

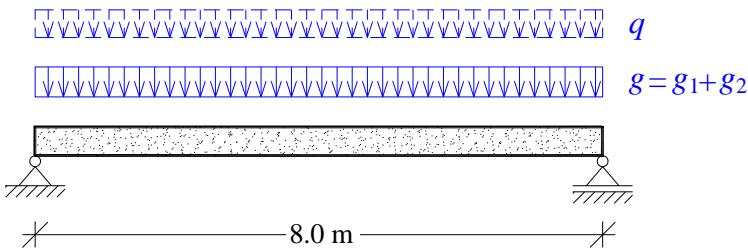
## 5. vaja: MSU – OMEJITEV ŠIRINE RAZPOK in OMEJITEV POMIKOV

### 1. NALOGA

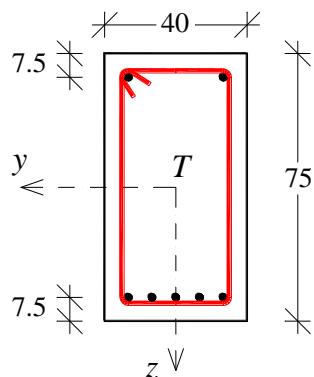
Za armiranobetonski nosilec, prikazan na spodnji sliki, izračunajte:

- računsko širino razpoke  $w_k$  in
- največji navpični pomik  $w_{fin}$ !

### 2. PODATKI O GEOMETRIJI, OBTEŽBI IN UPORABLJENIH MATERIALIH



Prečni prerez nosilca:



UPOŠTEVANA OBTEŽBA:

- lastna teža:  $g_1 = b \cdot h \cdot \gamma_{AB} =$
- stalna obtežba:  $g_2 = 18 \text{ kN/m}$
- koristna obtežba:  $q = 26 \text{ kN/m}$  (kategorija površine C -  $\Psi_2 = 0.6$ )

UPORABLJENI MATERIALI:

- beton 25/30:  $f_{ck} = 2.5 \text{ kN/cm}^2, f_{ctm} = 0.26 \text{ kN/cm}^2, E_{cm} = 3100 \text{ kN/cm}^2$
- armatura - rebraste arm. palice S 500B:  $f_{yk} = 50 \text{ kN/cm}^2, E_s = 20000 \text{ kN/cm}^2$

### 3. DIMENZIONIRANJE NOSILCA - MSN

stalna projektna stanja (osnovne komb.):  $\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \Psi_{0,i} Q_{k,i}$

obtežna kombinacija	<b>K1</b>
$g$ - lastna + stalna	
$q$ - koristna	

#### 3.1. Dimenzioniranje pri osno-upogibni obremenitvi

##### 3.1.1. Dimenzioniranje prečnega prereza nosilca v polju ( $M_{Ed,max}$ )

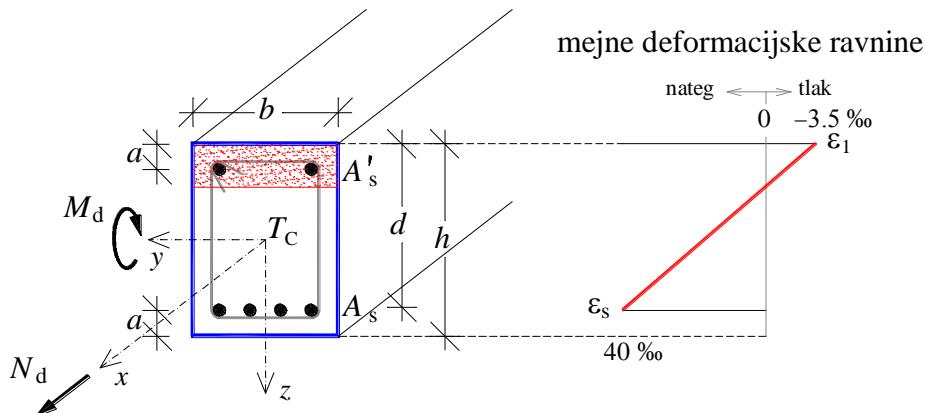


Tabela za projektiranje natezne armature pri pravokotnem prečnem prerezu, obremenjenem z upogibom in osno silo:

Pravokotni prerez - enojna armatura												Tabela 2	
$\varepsilon_s [\%]$	$-\varepsilon_1 [\%]$											$k_x$	
	1.00	1.25	1.50	1.75	2.00	2.25	2.50	2.75	3.00	3.25	3.50		
1.5	$k_x$	.400	.455	.500	.538	.571	.600	.625	.647	.667	.684	.700	
	$k_s$	1.163	1.193	1.220	1.247	1.273	1.298	1.323	1.347	1.370	1.391	1.411	
	$k_h$	.143	.189	.230	.268	.299	.325	.346	.364	.379	.391	.402	
3.0	$k_x$	.250	.294	.333	.368	.400	.429	.455	.478	.500	.520	.538	
	$k_s$	1.096	1.117	1.137	1.157	1.176	1.196	1.216	1.235	1.254	1.272	1.289	
	$k_h$	.095	.130	.165	.197	.227	.252	.274	.293	.310	.325	.338	
4.0	$k_x$	.200	.238	.273	.304	.333	.360	.385	.407	.429	.448	.467	
	$k_s$	1.075	1.092	1.109	1.126	1.143	1.160	1.177	1.194	1.210	1.226	1.241	
	$k_h$	.078	.108	.138	.168	.194	.218	.240	.259	.276	.291	.304	
5.0	$k_x$	.167	.200	.231	.259	.286	.310	.333	.355	.375	.394	.412	
	$k_s$	1.062	1.076	1.091	1.105	1.120	1.135	1.150	1.165	1.179	1.193	1.207	
	$k_h$	.065	.092	.119	.145	.170	.192	.213	.231	.247	.262	.276	
6.0	$k_x$	.143	.172	.200	.226	.250	.273	.294	.314	.333	.351	.368	
	$k_s$	1.053	1.065	1.078	1.091	1.103	1.117	1.130	1.143	1.156	1.169	1.181	
	$k_h$	.057	.080	.104	.128	.151	.172	.191	.208	.224	.239	.253	
7.0	$k_x$	.125	.152	.176	.200	.222	.243	.263	.282	.300	.317	.333	
	$k_s$	1.046	1.057	1.068	1.079	1.091	1.103	1.115	1.127	1.138	1.150	1.161	
	$k_h$	.050	.071	.093	.115	.136	.155	.173	.190	.205	.219	.232	
8.0	$k_x$	.111	.135	.158	.179	.200	.220	.238	.256	.273	.289	.304	
	$k_s$	1.040	1.050	1.060	1.071	1.081	1.092	1.103	1.113	1.124	1.135	1.145	
	$k_h$	.044	.064	.084	.104	.123	.141	.158	.174	.189	.202	.215	
9.0	$k_x$	.100	.122	.143	.163	.182	.200	.217	.234	.250	.265	.280	
	$k_s$	1.036	1.045	1.054	1.064	1.073	1.083	1.093	1.103	1.113	1.122	1.132	
	$k_h$	.040	.058	.076	.095	.113	.130	.146	.161	.175	.188	.200	
10.0	$k_x$	.091	.111	.130	.149	.167	.184	.200	.216	.231	.245	.259	
	$k_s$	1.033	1.041	1.049	1.058	1.067	1.076	1.085	1.094	1.103	1.112	1.121	
	$k_h$	.037	.053	.070	.087	.104	.120	.135	.149	.163	.175	.187	

minimalna armatura:

$$A_{s,\min} = 0.26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_t d \geq 0.0013 b_t d,$$

$b_t$  ... širina natezne cone prereza  
 $d$  ... statična višina prereza  
 $f_{ctm}$  ... povprečna natezna trdnost betona ( $0.26 \text{ kN/cm}^2$ )

Izberemo  $12\varnothing 16$  ( $A_{s,\text{dej}} = 24.13 \text{ cm}^2$ )

### **3.2. Dimenzioniranje pri strižni obremenitvi**

#### **3.2.1. Dimenzioniranje prečnega prereza nosilca ob podpori ( $V_{Ed,\max}$ )**

#### 4. TEORETIČNE OSNOVE – RAČUN ŠIRINE RAZPOK SKLADNO S SISTEN 1992-1-1:

V kolikor preverjamo širino razpok, je potrebno v območjih, kjer pričakujemo natezne obremenitve, zagotoviti minimalno količino armature  $A_{s,min}$ :

$$A_{s,min} = k_c k f_{ct,eff} A_{ct} / \sigma_s$$

$A_{s,min}$  ... minimalna količina armature v natezni coni,

$A_{ct}$  ... površina betonskega dela prereza v nategu tik pred nastankom prve razpoke,

$\sigma_s$  ... največja dovoljena napetost v armaturi takoj po nastanku razpoke ( $\sigma_s \leq f_y$ ),

$f_{ct,eff}$  ... povprečna natezna trdnost betona ob nastanku prvih razpok

( $f_{ct,eff} = f_{ctm}$  ozziroma  $f_{ct,eff}(t)$ , če pričakujemo nastanek prvih razpok pred starostjo betona 28 dni),

$k$  ... koeficient, s katerim upoštevamo vpliv neenakomernih notranjih napetosti:

$$k = \begin{cases} 1.0 & h \leq 300 \text{ mm} \\ 0.65 & h \geq 800 \text{ mm} \end{cases} \text{K (notranje napetosti zaradi zunanjih vplivov),}$$

$k_c$  ... koeficient, s katerim upoštevamo vpliv narave obremenitve:

$$k_c = \begin{cases} 1.0 & \text{čisti nateg,} \\ 0.4 \left[ 1 - \frac{\sigma_c}{k_1(h/h^*)f_{ct,eff}} \right] & \text{za upogib z osno silo (pravokotni prerezi):} \end{cases}$$

$\sigma_c$  ... povprečna napetost v betonu:  $\sigma_c = N_{Ed} / bh$ ,

$N_{Ed}$  ... tlačna osna sila v obravnavanem prerezu pri MSU,

$$h^* = \begin{cases} h & h < 1.0 \text{ m,} \\ 1.0 & h \geq 1.0 \text{ m,} \end{cases}$$

$$k_1 = \begin{cases} 1.5 & N_{Ed} \dots \text{tlačna sila,} \\ 2h^*/3h & N_{Ed} \dots \text{natezna sila,} \end{cases}$$

Račun širine razpoke  $w_k$ :

$$w_k = s_{r,max} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$

$\varepsilon_{sm}$  ... povprečna deformacija v armaturi,

$\varepsilon_{cm}$  ... povprečna deformacija v betonu med razpokami:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0.6 \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$\sigma_s$  ... napetost v natezni armaturi razpokanega prereza pri računski obtežbi za MS razpok,

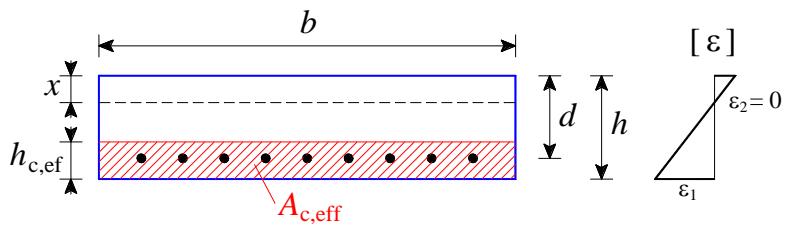
$\alpha_e$  ... razmerje  $E_s / E_{cm}$ ,

$$\rho_{p,eff} = \frac{(A_s + \xi_1 A_p)}{A_{c,eff}},$$

$A_s$  ... natezna armatura znotraj območja  $A_{c,eff}$ ,

$A_p$  ... prednapeta armatura znotraj območja  $A_{c,eff}$ ,

$A_{c,eff}$  ... efektivno območje betona v nategu:



$$h_{c,ef} = \min \begin{cases} 2.5(h-d), \\ (h-x)/3 \text{ ali } h/2. \end{cases}$$

$k_t$  ... vpliv trajanja obtežbe:

$$k_t = \begin{cases} 0.6 & \text{kratkotrajna obtežba,} \\ 0.4 & \text{dolgotrajna obtežba,} \end{cases}$$

$s_{r,max}$  ... največja razdalja med razpokami:

$$s_{r,max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \frac{\phi}{\rho_{p,eff}}, \text{ če je razmik med arm. palicami } \leq 5(c + \phi/2)$$

$\phi$  ... premer armaturne palice,

$c$  ... debelina zaščitnega sloja betona,

$k_1$  ... vpliv sprijemnih lastnosti armature:

$$k_1 = \begin{cases} 0.8 & \text{rebrasta armatura,} \\ 1.6 & \text{armatura z gladko površino,} \end{cases}$$

$k_2$  ... vpliv razporeditve deformacij po prerezu:

$$k_2 = \begin{cases} 0.5 & \text{upogib,} \\ 1.0 & \text{čisti nateg,} \\ (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)/2\varepsilon_1 & \text{ekscentrični nateg,} \end{cases}$$

$k_3$  ... priporočljiva vrednost je 3.4,

$k_4$  ... priporočljiva vrednost je 0.425.

$$s_{r,max} = 1.3(h-x), \text{ če je razmik med arm. palicami } > 5(c + \phi/2)$$

Kombinacije vplivov za MSU:

$$\text{Karakteristična: } \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \Psi_{0,i} Q_{k,i}$$

$$\text{Pogosta: } \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \Psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \Psi_{2,i} Q_{k,i}$$

$$\text{Navidezno stalna: } \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \sum_{i > 1} \Psi_{2,i} Q_{k,i}$$

Največja dovoljena računska širina razpoke:

Razred izpostavljenosti	AB elementi in PB elementi z nepovezanimi kabli	PB elementi s povezanimi kabli
X0, XC1	0,4	0,2
XC2, XC3, XC4		0,2
XD1, XD2, XS1, XS2, XS3	0,3	dekompresija

## 5. RAČUN TRENUTNEGA IN KONČNEGA POMIKA AB NOSILCA

Kombinacije vplivov za MSU:

$$\text{Karakteristična: } \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \Psi_{0,i} Q_{k,i}$$

$$\text{Pogosta: } \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \Psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \Psi_{2,i} Q_{k,i}$$

$$\text{Navidezno stalna: } \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + \sum_{i > 1} \Psi_{2,i} Q_{k,i}$$

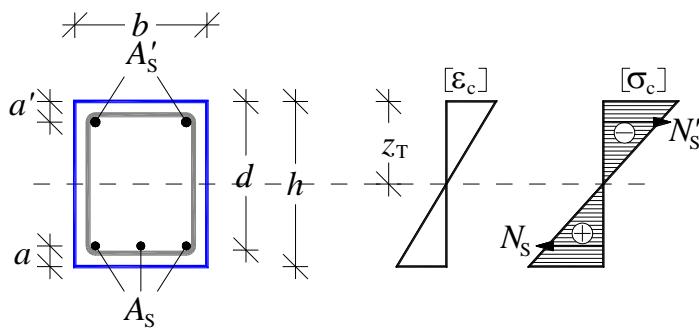
Omejitev pomikov: videz in splošna uporabnost konstrukcije se lahko poslabšata, če računski poves grede, plošče ali konzole pod vplivom navidezno stalne obtežbe preseže 1/250 razpetine

### 5.1. Trenutni navpični pomik ( $w_{inst}$ )

- trenutni navpični pomik nosilca, izračunan z nerazpokanim prečnim prerezom -  $w_I$ :

$$w_{inst,I} = \frac{5 \cdot g_{n.s.k.v.} \cdot L^4}{384 \cdot E_{cm} \cdot I_I}$$

(i) vztrajnostni moment prereza  $I_I$ :



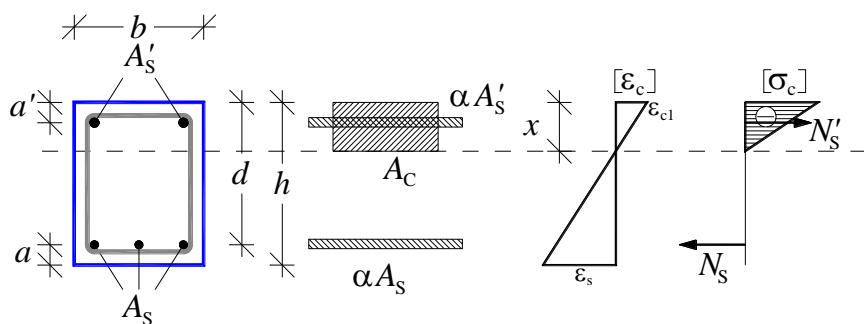
$$I_I = I_b + (\alpha_e - 1) \cdot A_s (h/2 - a)^2 =$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cm}} = \frac{20000}{3100} = 6.45$$

- trenutni navpični pomik nosilca, izračunan z razpokanim prečnim prerezom  $w_{II}$ :

$$w_{inst,II} = \frac{5 \cdot g_{n.s.k.v.} \cdot L^4}{384 \cdot E_{cm} \cdot I_{II}}$$

ekvivalentni prečni rez:



- (i) globina nevtralne osi prereza  $x$  - izračunamo jo z enačbo, ki velja za pravokotni prečni prerez in je izpeljana na osnovi ravnotežja statičnih momentov betona in armature okrog nevtralne osi:

$$x = \frac{1}{b} \left( -\alpha_e A_s + \sqrt{\alpha_e A_s} \sqrt{2bd + \alpha_e A_s} \right) =$$

- (ii) vztrajnostni moment razpokanega prečnega prereza (pravokotna oblika tlačne cone)  $I_{II}$ :

$$I_{II} = \frac{bx^3}{3} + \alpha_e A_s (d-x)^2 =$$

- Trenutni navpični pomik na sredini razpona nosilca -  $w_{inst}$ :

$$w_{inst} = \zeta \cdot w_{instII} + (1-\zeta) \cdot w_{instI}$$

- (i) koeficient  $\zeta$ , ki je odvisen od napetosti jekla in značaja obtežbe:

$$\zeta = 1 - \beta \cdot \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \approx 1 - \beta \cdot \left( \frac{M_{cr}}{M} \right)^2 =$$

- (ii) koeficient, ki upošteva vpliv trajanja obtežbe -  $\beta$ :

$\beta = 0.5 \dots$  trajno oziroma več ciklov ponavljajoče se obtežba

- (iii) upogibni moment, ki povzroči prvo razpoko -  $M_{cr}$ :

$$M_{cr} = f_{ctm} \frac{I_I}{h/2} =$$

- (iV) upogibni moment v sredini razpetine nosilca zaradi navidezno stalne kombinacije vplivov:

$$M = \frac{g_{n.s.k.v.} \cdot L^2}{8} =$$

## 5.2. Pomiki nosilca z upoštevanjem lezenja betona ( $w_{cr}$ )

- učinkoviti modul elastičnosti betona  $E_{c,eff}$ :

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(\infty, t_0)} = \frac{3100}{1 + 2.48} = 892 \text{ kN/cm}^2$$

- (i) končni koeficient lezenja  $\varphi(\infty, t_0)$ , notranji pogoji (RH = 50%):  $\varphi(\infty, 28) = 2.48$

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} = \frac{2 \cdot 3000}{190} \cdot 10 = 316 \text{ mm}$$

- navpični pomik nosilca z upoštevanjem lezenja, izračunan z nerazpokanim prečnim prerezom -  $w_I$ :

$$w_{cr,I} = \frac{5 \cdot g_{n.s.kv.} \cdot L^4}{384 \cdot E_{c,eff} \cdot I_I} =$$

(i) vztrajnostni moment prereza  $I_I$ :

$$I_I = I_b + (\alpha_e - 1) \cdot A_s (h/2 - a)^2 =$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{c,eff}} = \frac{20000}{=}$$

- navpični pomik nosilca z upoštevanjem lezenja, izračunan z razpokanim prečnim prerezom  $w_{II}$ :

$$w_{cr,II} = \frac{5 \cdot g_{n.s.kv.} \cdot L^4}{384 \cdot E_{c,eff} \cdot I_{II}} =$$

(i) globina nevtralne osi prereza  $x$ :

$$x = \frac{1}{b} \left( -\alpha_e A_s + \sqrt{\alpha_e A_s} \sqrt{2bd + \alpha_e A_s} \right) =$$

(ii) vztrajnostni moment razpokanega prečnega prereza (pravokotnika oblika tlačne cone)  $I_{II}$ :

$$I_{II} = \frac{bx^3}{3} + \alpha_e A_s (d - x)^2 =$$

- Navpični pomik na sredini razpona nosilca z upoštevanjem lezenja betona -  $w$ :

$$w_{cr} = \zeta \cdot w_{cr,II} + (1 - \zeta) \cdot w_{cr,I}$$

(i) koeficient  $\zeta$ , ki je odvisen od napetosti jekla in značaja obtežbe:  $\zeta =$

### 5.3. Pomik nosilca zaradi krčenja betona ( $w_{cs}$ )

- navpični pomik nosilca zaradi krčenja, izračunan z nerazpokanim prečnim prerezom -  $w_{cs,I}$ :

$$w_{cs,I} = \frac{1}{9.6} \cdot \kappa_{cs,I} \cdot L^2 = \frac{1}{9.6} \cdot \frac{\varepsilon_{cs} \alpha_e S_I}{I_I} \cdot L^2 = \frac{1}{9.6} \cdot \frac{0.00036 \cdot 22.43 \cdot 724}{1871663} \cdot 800^2 = 0.21 \text{ cm}$$

(i) vztrajnostni moment nerazpokanega prereza  $I_I$ :

$$I_1 = 1\ 871\ 663 \text{ cm}^4, \quad \alpha_e = \frac{E_s}{E_{c,eff}} = \frac{20000}{892} = 22.43$$

(ii) statični moment prereza armature okrog težiščne osi prereza:

$$S_I = A_s \cdot (d - z_T) = 24.13 \cdot (67.5 - 75/2) = 724 \text{ cm}^3$$

(iii) deformacija prostega krčenja  $\varepsilon_{cs}$ :

končna deformacija krčenja zaradi sušenja za beton C 25/30 pri relativni vlažnosti 50% znaša  
 $\varepsilon_{cd}(\infty) = 0.43\%$

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd}(\infty) + \varepsilon_{ca}(\infty) = k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} + 2.5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} = 0.75 \cdot \frac{0.43}{1000} + 2.5 \cdot (25 - 10) \cdot 10^{-6} = 0.36\%$$

$$h_0 = 316 \text{ mm} \rightarrow k_h = 0.75$$

- navpični pomik nosilca zaradi krčenja, izračunan z razpokanim prečnim prerezom  $w_{cs,II}$ :

$$w_{cs,II} = \frac{1}{9.6} \cdot \kappa_{cs,II} \cdot L^2 = \frac{1}{9.6} \cdot \frac{\varepsilon_{cs} \alpha_e S_{II}}{I_{II}} \cdot L^2 = \frac{1}{9.6} \cdot \frac{0.00036 \cdot 22.43 \cdot 874}{1118140} \cdot 800^2 = 0.42 \text{ cm}$$

(i) vztrajnostni moment razpokanega prereza  $I_{II}$ :

$$I_{II} = 1\ 118\ 140 \text{ cm}^4, \quad x = 31.3 \text{ cm}, \quad \alpha_e = \frac{E_s}{E_{c,eff}} = \frac{20000}{892} = 22.43$$

(ii) statični moment prereza armature okrog nevtralne osi razpokanega prereza:

$$S_{II} = A_s \cdot (d - x) = 24.13 \cdot (67.5 - 31.3) = 874 \text{ cm}^3$$

(iii) deformacija prostega krčenja  $\varepsilon_{cs}$ :  $\varepsilon_{cs} = 0.36\%$

- Navpični pomik na sredini razpona nosilca zaradi krčenja betona –  $w_{cs}$ :

$$w_{cs} = \zeta \cdot w_{cs,II} + (1 - \zeta) \cdot w_{cs,I} = \zeta \cdot 0.42 + (1 - \zeta) \cdot 0.21 = \text{cm}$$

(i) koeficient  $\zeta$ , ki je odvisen od napetosti jekla in značaja obtežbe:  $\zeta =$

#### 5.4. Končni pomik nosilca z upoštevanjem lezenja in krčenja betona ( $w_{fin}$ )

$$w_{fin} = w_{cr} + w_{cs} =$$