_x} < \frac{h}{6}, \quad (3.4)$$

pri čemer smo pri izračunu geometrijskih karakteristik upoštevali brutto betonski prerez in smo zanemarili povečanje nosilnosti na mestu armature

$$A = A_c + A_s \cdot \frac{E_s}{E_c} \cong b \cdot h. \quad (3.5)$$

Prijemališče rezultante napetosti v natezno obremenjenem pravokotnem prečnem prerezu pa mora ustrezati pogoju

$$e_z < \begin{cases} z_s & M_y > 0 \\ z'_s & M_y < 0 \end{cases}, \quad (3.6)$$

pri čemer smo zanemarili nosilnost betona v nategu. Prijemališče rezultante napetosti pade v prečnem prerezu znotraj težišč zgornje in spodnje armature.

## PREDPOSTAVKE

Pri računu statičnih količin v prečnih prerezi obremenjenih elementov upoštevamo, da velja *Bernoullijeva hipoteza* o ravnih prerezih. Prerez elementa, ki je bil pred nanosom obtežbe raven, se ob nanosu obtežbe pomakne in zasuka kot toga šipa v deformirano lego elementa.

Poznamo *konstitutivne zakone materialov*, betona in armature, iz katerih sestojijo elementi. *Nosilnost betona v nategu* zanemarimo. Konstitutivni zakon betona v tlaku je nelinearen. Upoštevamo lahko poenostavljene zveze s parabolo in linearno funkcijo ali pa bilinearno zvezo, ki je grob približek. Konstitutivni zakon armature je tudi nelinearen. Pri računu mejne nosilnosti lahko upoštevamo poenostavljen bilinearni konstitutivni zakon jekla brez utrditve, to je s horizontalno zgornjo vejo delovnega diagrama, pri čemer mejna deformacija ni omejena.

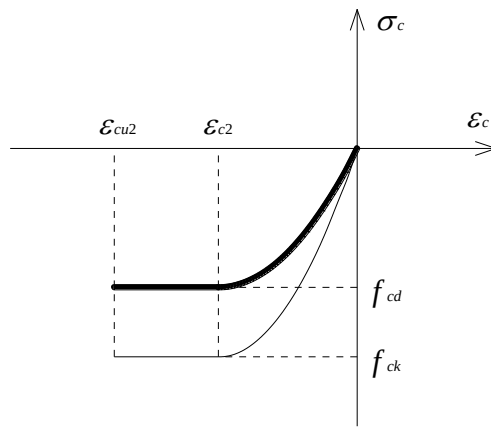
Privzamemo, da je *adhezijski stik med armaturo in betonom* popoln vse do porušitve.

## KONSTITUTIVNI ZAKONI MATERIALOV

Poenostavljen konstitutivni zakon betona za računanje mejne nosilnosti oziroma za dimenzioniranje betonskih konstrukcij je podan z izrazom

$$\sigma_c = f_{cd} \cdot \begin{cases} 0 & \varepsilon_c \leq 0 \\ 1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}}\right)^n & 0 < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2} \\ 1 & \varepsilon_{c2} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu2} \\ 0 & \varepsilon_{cu2} < \varepsilon_c \end{cases}, \quad (3.7)$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}. \quad (3.8)$$



Slika 2 Konstitutivni zakon betona.

Poenostavljen konstitutivni zakon armature za računanje mejne nosilnosti oziroma za dimenzioniranje armiranobetonskih konstrukcij je podan z izrazom ob upoštevanju utrditve

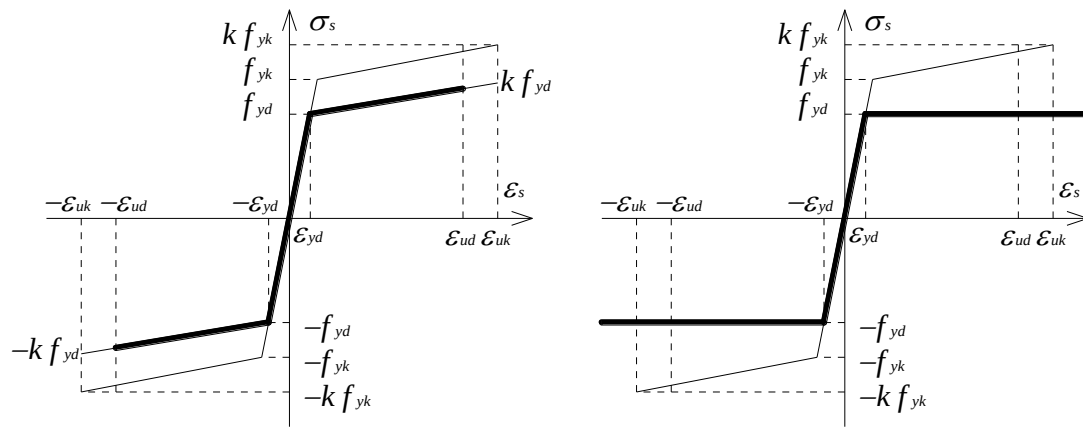
$$\sigma_s = \begin{cases} 0 & \varepsilon > \varepsilon_{ud} \\ \frac{f_{yd} \cdot (k-1)}{\varepsilon_{ud} - \varepsilon_{yd}} \varepsilon + \frac{f_{yd} \cdot (\varepsilon_{ud} - \varepsilon_{yd})}{2} \cdot \left[ 1 - \frac{\varepsilon_{yd} \cdot (k-1)}{\varepsilon_{uk} - \varepsilon_{yd}} \right] \left( \frac{|\varepsilon|}{\varepsilon_{yd} + 1} - \frac{|\varepsilon|}{\varepsilon_{yd} - 1} \right) & \varepsilon_{ud} \geq \varepsilon \geq -\varepsilon_{ud} \\ 0 & -\varepsilon_{ud} > \varepsilon \end{cases} \quad (3.9)$$

in izrazom, če utrditev zanemarimo

$$\sigma_s = \frac{f_{yd} \cdot (\varepsilon_{ud} - \varepsilon_{yd})}{2} \cdot \left( \frac{|\varepsilon|}{\varepsilon_{yd} + 1} - \frac{|\varepsilon|}{\varepsilon_{yd} - 1} \right), \quad (3.10)$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s}, \quad (3.11)$$

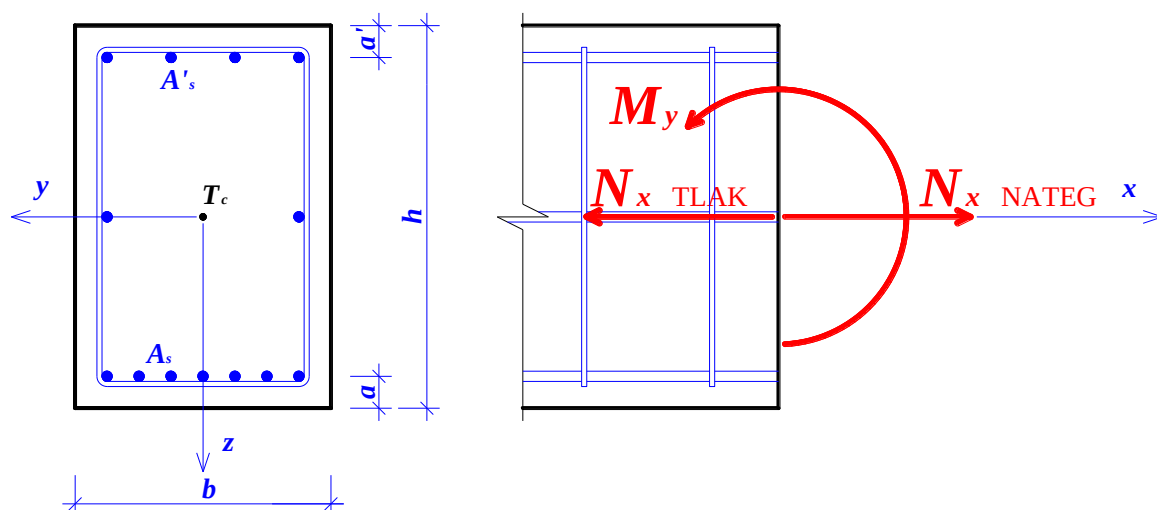
$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}. \quad (3.12)$$



Slika 3 Konstitutivni zakon armature.

### MEJNE DEFORMACIJE

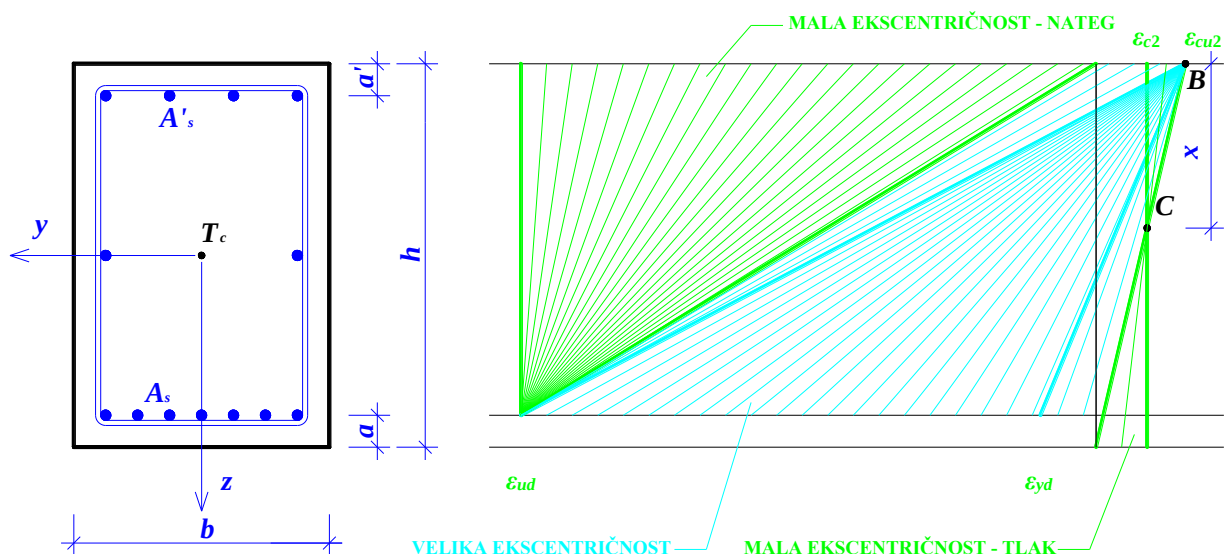
*Mejna deformacijska ravnina je tista ravnina, ki se mejnega deformacijskega območja dotika vsaj v eni točki.*



$h$  ... višina prečnega prereza  
 $b$  ... širina prečnega prereza  
 $a'$  ... oddaljenost težišča zgornje armature od zgornjega roba prereza  
 $a$  ... oddaljenost težišča spodnje armature od spodnjega roba prereza

$T_c$  ... težišče homogenega prečnega prereza  
 $A_{s'}$  ... površina zgornje armature  
 $A_s$  ... površina spodnje armature

Slika 4 Rezultante napetosti po prečnem prerezu pri upogibno-osni obremenitvi prereza.



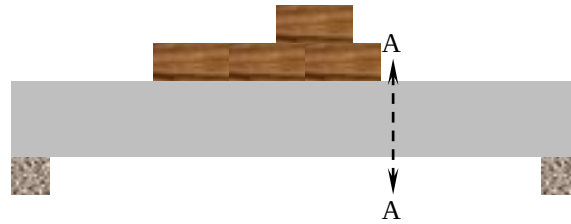
$\varepsilon_1$  ... deformacija na spodnjem robu betonskega prereza  
 $\varepsilon_{s'}$  ... deformacija v težišču zgornje tlačene oziroma manj tegnjene armature  
 $\varepsilon_s$  ... deformacija v težišču spodnje tegnjene oziroma manj tlačene armature  
 $\varepsilon_2$  ... deformacija na zgornjem robu betonskega prereza  
 $B$  ... točka v diagramu deformacij, do katere se lahko deformira najbolj tlačeni del prereza  
 $C$  ... točka v diagramu deformacij, v kateri se vrtijo vse deformacijske ravnine male ekscentričnosti v tlaku

$\varepsilon_{c2}$  ... deformacija pri največji doseženi napetosti betona  
 $\varepsilon_{cu2}$  ... mejna deformacija betona  
 $\varepsilon_{ud}$  ... deformacija na meji elastičnosti armature  
 $\varepsilon_{yd}$  ... mejna deformacija armature  
 $x$  ... oddaljenost točke C od zgornjega roba prereza

Slika 5 Definijsko območje mejnih deformacijskih ravnin pri upogibno-osni mejni nosilnosti prereza.



## nateg spodaj



### MALA EKSCENTRIČNOST – NATEG

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{s'} \\ \varepsilon_s \\ \varepsilon_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} [\varepsilon_{ud}, 0] \\ \varepsilon_{ud} \end{Bmatrix} \quad (3.13)$$

### VELIKA EKSCENTRIČNOST

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{s'} \\ \varepsilon_s \\ \varepsilon_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (0, \varepsilon_{cu2}] \\ \varepsilon_{ud} \end{Bmatrix} \quad (3.14)$$

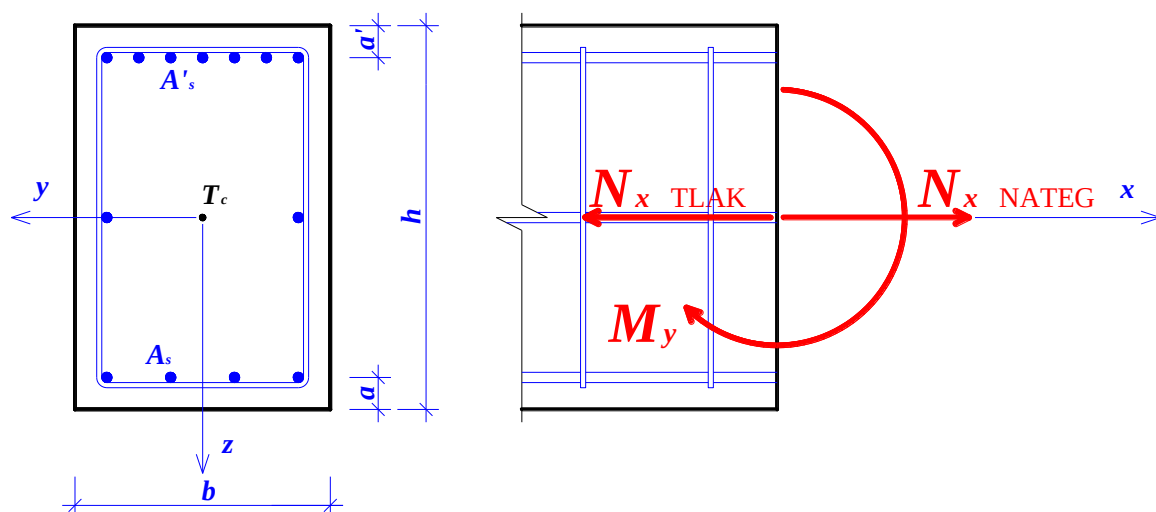
$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{s'} \\ \varepsilon_s \\ \varepsilon_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{cu2} \\ (\varepsilon_{ud}, \varepsilon_{yd}] \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{s'} \\ \varepsilon_s \\ \varepsilon_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{cu2} \\ (\varepsilon_{yd}, 0) \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

### MALA EKSCENTRIČNOST – TLAK

$$x = \left( 1 - \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \right) \cdot h. \quad (3.17)$$

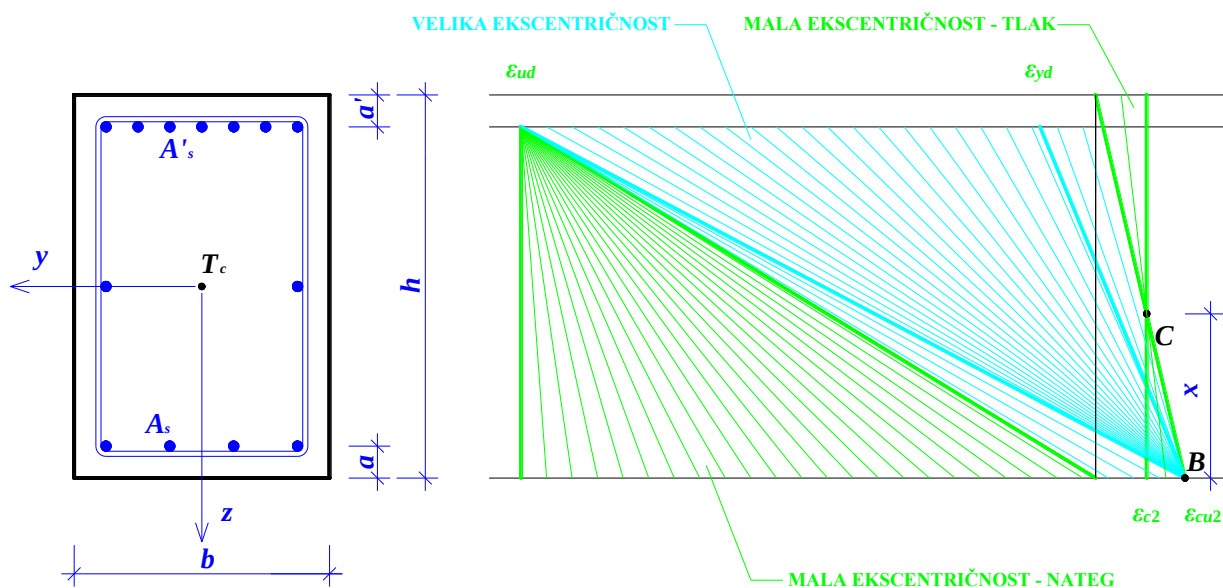
$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{s'} \\ \varepsilon_s \\ \varepsilon_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} [\varepsilon_{c2}, \varepsilon_{cu2}] \\ [0, \varepsilon_{c2}] \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$



$h$  ... višina prečnega prereza  
 $b$  ... širina prečnega prereza  
 $a'$  ... oddaljenost težišča zgornje armature od zgornjega roba prereza  
 $a$  ... oddaljenost težišča spodnje armature od spodnjega roba prereza

$T_c$  ... težišče homogenega prečnega prereza  
 $A_s'$  ... površina zgornje armature  
 $A_s$  ... površina spodnje armature

Slika 6 Rezultante napetosti po prečnem prerezu pri upogibno-osni obremenitvi prereza.



$\varepsilon_1$  ... deformacija na spodnjem robu betonskega prereza  
 $\varepsilon_s'$  ... deformacija v težišču zgornje tlačene oziroma manj tegnjene armature  
 $\varepsilon_s$  ... deformacija v težišču spodnje tegnjene oziroma manj tlačene armature  
 $\varepsilon_2$  ... deformacija na zgornjem robu betonskega prereza  
 $B$  ... točka v diagramu deformacij, do katere se lahko deformira najbolj tlačeni del prereza  
 $C$  ... točka v diagramu deformacij, v kateri se vrtijo vse deformacijske ravnine male ekscentričnosti v tlaku

$\varepsilon_{ud}$  ... deformacija na meji elastičnosti armature  
 $\varepsilon_{yd}$  ... mejna deformacija armature  
 $\varepsilon_{c2}$  ... deformacija pri največji doseženi napetosti betona  
 $\varepsilon_{cu2}$  ... mejna deformacija betona  
 $x$  ... oddaljenost točke C od zgornjega roba prereza

Slika 7 Definijsko območje mejnih deformacijskih ravnin pri upogibno-osni mejni nosilnosti prereza.



**nateg zgoraj**



### MALA EKSCENTRIČNOST – NATEG

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{s'} \\ \varepsilon_s \\ \varepsilon_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{ud} \\ [\varepsilon_{ud}, 0] \end{Bmatrix} \quad (3.19)$$

### VELIKA EKSCENTRIČNOST

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{s'} \\ \varepsilon_s \\ \varepsilon_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{ud} \\ (0, \varepsilon_{cu2}] \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{s'} \\ \varepsilon_s \\ \varepsilon_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (\varepsilon_{ud}, \varepsilon_{yd}] \\ \varepsilon_{cu2} \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{s'} \\ \varepsilon_s \\ \varepsilon_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (\varepsilon_{yd}, 0) \\ \varepsilon_{cu2} \end{Bmatrix} \quad (3.22)$$

### MALA EKSCENTRIČNOST – TLAK

$$x = \left( 1 - \frac{\varepsilon_{c2}}{\varepsilon_{cu2}} \right) \cdot h. \quad (3.23)$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{s'} \\ \varepsilon_s \\ \varepsilon_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} [0, \varepsilon_{c2}] \\ [\varepsilon_{c2}, \varepsilon_{cu2}] \end{Bmatrix} \quad (3.24)$$



## POSTOPEK DIMENZIONIRANJA PO METODI MEJNIH STANJ

Znana projektna obremenitev ne sme presegati mejne nosilnosti prečnega prereza

$$E_d(G, Q, g, q, \dots) = E_d(N_{Ed}, M_{Ed}) \leq R_d(C, S, geometrija, \dots) = R_d(N_{Rd}, M_{Rd}), \quad (3.25)$$

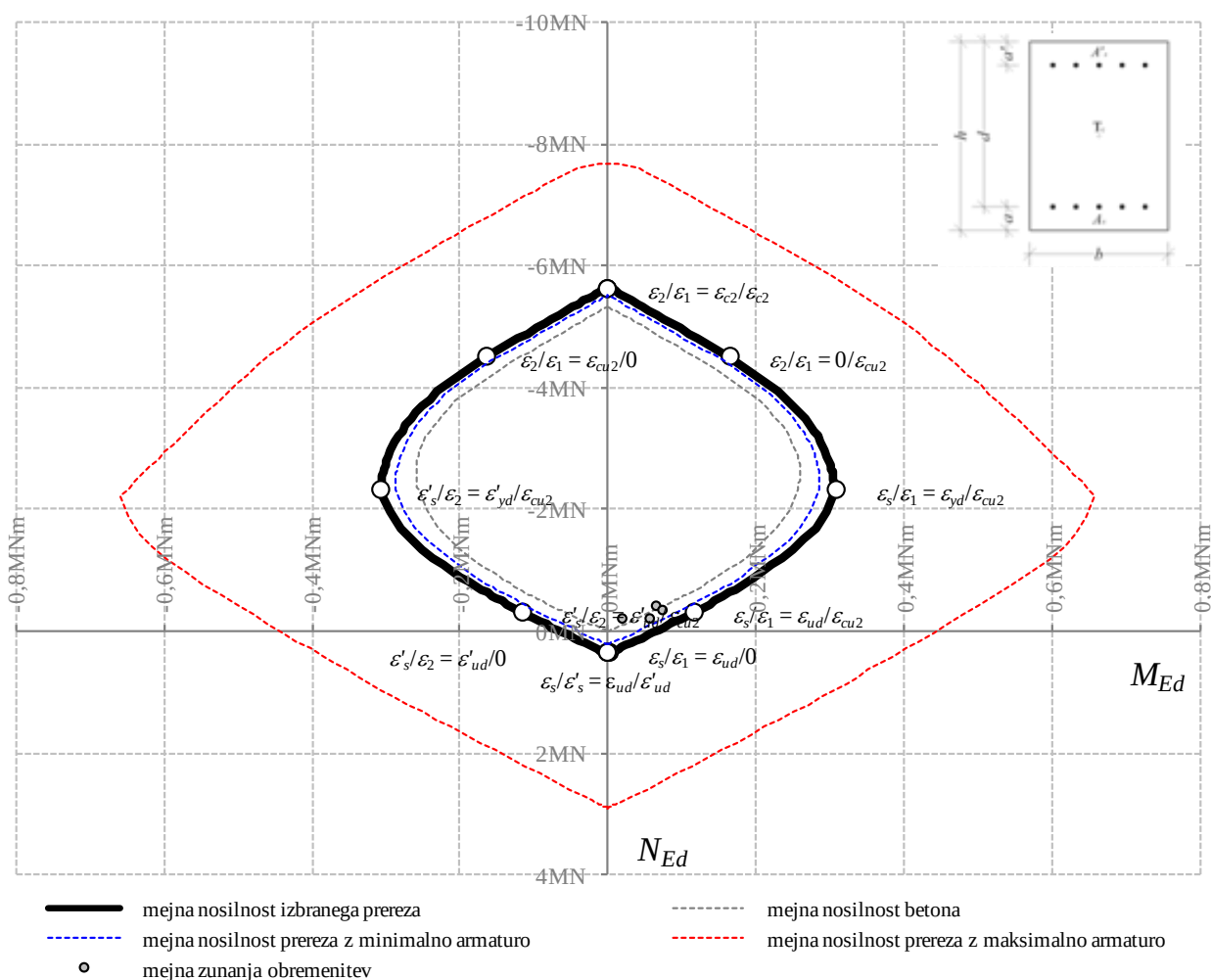
pri čemer je

$E_d$  ... mejna obremenitev prečnega prereza,

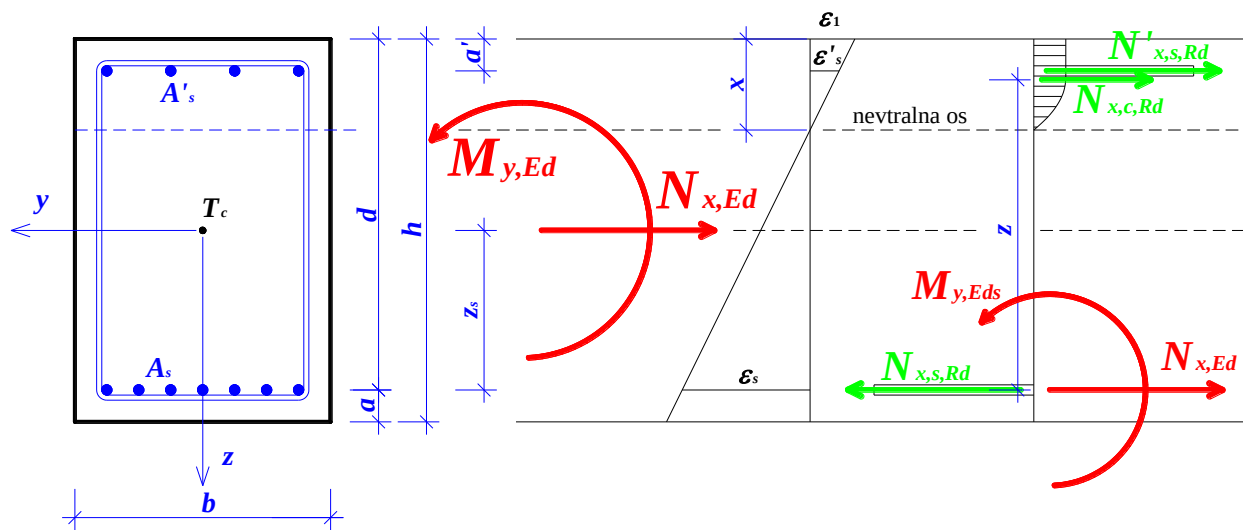
$R_d$  ... mejna nosilnost prečnega prereza.

$$N_{Rd}(\varepsilon) = \iint_{A_c} \sigma_c dA + \iint_{A_s} \sigma_s dA, \quad (3.26)$$

$$M_{Rd}(\varepsilon) = \iint_{A_c} \sigma_c z dA + \iint_{A_s} \sigma_s z dA. \quad (3.27)$$



Slika 8 Mejna nosilnost prereza.



Slika 9 Deformacijsko in napetostno stanje v prečnem prerezu.

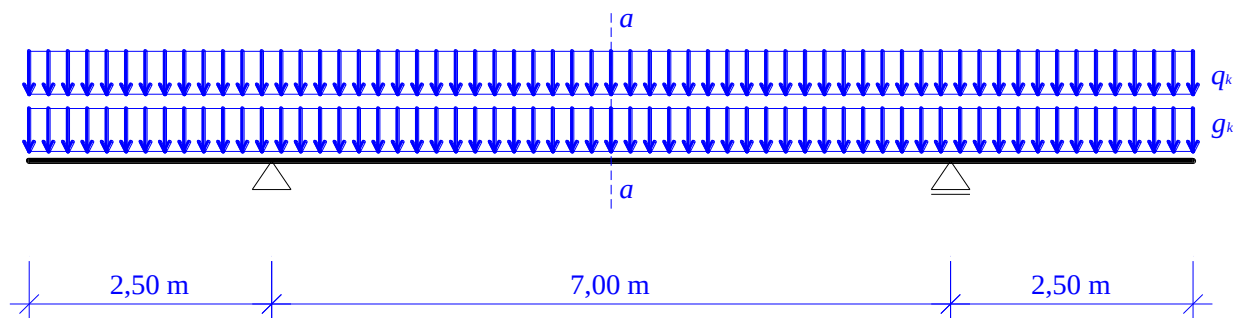
Upogibni moment na težišče natezne armature je

$$M_{y,E ds} = M_{y,Ed} - N_{x,Ed} \cdot z_s. \quad (3.28)$$

# 1.1 Velika ekscentričnost

## 1.1.1 Čisti upogib

Dimenzionirajte prerez  $a-a$  za armiranobetonsko konstrukcijo, iz betona C30/37 in armature B500, na sliki 35.



Slika 10 Geometrijske karakteristike obravnavanega nosilca in obtežba nanj.

Stalna obtežba:  $g_k = 30 \text{ kN/m}$

Spremenljiva  $q_k = 25 \text{ kN/m}$

V prvi vaji, pri predmetu Osnove lesenih in jeklenih konstrukcij, smo izračunali projektno obremenitev v prerezu  $a-a$ .

**Domača naloga:** Izračunaj največji in najmanjši projektni upogibni moment v prerezu  $a-a$ .

Največji projektni upogibni moment je

$$M_{Ed,max} = 351,2 \text{ kNm}, \text{ pripadajoča osna sila v prerezu } a-a \text{ je } N_{Ed} = 0 \text{ kN}.$$

Najmanjši projektni upogibni moment v prerezu  $a-a$  je

$$M_{Ed,min} = -27,2 \text{ kNm}, \text{ pripadajoča osna sila v prerezu } a-a \text{ je } N_{Ed} = 0 \text{ kN}.$$

## **1.2 Mala ekscentričnost**

### **1.2.1 Čisti tlak**

### **1.2.2 Čisti nateg**