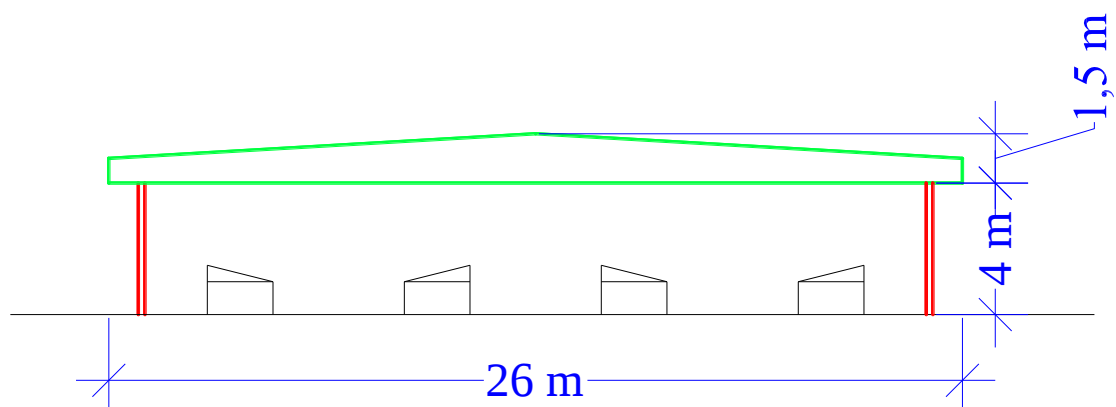


9. vaja

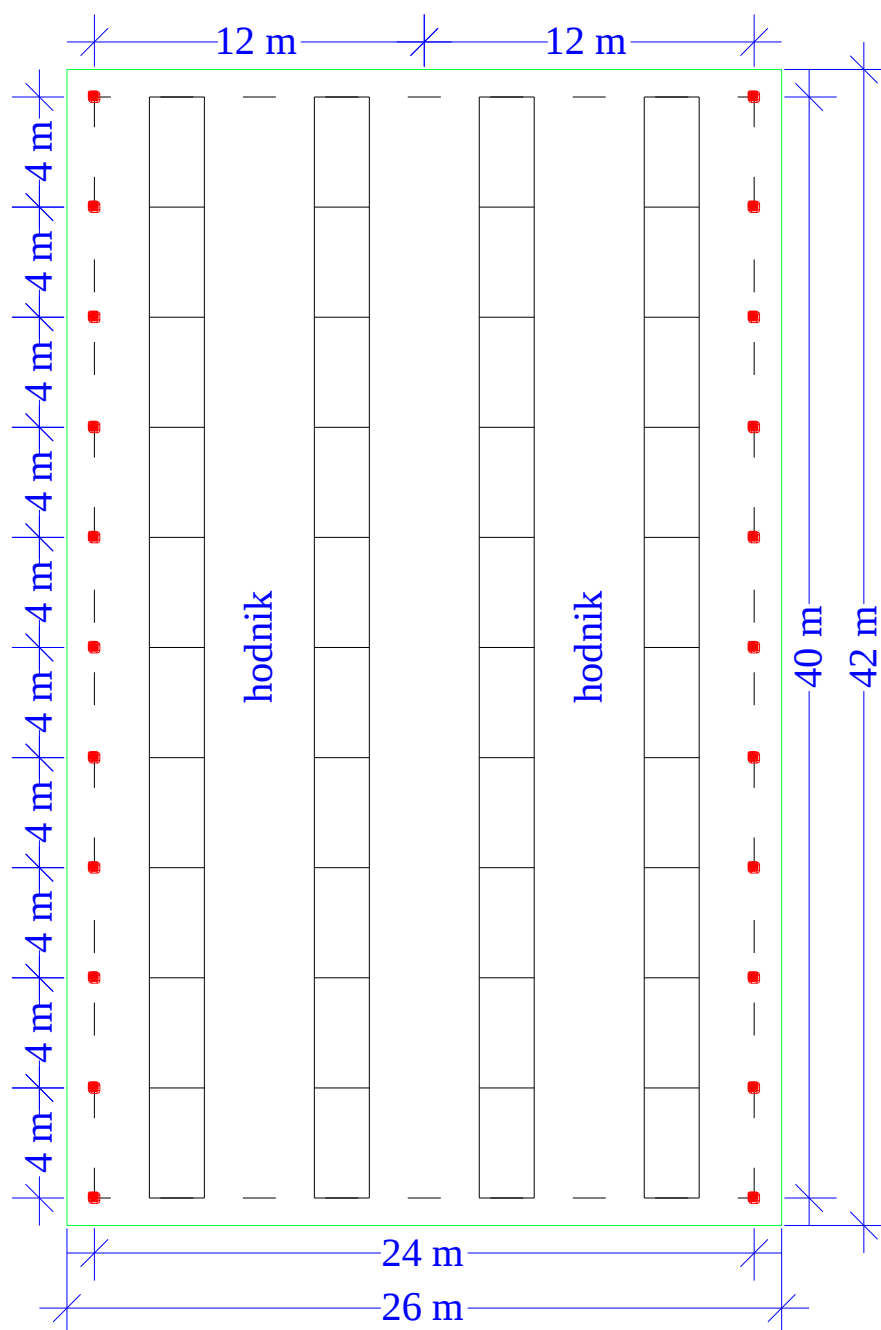
LEPLJENI NOSILCI

Dimenzioniraj lepljene nosilce, ki sestavljajo nosilno konstrukcijo strehe na pokriti tržnici s 4×8 stojnicami oziroma prodajnimi pulti. Uporabi 3 cm debele deske oziroma lamele iz mehkega lesa, kvalitete GL 32c. Ker je nosilec pretežno upogibno obremenjen, uporabi lepljen nosilec s kombiniranimi lamelami, kjer so lamele ob tlačnem in nateznem robu nosilca višjega trdnostnega razreda kot v osrednjem delu nosilca.

1. Zasnova



Slika 1 Prečni prerez pokrite tržnice, katere nosilno konstrukcijo strehe tvorijo lepljeni nosilci.



Slika 2 Tloris pokrite tržnice, katere nosilno konstrukcijo strehe tvorijo lepljeni nosilci.

2. Podatki

Dolžina nosilcev meri 26 m. Široki so 20 cm. Medosna razdalja med nosilci je 4 m.

Dolžina nosilca: $L = 26 \text{ m}$

Razdalja med podpornimi stebri: $L_0 = 24 \text{ m}$

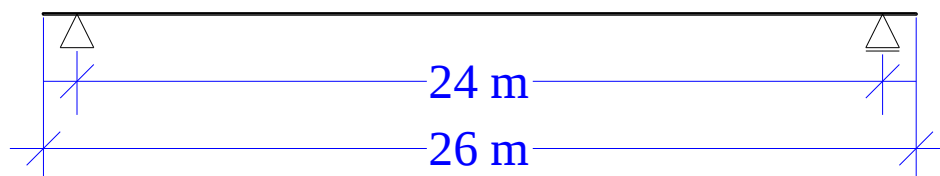
Širina nosilca: $b = 20 \text{ cm} = 0,20 \text{ m}$

Razdalja med nosilci: $e = 4 \text{ m}$

Naklonski kot strešine: $\alpha = 3,3^\circ$

Debelina lamel: $t = 3 \text{ cm}$

3. Statični sistem



Slika 3 Statični sistem.

4. Materialne karakteristike lameliranega lepljenega lesa

Preglednica 1 Karakteristične vrednosti trdnosti, deformacijskih lastnosti in gostote kombiniranega lameliranega lepljenega lesa.

		kombinirani lepljeni les			
trdnostni razred		GL 24c	GL 28c	GL 32c	GL 36c
upogibna trdnost	$f_{m,g,k}$	24,0 MPa	28,0 MPa	32,0 MPa	36,0 MPa
natezna trdnost	$f_{t,0,g,k}$	14,0 MPa	16,5 MPa	19,5 MPa	22,5 MPa
	$f_{t,90,g,k}$	0,35 MPa	0,40 MPa	0,45 MPa	0,50 MPa
tlačna trdnost	$f_{c,0,g,k}$	21,0 MPa	24,0 MPa	26,5 MPa	29,0 MPa
	$f_{c,90,g,k}$	2,4 MPa	2,7 MPa	3,0 MPa	3,3 MPa
strižna trdnost	$f_{v,g,k}$	2,2 MPa	2,7 MPa	3,2 MPa	3,8 MPa
modul elastičnosti	$E_{0,g,mean}$	11600 MPa	12600 MPa	13700 MPa	14700 MPa
	$E_{0,g,05}$	9400 MPa	10200 MPa	11100 MPa	11900 MPa
	$E_{90,g,mean}$	320 MPa	390 MPa	420 MPa	460 MPa
strižni modul	$G_{g,mean}$	590 MPa	720 MPa	780 MPa	850 MPa
gostota	$\rho_{g,k}$	350 kg/m ³	380 kg/m ³	410 kg/m ³	430 kg/m ³

4.1 Delni varnostni faktorji

Delni varnostni faktorji so odvisni od vrste lesa ter od vrste in kombinacije zunanjih obtežb.

Les sodi v 2. razred uporabnosti.

Merodajna je kratkotrajna obtežba.

Preglednica 2 Delni faktorji γ_M za lastnosti materiala in odpornosti (EN 1995-1-1:2005, 2005, stran 26).

Osnovne kombinacije	γ_M
Masivni les	1,3
Lepljeni lamelirani les	1,25
LVL, vezani les, OSB	1,2
Iverne plošče	1,3
Vlaknene plošče, trde	1,3
Vlaknene plošče, srednje trde	1,3
Vlaknene plošče, MDF	1,25
Nezgodne kombinacije	1,0

Preglednica 3 Vrednosti modifikacijskega faktorja k_{mod} za lepljeni lamelirani les (EN 1995-1-1:2005, 2005).

Material	Standard	Razred uporabe	Razred trajanja obtežbe				
			Stalni vpliv	Dolgotrajni vpliv	Srednje trajni vpliv	Kratkotrajni vpliv	Trenutni vpliv
Lepljeni lamelirani les	EN 1 4080	1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90

4.2 Projektne trdnosti lameliranega lepljenega lesa

Projektne trdnosti lesa izračunamo po izrazu (1)

$$f_d = k_{mod} \frac{f_k}{\gamma_M} \quad (1)$$

Preglednica 4 Projektne vrednosti trdnosti kombiniranega lameliranega lepljenega lesa, trdnostnega razreda GL 32c.

trdnostni razred		GL 32c
upogibna trdnost	$f_{m,g,d}$	20,48 MPa
natezna trdnost	$f_{t,90,g,d}$	0,288 MPa
tlačna trdnost	$f_{c,90,g,d}$	1,92 MPa
strižna trdnost	$f_{v,g,d}$	2,048 MPa

5. Obtežba

5.1 Stalna obtežba

$$g'_p = 1,00 \text{ kN/m}^2$$

$$g_p = g'_p \cdot e = 1,00 \text{ kN/m}^2 \cdot 4 \text{ m} = 4,00 \text{ kN/m} \quad (2)$$

5.2 Spremenljiva obtežba – sneg

Obtežba s snegom je spremenljiva nepomična obtežba. Odvisna je od vetra, nihanj temperature in verjetnosti snežnih padavin. Poleg tega je odvisna še od oblike, toplotnih lastnosti in hrapavosti strehe, od sosednjih stavb in terena v okolici objekta.

Obtežba snega na streho je podana z enačbo (3)

$$s = \mu_i \cdot C_e \cdot C_t \cdot s_k, \quad (3)$$

kjer so

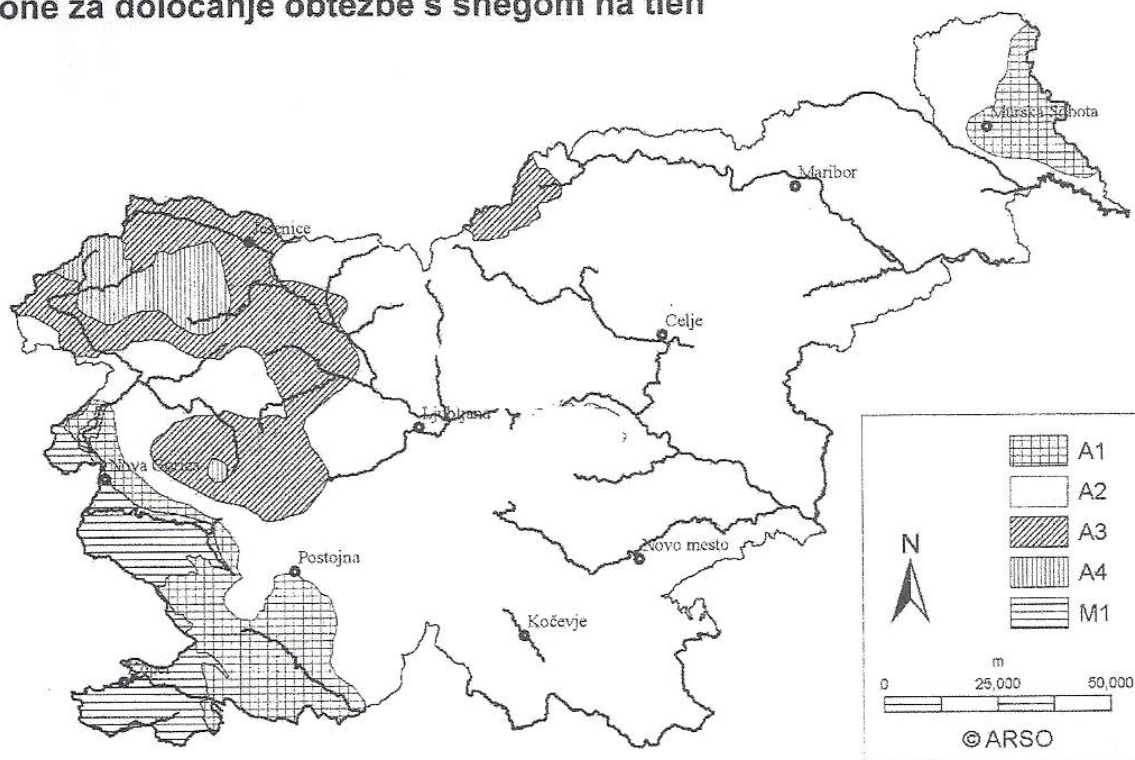
μ_i	oblikovni koeficient obtežbe snega,
C_e	koeficient izpostavljenosti,
C_t	toplotni koeficient,
s_k	karakteristična obtežba snega na tleh.

Karakteristična vrednost obtežbe snega je v Sloveniji določena glede na območje in nadmorsko višino.

Preglednica 5 Enačbe za računanje obtežbe snega na tleh v odvisnosti od nadmorske višine A.

cona	s_k [kPa]
A1	$0,651 [1 + (A/728)^2]$
A2	$1,293 [1 + (A/728)^2]$
A3	$1,935 [1 + (A/728)^2]$
A4	$2,577 [1 + (A/728)^2]$
M1	$0,289 [1 + (A/452)^2]$

Cone za določanje obtežbe s snegom na tleh



Slika 4 Obtežba snega na tleh, na nadmorski višini $A = 0$ m.

Ljubljana, $A = 300$ m – cona A2:

$$s_k = 1,293 [1 + (A/728)^2] = 1,293 [1 + (300/728)^2] = 1,51 \text{ kPa.} \quad (4)$$

Preglednica 6 Oblikovni koeficient obtežbe snega – dvokapnica (SIST EN 1991-1-3:2004, stran 15).

naklon strehe α	$0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$	$30^\circ < \alpha < 60^\circ$	$\alpha > 60^\circ$
μ_1	0,80	$0,8(60-\alpha)/30$	0,00
μ_2	$0,8 + 0,8 \alpha/30$	1,60	-

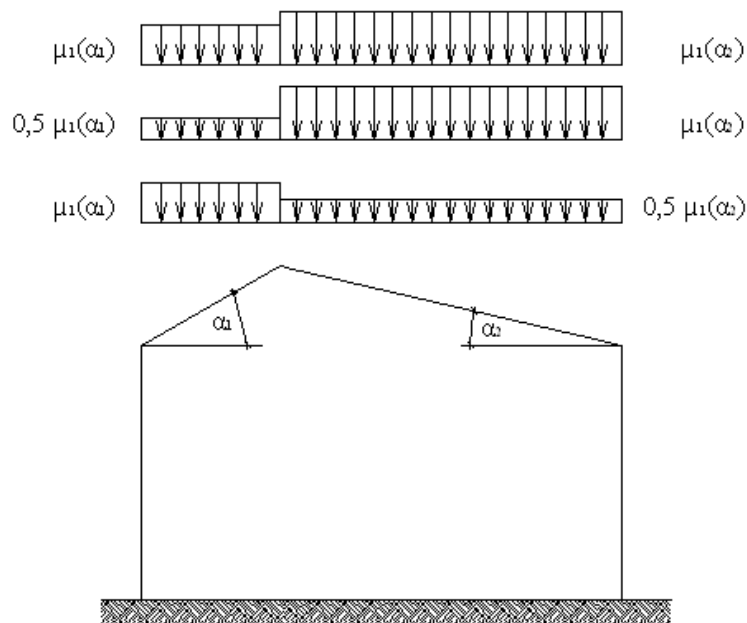
$\alpha = 3,3^\circ$:

$$\mu_1 = 0,80.$$

Obtežba snega je

$$s = 0,8 \cdot 1 \cdot 1,51 = 1,21 \text{ kN/m}^2 \quad (5)$$

$$q_s = s \cdot e = 1,21 \text{ kN/m}^2 \cdot 4 \text{ m} = 4,84 \text{ kN/m} \quad (6)$$



Slika 5 Oblikovni koeficienti obtežbe snega pri dvokapnici $\mu \cdot \alpha_1$.

5.3 Obtežni varnostni faktorji

Obtežni varnostni faktorji so odvisni od vrste in kombinacije zunanjih obtežb ter od ugodnega oziroma neugodnega delovanja stalne obtežbe.

Projektna vrednost vpliva F_d je določena z izrazom (7)

$$F_d = \gamma_F \cdot F_{rep}, \quad (7)$$

kjer sta

γ_F delni varnostni faktor,

F_{rep} reprezentativna vrednost vpliva.

Reprezentativne vrednosti obtežb so:

- karakteristična vrednost Q_k ,
- kombinacijska vrednost $\psi_0 \cdot Q_k$,
- pogosta vrednost $\psi_1 \cdot Q_k$,
- navidezno stalna vrednost $\psi_2 \cdot Q_k$.

Kombinacijski faktorji so podani v preglednici.

Preglednica 7 Kombinacijski faktorji ψ (SIST EN 1990:2004, stran 39).

vrsta vpliva	ψ_0	ψ_1	ψ_2
koristna obtežba na strehah (kategorija H)	0	0	0
obtežba s snegom	0,6	0,2	0,0
obtežba z vetrom	0,6	0,2	0,0

Preglednica 8 Delni varnostni faktorji za obtežbo (SIST EN 1990:2004).

projektna situacija	mejno stanje nosilnosti MSN		mejno stanje uporabnosti MSU	
	γ_G	γ_Q	γ_G	γ_Q
osnovna				
ugoden vpliv	1,0	0	1,0	0
neugoden vpliv	1,35	1,5	1,0	1,0
nezgodna	1,0	1,0	-	-

Mejna stanja, ki se nanašajo na varnost ljudi in varnost konstrukcije upoštevamo kot mejna stanja nosilnosti. Prekoračitev mejnih stanj nosilnosti pomeni odpoved konstrukcije in kasnejšo odstranitev ali rekonstrukcijo. Računske vrednosti zunanjih vplivov se določijo z ustreznim kombiniranjem delujočih obtežb.

Osnovne obtežne kombinacije izračunamo z izrazom (8)

$$\sum \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i>1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} . \quad (8)$$

Nezgodne obtežne kombinacije izračunamo z izrazom (9)

$$\sum G_{k,j} + A_k + \psi_{1,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i>1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} . \quad (9)$$

Mejna stanja, ki se nanašajo na delovanje konstrukcije, udobje ljudi in videz gradbenega objekta, upoštevamo kot mejna stanja uporabnosti.

Upoštevati moramo tri kombinacije vplivov:

- karakteristično obtežno kombinacijo

$$\sum G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i>1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} , \quad (10)$$

- pogosto obtežno kombinacijo

$$\sum G_{k,j} + \psi_{1,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i>1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} , \quad (11)$$

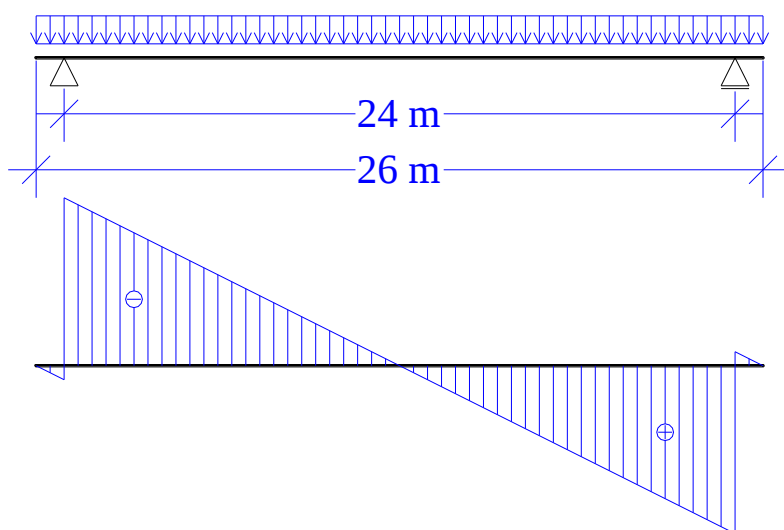
- navidezno stalno obtežno kombinacijo

$$\sum G_{k,j} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} . \quad (12)$$

6. Obremenitev

6.1 Prečne sile

$$V_{z,p} = \begin{cases} p \cdot x & 0 \leq x < \frac{L-L_0}{2} \\ p \cdot \left(x - \frac{L}{2}\right) & \frac{L-L_0}{2} \leq x < \frac{L+L_0}{2} \\ p \cdot (x-L) & \frac{L+L_0}{2} \leq x \leq L \end{cases} \quad (13)$$



Slika 6 Diagram prečnih sil vzdolž nosilca.

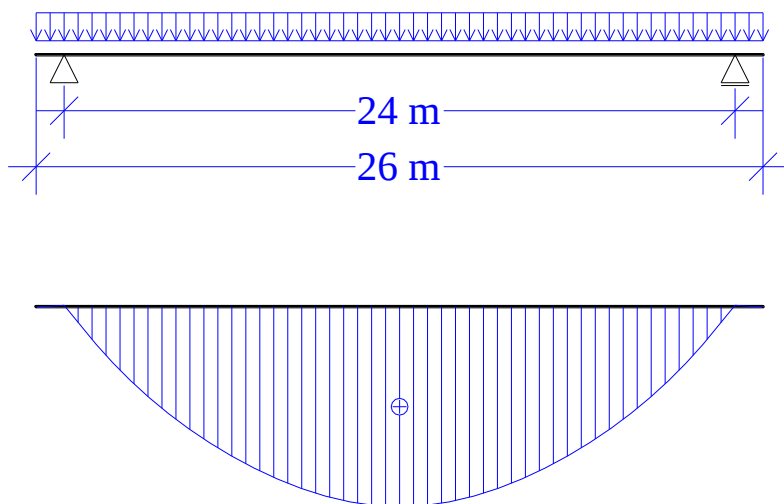
$$V_{z,g,max} = \frac{g \cdot L_0}{2} = \frac{4 \text{ kN/m} \cdot 24 \text{ m}}{2} = 48 \text{ kN} \quad (14)$$

$$V_{z,s,max} = \frac{q_s \cdot L_0}{2} = \frac{4,84 \text{ kN/m} \cdot 24 \text{ m}}{2} = 58,08 \text{ kN} \quad (15)$$

$$V_{z,d,max} = 1,35 \cdot V_{z,g,max} + 1,50 \cdot V_{z,s,max} = 1,35 \cdot 48 \text{ kN} + 1,50 \cdot 58,08 \text{ kN} = 151,92 \text{ kN} \quad (16)$$

6.2 Upogibni momenti

$$M_{y,p} = \begin{cases} \frac{p \cdot x^2}{2} & 0 \leq x < \frac{L-L_0}{2} \\ \frac{p}{4} (2x^2 - 2L \cdot x + L^2 - L \cdot L_0) & \frac{L-L_0}{2} \leq x < \frac{L+L_0}{2} \\ \frac{p}{2} \cdot (x^2 - L \cdot x + L^2) & \frac{L+L_0}{2} \leq x \leq L \end{cases} \quad (17)$$



Slika 7 Diagram upogibnih momentov vzdolž nosilca.

$$M_{y,g,max} = \frac{g \cdot L(2 \cdot L_0 - L)}{8} = \frac{4 \text{ kN/m} \cdot 26 \text{ m} \cdot (2 \cdot 24 \text{ m} - 26 \text{ m})}{8} = 286 \text{ kNm} \quad (18)$$

$$M_{y,s,max} = \frac{q_s \cdot L(2 \cdot L_0 - L)}{8} = \frac{4,84 \text{ kN/m} \cdot 26 \text{ m} \cdot (2 \cdot 24 \text{ m} - 26 \text{ m})}{8} = 346,06 \text{ kNm} \quad (19)$$

$$M_{y,d,max} = 1,35 \cdot M_{y,g,max} + 1,50 \cdot M_{y,s,max} = 1,35 \cdot 286 \text{ kNm} + 1,50 \cdot 346,06 \text{ kNm} = 905,19 \text{ kNm} \quad (20)$$

7. Dimenzioniranje

7.1 Napetosti

Za izračun normalnih in strižnih napetosti privzamemo naslednje izraze

$$\sigma_{yy}(x) = \sigma_{m,d}(x) = \frac{M_y(x)}{W_z(x)}, \quad (21)$$

$$\tau_{yz}(x) = \tau_{zy}(x) = \tau_{v,d}^{(M)}(x) = \sigma_{m,d}(x) \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{M_y(x)}{W_z(x)} \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad (22)$$

$$\sigma_{zz}(x) = \sigma_{c,90,d}(x) = \sigma_{m,d}(x) \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{M_y(x)}{W_z(x)} \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha. \quad (23)$$

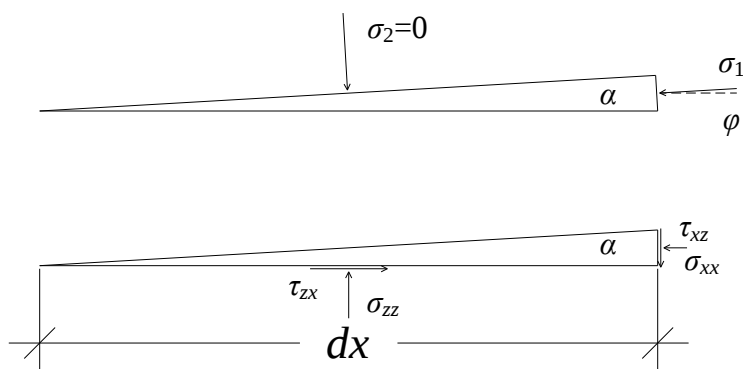
Glavne napetosti in smer glavnih napetosti so

$$\sigma_{1,2}(x) = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{zz}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_{xx} - \sigma_{zz}}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2}, \quad (24)$$

$$\sigma_1(x) = \sigma_{xx} \cdot (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) \quad (25)$$

$$\sigma_2(x) = 0 \quad (26)$$

$$\operatorname{tg} 2\varphi(x) = \frac{2 \cdot \tau_{xz}}{\sigma_{xx} - \sigma_{zz}} = \frac{2 \cdot \sigma_{xx} \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\sigma_{xx} - \sigma_{xx} \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha} = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha} \cong \operatorname{tg}(2 \cdot \alpha) \Rightarrow \varphi = \alpha \quad (27)$$



Slika 8 Napetosti.

7.2 Določitev višine nosilca ob podpori

Strižne napetosti ob podpori so

$$\tau = \frac{V_{z,d,max}}{\frac{2}{3} k_{cr} \cdot b \cdot h} \leq f_{v,g,d} \quad (28)$$

Izrazimo potrebni prerez

$$\frac{2}{3} k_{cr} \cdot b \cdot h \geq \frac{V_{z,d,max}}{f_{v,g,d}} = \frac{151,92 \text{ kN}}{2,048 \text{ MPa}} = 0,07418 \text{ m}^2 \quad (29)$$

in višino nosilca

$$h_{0,potr} \geq \frac{\frac{V_{z,d,max}}{f_{v,g,d}}}{\frac{2}{3} k_{cr} \cdot b} = \frac{0,07418 \text{ m}^2}{\frac{2}{3} \cdot 0,67 \cdot 0,20 \text{ m}} = 0,83 \text{ m} \quad (30)$$

IZBEREMO: 28 desk, debeline 3 cm $\Rightarrow h_0 = 28 \cdot 3 \text{ cm} = 84 \text{ cm}$

7.3 Določitev višine nosilca v slemenu

Višina nosilca v slemenu je

$$h = h_0 + \frac{L}{2} \cdot \tan \alpha = 0,84 \text{ m} + \frac{26 \text{ m}}{2} \cdot \tan 3,3^\circ = 1,59 \text{ m} \quad (31)$$

IZBEREMO: 53 desk, debeline 3 cm $\Rightarrow h_0 = 53 \cdot 3 \text{ cm} = 159 \text{ cm}$

7.4 Kontrola napetosti v slemenu

7.4.1 Normalne napetosti

V temenskem območju morajo upogibne napetosti izpolniti naslednji pogoj

$$\sigma_{m,d} \leq k_r \cdot f_{m,d} \quad (32)$$

pri čemer je k_r zmanjševalni količnik, ki upošteva ukrivljenost posamezne lamele. Ker lepimo lamele horizontalno, je $k_r = 1,0$. Temenska upogibna napetost se izračuna z izrazom

$$\sigma_{m,d} = k_l \cdot \frac{6 \cdot M_{y,d,max}}{b \cdot h_{ap}^2} \quad (33)$$

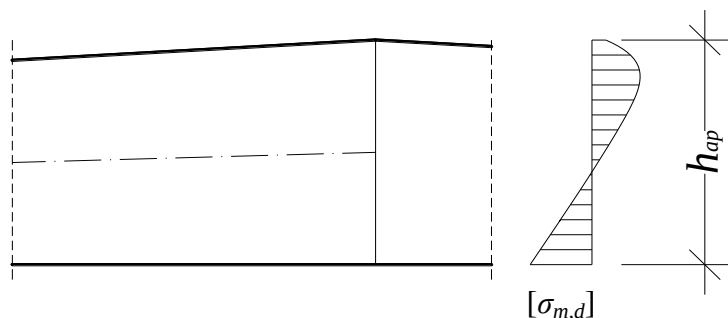
pri čemer je k_l zmanjševalni količnik, ki upošteva ukrivljenost in nagib nosilca v temenskem področju, v slemenu. Izračunamo ga po enačbi

$$k_l = k_1 + k_2 \cdot \left(\frac{h_{ap}}{r} \right) + k_3 \cdot \left(\frac{h_{ap}}{r} \right)^2 + k_4 \cdot \left(\frac{h_{ap}}{r} \right)^3 \quad (34)$$

Ker nosilec ni ukrivljen, velja $k_l = k_1$. Koeficient k_1 upošteva le nagib nosilca

$$k_1 = 1 + 1,4 \cdot \operatorname{tg} \alpha_{ap} + 5,4 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha_{ap} = 1 + 1,4 \cdot \operatorname{tg} 3,3^\circ + 5,4 \cdot \operatorname{tg}^2 3,3^\circ = 1,099 = k_l \quad (35)$$

$$\sigma_{m,d} = 1,099 \cdot \frac{6 \cdot 905,19 \text{ kNm}}{0,20 \text{ m} \cdot (1,59 \text{ m})^2} = 11805 \text{ kN/m}^2 = 11,81 \text{ MPa} < k_r \cdot f_{m,d} = 1,0 \cdot 20,48 \text{ MPa} = 20,48 \text{ MPa} \quad (36)$$



Slika 9 Potek normalnih napetosti v slemenu.

7.4.2 Radialne napetosti

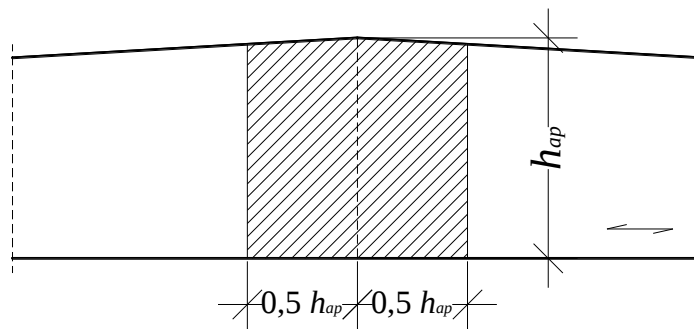
V temenskem področju mora največja natezna napetost pravokotno na vlakna $\sigma_{t,90,d}$ izpolniti naslednji pogoj

$$\sigma_{t,90,d} \leq k_{dis} \cdot k_{vol} \cdot f_{t,90,d} \quad (37)$$

$$\sigma_{t,90,d} = k_p \cdot \frac{6 \cdot M_{y,d,max}}{b \cdot h_{ap}^2} - 0,6 \cdot \frac{p_d}{b} \quad (38)$$

Faktor, ki upošteva učinek porazdelitve napetosti v temenskem območju k_{dis} , določimo

$$k_{dis} = \begin{cases} 1,4 & \text{za ravne dvokapne in ukrivljene nosilce} \\ 1,7 & \text{za dvokapne nosilce z ukrivljenim spodnjim robom} \end{cases} \quad (39)$$



Slika 10 Temensko območje.

Faktor prostornine določimo

$$k_{vol} = \left(\frac{V_0}{V} \right)^{0,2}, \quad (40)$$

pri čemer je primerjalni volumen $V_0 = 0,01 \text{ m}^3$.

Prostornina temenskega območja znaša

$$V \cong h_{ap}^2 \cdot b = (1,59\text{m})^2 \cdot 0,20\text{m} = 0,51\text{m}^3 \quad (41)$$

in mora ustrezati pogoju

$$V \cong 0,51\text{m}^3 < \frac{2}{3} \cdot V_b = \frac{2}{3} \cdot L \cdot \frac{h_0 + h_{ap}}{2} \cdot b = \frac{2}{3} \cdot 26\text{m} \cdot \frac{0,84\text{m} + 1,59\text{m}}{2} \cdot 0,20\text{m} = 4,21\text{m}^3 \quad (42)$$

Po enačbi (31) sledi

$$k_{vol} = \left(\frac{0,01\text{m}^3}{0,51\text{m}^3} \right)^{0,2} = 0,455 \quad (43)$$

Zmanjševalni količnik, ki upošteva ukrivljenost in nagib nosilca, se upošteva v temenskem območju nosilca in ga izračunamo

$$k_p = k_5 + k_6 \cdot \left(\frac{h_{ap}}{r} \right) + k_7 \cdot \left(\frac{h_{ap}}{r} \right)^2 \quad (44)$$

Ker nosilec ni ukrivljen, velja $k_p = k_5$. Koeficient k_5 upošteva le nagib nosilca. Izračunamo ga po enačbi

$$k_5 = 0,2 \cdot \tan \alpha_{ap} = 0,2 \cdot \tan 3,3^\circ = 0,01153 = k_p \quad (45)$$

Enakomerno porazdeljena obtežba na zgornji strani nosilca preko temenskega območja

$$p_d = \gamma_g \cdot \frac{g}{\cos \alpha_{ap}} + \gamma_s \cdot q_s = 1,35 \cdot \frac{4\text{kN/m}}{\cos 3,3^\circ} + 1,50 \cdot 4,84\text{kN/m} = 12,67\text{kN/m} \quad (46)$$

Največja natezna napetost pravokotno na vlakna $\sigma_{t,90,d}$ po enačbi (38) je enaka

$$\sigma_{t,90,d} = 0,01153 \cdot \frac{6 \cdot 905,19\text{kNm}}{0,20\text{m} \cdot (1,59\text{m})^2} - 0,6 \cdot \frac{12,67\text{kN/m}}{0,20\text{m}} = 85,84\text{kN/m}^2 = 0,08584\text{MPa} \quad (47)$$

in izpolnjen je pogoj (48)

$$\sigma_{t,90,d} = 0,08584 \text{ MPa} < 1,4 \cdot 0,467 \cdot 0,288 \text{ MPa} = 0,188 \text{ MPa} \quad (48)$$

7.5 Določitev kritičnega prereza

Kritični prerez nosilca je prečni prerez nosilca, v katerem se pojavijo največje normalne napetosti. Mesto kritičnega prereza določimo z odvodom normalnih napetosti

$$\frac{d\sigma_y}{dx}(x_{cr}) = 0 \quad (49)$$

$$\sigma_y(x) = \frac{M_y(x)}{W_z(x)} \quad (50)$$

Ker sta previsni polji kratki, tam ne bo največje normalne napetosti. Polje je simetrično glede na simetralo skozi sleme. V levi polovici polja velja

$$M_y(x) = -\frac{p}{4}(2x^2 - 2L \cdot x + L^2 - L \cdot L_0) \quad (51)$$

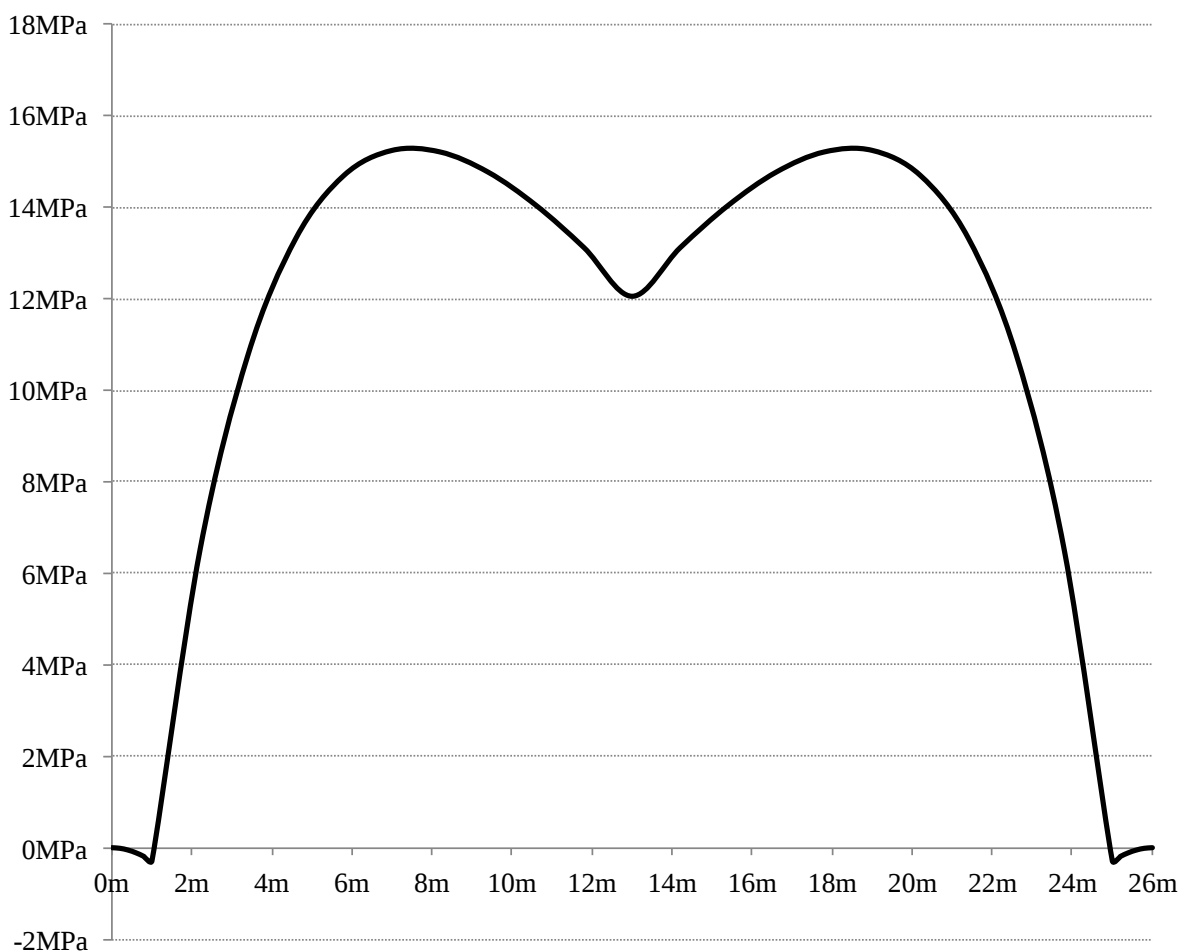
$$W_z(x) = \frac{b \cdot [h(x)]^3}{6} \quad (52)$$

$$h(x) = h_0 + (h_{ap} - h_0) \cdot \frac{2x}{L} \quad (53)$$

$$W_z(x) = \frac{b \cdot \left[h_0 + (h_{ap} - h_0) \cdot \frac{2x}{L} \right]^3}{6} \quad (54)$$

in normalne napetosti izrazimo s

$$\sigma_y(x) = \frac{6 \cdot p(2x^2 - 2L \cdot x + L^2 - L \cdot L_0)}{4 \cdot b \cdot \left[h_0 + (h_{ap} - h_0) \cdot \frac{2x}{L} \right]^3} = 1,5 \cdot \frac{p}{b} \cdot \frac{2x^2 - 2L \cdot x + L(L - L_0)}{\frac{4}{L^2} \cdot (h_{ap} - h_0)^2 \cdot x^2 + \frac{4h_0}{L} \cdot (h_{ap} - h_0) \cdot x + h_0^2} \quad (55)$$



Slika 11 Največje normalne napetosti vzdolž nosilca.

Z odvodom normalnih napetosti po spremenljivki x (x merimo od začetka nosilca)

$$\frac{d\sigma_y(x)}{dx} = \frac{d}{dx} \left(1,5 \cdot \frac{p}{b} \cdot \frac{2x^2 - 2L \cdot x + L(L - L_0)}{\frac{4}{L^2} \cdot (h_{ap} - h_0)^2 \cdot x^2 + \frac{4h_0}{L} \cdot (h_{ap} - h_0) \cdot x + h_0^2} \right), \quad (56)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_y(x)}{dx} &= \\ &= 1,5 \cdot \frac{p}{b} \cdot \frac{(4x - 2L) \cdot \left[\frac{4}{L^2} \cdot (h_{ap} - h_0)^2 \cdot x^2 + \frac{4h_0}{L} \cdot (h_{ap} - h_0) \cdot x + h_0^2 \right] - [2x^2 - 2L \cdot x + L(L - L_0)] \cdot \left[\frac{8}{L^2} \cdot (h_{ap} - h_0)^2 \cdot x + \frac{4h_0}{L} \cdot (h_{ap} - h_0) \right]}{\left[\frac{4}{L^2} \cdot (h_{ap} - h_0)^2 \cdot x^2 + \frac{4h_0}{L} \cdot (h_{ap} - h_0) \cdot x + h_0^2 \right]^2}, \quad (57) \end{aligned}$$

določimo mesto kritičnega prereza nosilca

$$(4x_{cr} - 2L) \cdot \left[\frac{4}{L^2} \cdot (h_{ap} - h_0)^2 \cdot x_{cr}^2 + \frac{4h_0}{L} \cdot (h_{ap} - h_0) \cdot x_{cr} + h_0^2 \right] - [2x_{cr}^2 - 2L \cdot x_{cr} + L(L - L_0)] \cdot \left[\frac{8}{L^2} \cdot (h_{ap} - h_0)^2 \cdot x_{cr} + \frac{4h_0}{L} \cdot (h_{ap} - h_0) \right] = 0, \quad (58)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{16}{L^2} \cdot (h_{ap} - h_0)^2 \cdot x_{cr}^3 + \frac{16h_0}{L} \cdot (h_{ap} - h_0) \cdot x_{cr}^2 + 4h_0^2 \cdot x_{cr} - \\
& - \frac{8}{L} \cdot (h_{ap} - h_0)^2 \cdot x_{cr}^2 - 8h_0 \cdot (h_{ap} - h_0) \cdot x_{cr} - 2Lh_0^2 - \\
& - \frac{16}{L^2} \cdot (h_{ap} - h_0)^2 \cdot x_{cr}^3 - \frac{8h_0}{L} \cdot (h_{ap} - h_0) \cdot x_{cr}^2 + \\
& + \frac{16}{L} \cdot (h_{ap} - h_0)^2 \cdot x_{cr}^2 + 8h_0 \cdot (h_{ap} - h_0) \cdot x_{cr} + \\
& - \frac{8}{L} \cdot (L - L_0) \cdot (h_{ap} - h_0)^2 \cdot x_{cr} - 4h_0 \cdot (L - L_0) \cdot (h_{ap} - h_0) = 0
\end{aligned} \quad (59)$$

$$\left[\frac{8h_0}{L} \cdot (h_{ap} - h_0) + \frac{8}{L} \cdot (h_{ap} - h_0)^2 \right] \cdot x_{cr}^2 + \left[4h_0^2 - \frac{8}{L} \cdot (L - L_0) \cdot (h_{ap} - h_0)^2 \right] \cdot x_{cr} + [-2Lh_0^2 - 4h_0 \cdot (L - L_0) \cdot (h_{ap} - h_0)] = 0, \quad (60)$$

$$x_{cr} = \frac{-\left[4h_0^2 - \frac{8}{L} \cdot (L - L_0) \cdot (h_{ap} - h_0)^2 \right] \pm \sqrt{\left[4h_0^2 - \frac{8}{L} \cdot (L - L_0) \cdot (h_{ap} - h_0)^2 \right]^2 - 4 \cdot \left[\frac{8h_0}{L} \cdot (h_{ap} - h_0) + \frac{8}{L} \cdot (h_{ap} - h_0)^2 \right] \cdot [-2Lh_0^2 - 4h_0 \cdot (L - L_0) \cdot (h_{ap} - h_0)]}}{\left[\frac{8h_0}{L} \cdot (h_{ap} - h_0) + \frac{8}{L} \cdot (h_{ap} - h_0)^2 \right]}, \quad (61)$$

$$\begin{aligned}
x_{cr,1} &= 7,81\text{m}, \\
(x_{cr,2} &= -14,56\text{m})
\end{aligned} \quad (62)$$

Višina nosilca v kritičnem prerezu je

$$h_{cr} = h_0 + (h_{ap} - h_0) \cdot \frac{2x_{cr}}{L} = 0,84\text{m} + (1,59\text{m} - 0,84\text{m}) \cdot \frac{2 \cdot 7,81\text{m}}{26\text{m}} = 1,291\text{m} \quad (63)$$

Prečne sile so

$$V_{z,g,cr}(x_{cr}) = g \cdot \left(x_{cr} - \frac{L}{2} \right) = 4\text{kN/m} \cdot \left(7,81\text{m} - \frac{26\text{m}}{2} \right) = -20,75\text{kN} \quad (64)$$

$$V_{z,s,cr}(x_{cr}) = q_s \cdot \left(x_{cr} - \frac{L}{2} \right) = 4,84\text{kN/m} \cdot \left(7,81\text{m} - \frac{26\text{m}}{2} \right) = -25,11\text{kN} \quad (65)$$

$$V_{z,g,cr}(x_{cr}) = 1,35 \cdot V_{z,g,cr} + 1,50 \cdot V_{z,s,cc} = 1,35 \cdot (-20,75)\text{kN} + 1,50 \cdot (-25,11)\text{kN} = -65,69\text{kN} \quad (66)$$

upogibni momenti pa

$$\begin{aligned}
M_{y,g,cr}(x_{cr}) &= \frac{g}{4} [2x_{cr}^2 - 2L \cdot x_{cr} - L \cdot (L + L_0)] = \\
&= \frac{4\text{kN/m}}{4} \cdot [2 \cdot (7,81\text{m})^2 - 2 \cdot 26\text{m} \cdot 7,81\text{m} - 26\text{m} \cdot (26\text{m} - 24\text{m})] = 232,16\text{kNm} \quad (67)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_{y,s,cr}(x_{cr}) &= \frac{q_s}{4} [2x_{cr}^2 - 2L \cdot x_{cr} - L \cdot (L + L_0)] = \\
&= \frac{4,84\text{kN/m}}{4} \cdot [2 \cdot (7,81\text{m})^2 - 2 \cdot 26\text{m} \cdot 7,81\text{m} - 26\text{m} \cdot (26\text{m} - 24\text{m})] = 280,91\text{kNm} \quad (68)
\end{aligned}$$

$$M_{y,d,cr}(x_{cr}) = 1,35 \cdot M_{y,g,cr} + 1,50 \cdot M_{y,s,cr} = 1,35 \cdot 232,16 \text{ kNm} + 1,50 \cdot 280,91 \text{ kNm} = 734,77 \text{ kNm} \quad (69)$$

Normalne napetosti zaradi upogiba v kritičnem prerezu na spodnjem tegnjenem ravnem robu izračunamo

$$\sigma_{m,0,d} \leq f_{m,d} \quad (70)$$

Normalne napetosti v kritičnem prerezu spodaj so

$$\sigma_{m,0,d} = \frac{M_{y,d,cr}}{W_{z,cr}} = \frac{6 \cdot M_{y,d,cr}}{b \cdot h_{cr}^2} = \frac{6 \cdot 734,77 \text{ kNm/m}^2}{0,20 \text{ m} \cdot (1,291 \text{ m})^2} = 13,23 \text{ MPa} \leq f_{m,g,d} = 20,48 \text{ MPa} \quad (71)$$

Normalne napetosti zaradi upogiba v kritičnem prerezu na zgornjem tlačnem poševnem robu izračunamo

$$\sigma_{m,\alpha,d} \leq k_{m,\alpha} \cdot f_{m,d} \quad (72)$$

Če potekajo tlačne napetosti po poševnem robu, velja

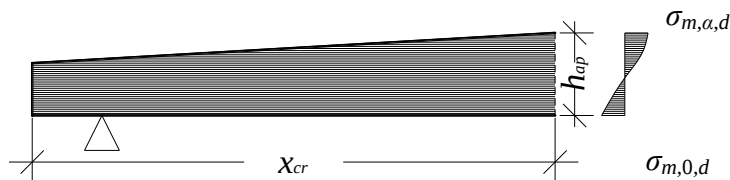
$$k_{m,\alpha} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_{m,d}}{1,5 \cdot f_{v,d}} \cdot \text{tg} \alpha \right)^2 + \left(\frac{f_{m,d}}{f_{c,90,d}} \cdot \text{tg}^2 \alpha \right)^2}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{20,48 \text{ MPa}}{1,5 \cdot 2,048 \text{ MPa}} \cdot \text{tg} 3,3^\circ \right)^2 + \left(\frac{20,48 \text{ MPa}}{1,92 \text{ MPa}} \cdot \text{tg}^2 3,3^\circ \right)^2}} = 0,903 \quad (73)$$

Normalne napetosti v kritičnem prerezu so

$$\sigma_{m,\alpha,d} = \frac{M_{y,d,cr}}{W_{z,cr}} = \frac{6 \cdot M_{y,d,cr}}{b \cdot h_{cr}^2} =$$

$$= \frac{6 \cdot 734,77 \text{ kNm/m}^2}{0,20 \text{ m} \cdot (1,291 \text{ m})^2} = 13,23 \text{ MPa} \leq k_{m,\alpha} \cdot f_{m,g,d} = 0,903 \cdot 20,48 \text{ MPa} = 18,50 \text{ MPa} \quad (74)$$



Slika 12 Potek normalnih napetosti v kritičnem prerezu.

Radialne tlačne napetosti so

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{6 \cdot M_{y,d,cr}}{b \cdot h_{cr}^2} \cdot \text{tg}^2 \alpha_{ap} = \frac{6 \cdot 734,77 \text{ kNm/m}^2}{0,20 \text{ m} \cdot (1,291 \text{ m})^2} \cdot \text{tg}^2 3,3^\circ = 0,044 \text{ MPa} \leq f_{c,90,g,d} = 1,92 \text{ MPa} \quad (75)$$

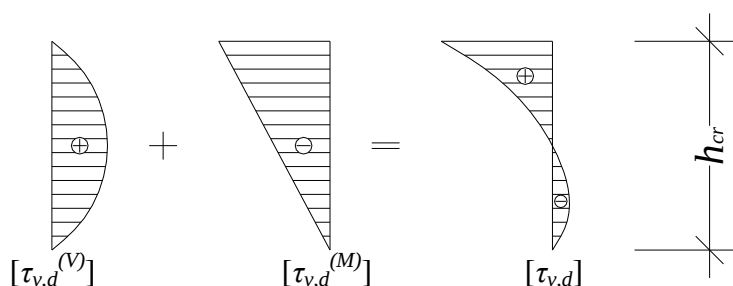
Strižne (tangencialne) napetosti so

$$\tau_{v,d} = \tau_{v,d}^{(M)} \pm \tau_{v,d}^{(V)} \leq f_{v,g,d}, \quad (76)$$

$$\tau_{v,d}^{(M)} = \frac{M_{y,d,cr}}{W_{z,cr}} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{ap} = \frac{6 \cdot M_{y,d,cr}}{b \cdot h_{cr}^2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{ap} = \frac{6 \cdot 734,77 \text{ kN/m}^2}{0,20 \text{ m} \cdot (1,291 \text{ m})^2} \cdot \operatorname{tg} 3,3^\circ = 0,763 \text{ MPa}, \quad (77)$$

$$\tau_{v,d}^{(V)} = \frac{V_{z,d,cr}}{\frac{2}{3} \cdot k_{cr} \cdot b \cdot h_{cr}} = \frac{65,69 \text{ kN/m}^2}{\frac{2}{3} \cdot 0,67 \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 1,291 \text{ m}} = 0,570 \text{ MPa}, \quad (78)$$

$$\tau_{v,d,\max} = 0,763 \text{ MPa} < f_{v,g,d} = 2,048 \text{ MPa}. \quad (79)$$



Slika 13 Potek tangencialnih (strižnih) napetosti.

7.6 Kontaktne napetosti v nosilcu ob naleganju na steber

Kontaktne napetosti v nosilcu ob naleganju na podporni steber so

$$\sigma_{c,90,d} = \frac{V_{zd,\max}}{b \cdot a_{ležišče}} \leq f_{c,90,g,d}. \quad (80)$$

Iz enačbe (81) izrazimo dolžino naleganja

$$a_{ležišče} \geq \frac{V_{zd,\max}}{b \cdot f_{c,90,g,d}} = \frac{151,92 \text{ kN}}{0,20 \text{ m} \cdot 1,92 \text{ MPa}} = 0,396 \text{ m}. \quad (81)$$

IZBEREMO: $a_{ležišča} = 40 \text{ cm}$ (2 stebra $h/b = 2 \times 20 \text{ cm} / 20 \text{ cm}$)

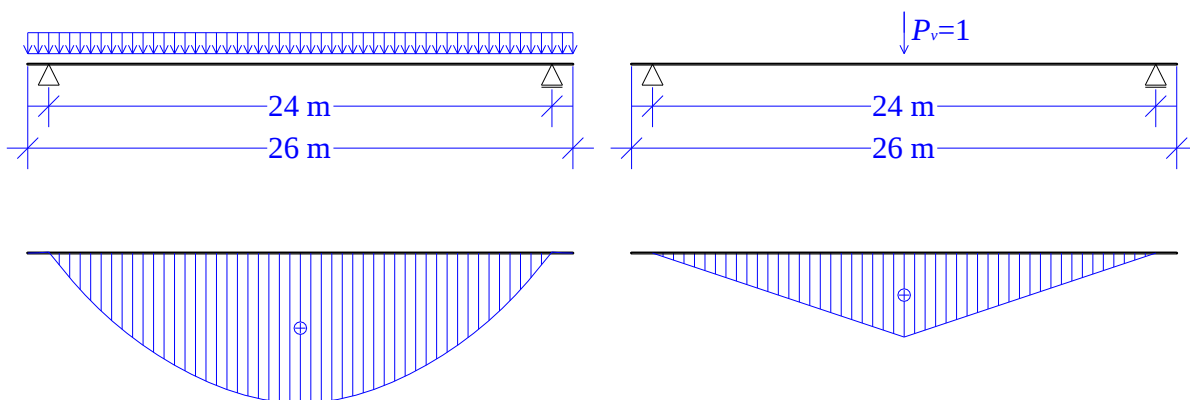
8. Kontrola povesov

Poves nosilca izračunamo v mejnem stanju uporabnosti.

Poves nosilca je vsota povesa zaradi upogiba in povesa zaradi prečnih sil

$$v = v_M + v_V \quad (82)$$

8.1 Trenutni pomik



Slika 14 Diagram upogibnih momentov vzdolž nosilca.

Trenutni pomik zaradi upogibnega momenta je

$$v_M = 2 \int_0^{\frac{L}{2}} \frac{M_{y,d}(x) \cdot M_{y,1}(x)}{E_{0,g,mean} \cdot I_y(x)} dx \quad (83)$$

Upogibni moment zaradi zunanje obtežbe je

$$M_{y,d} = -(\gamma_g^{MSU} \cdot g + \gamma_s^{MSU} \cdot q_s) \cdot \begin{cases} \frac{x^2}{2} & 0 \leq x < \frac{L-L_0}{2} \\ \frac{1}{4}(2x^2 - 2L \cdot x + L^2 - L \cdot L_0) & \frac{L-L_0}{2} \leq x < \frac{L+L_0}{2} \\ \frac{1}{2} \cdot (x^2 - L \cdot x + L^2) & \frac{L+L_0}{2} \leq x \leq L \end{cases} \quad (84)$$

zaradi virtualne sile pa

$$M_{y,1} = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < \frac{L-L_0}{2} \\ \frac{1}{2}x & \frac{L-L_0}{2} \leq x < \frac{L}{2} \\ \frac{1}{2} \cdot (L-x) & \frac{L}{2} \leq x < \frac{L+L_0}{2} \\ 0 & \frac{L+L_0}{2} \leq x \leq L, \end{cases} \quad (85)$$

$$M_{y,d,max} = \gamma_g^{MSU} \cdot M_{y,g,max} + \gamma_s^{MSU} \cdot M_{y,s,max} = 1,0 \cdot 286 \text{ kNm} + 1,0 \cdot 346,06 \text{ kNm} = 632,06 \text{ kNm} \quad (86)$$

Vztrajnostni moment je

$$I_y(x) = \frac{b \cdot [h(x)]^3}{12}, \quad (87)$$

$$h(x) = h_0 + (h_{ap} - h_0) \cdot \frac{2x}{L}, \quad (88)$$

$$I_y(x) = \frac{b \cdot \left[h_0 + (h_{ap} - h_0) \cdot \frac{2x}{L} \right]^3}{12}. \quad (89)$$

Trenutni pomik zaradi upogibnega momenta s predpostavko, da zanemarimo previsni polji, je enak

$$v_M = \frac{M_{y,d,max} \cdot L_0^2}{9,6 \cdot E_{0,g,mean} \cdot I_{y,min}} \cdot k_\sigma. \quad (90)$$

Upogibni moment je enak

$$M_{y,d,max} = M_{y,g,d,max} + M_{y,s,d,max} = 286 \text{ kNm} + 346,06 \text{ kNm} = 632,06 \text{ kNm}, \quad (91)$$

vztrajnostni moment nad podporo pa

$$I_y(x) = \frac{b \cdot \left[h_0 + (h_{ap} - h_0) \cdot \frac{L-L_0}{L} \right]^3}{12} = \frac{0,20 \text{ m} \cdot \left[0,84 \text{ m} + (1,59 \text{ m} - 0,84 \text{ m}) \cdot \frac{26 \text{ m} - 24 \text{ m}}{26 \text{ m}} \right]^3}{12} = 0,01206 \text{ m}^3 \quad (92)$$

Koeficient k_σ upošteva spremenljivo višino nosilca [Gojković, M., Stojić, D., Drvene konstrukcije, Građevinski fakultet u Beogradu, Grosknjiga, Beograd, 1996.] in je enak

$$k_{\sigma} = \left(\frac{h_{min}}{h_{max}} \right)^3 \cdot \frac{1}{0,15 + 0,85 \cdot \frac{h_{min}}{h_{max}}} = \left(\frac{0,90\text{m}}{1,59\text{m}} \right)^3 \cdot \frac{1}{0,15 + 0,85 \cdot \frac{0,90\text{m}}{1,59\text{m}}} = 0,287,$$

pri čemer je

$$h_{min} = h_0 + (h_{ap} - h_0) \cdot \frac{L - L_0}{L} = 0,84\text{m} + (1,59\text{m} - 0,84\text{m}) \cdot \frac{26\text{m} - 24\text{m}}{26\text{m}} = 0,90\text{m},$$

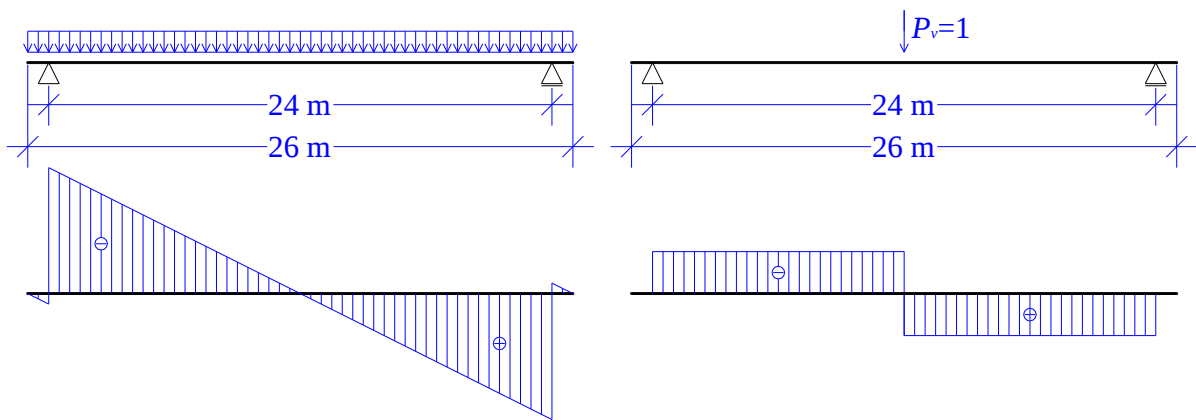
$$h_{max} = h_{ap} = 1,59\text{m}.$$

(93)

Trenutni pomik je enak

$$v_M = \frac{632,06\text{kNm} \cdot (24\text{m})^2}{9,6 \cdot 13700\text{MPa} \cdot 0,01206\text{m}^4} \cdot 0,287 = 0,067\text{m}.$$

(94)



Slika 15 Diagram prečnih sil vzdolž nosilca.

Trenutni pomik zaradi prečne sile je

$$v_V = 2 \int_{\frac{L-L_0}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{V_{z,d}(x) \cdot V_{z,1}(x)}{G_{g,mean} \cdot A_{x,s}(x)} dx.$$

(95)

Prečna sila zaradi zunanje obtežbe je

$$V_{z,d} = (\gamma_g^{MSU} \cdot g + \gamma_s^{MSU} \cdot q_s) \cdot \begin{cases} x & 0 \leq x < \frac{L-L_0}{2} \\ x - \frac{L}{2} & \frac{L-L_0}{2} \leq x < \frac{L+L_0}{2} \\ x - L & \frac{L+L_0}{2} \leq x \leq L \end{cases}$$

(96)

zaradi virtualne sile pa

$$V_{z,1} = \begin{cases} 0 & 0 \leq x < \frac{L-L_0}{2} \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{L-L_0}{2} \leq x < \frac{L}{2} \\ -\frac{1}{2} \cdot \frac{L}{2} \leq x < \frac{L+L_0}{2} \\ 0 & \frac{L+L_0}{2} \leq x \leq L . \end{cases} \quad (97)$$

Trenutni pomik zaradi prečne sile lahko zanemarimo.

Skupni trenutni pomik je

$$v_{inst} = v_M + v_V = 0,067\text{m} + 0,00\text{m} = 0,067\text{m} = v_{inst,dop} = \frac{L_0}{300} = \frac{24\text{m}}{300} = 0,08\text{m} , \quad (98)$$

del pomika zaradi lastne teže

$$v_{g,inst} = \frac{g}{g + q_s} \cdot v_{inst} = \frac{4\text{kN/m}}{4\text{kN/m} + 4,84\text{kN/m}} \cdot 0,067\text{m} = 0,030\text{m} , \quad (99)$$

$$v_{s,inst} = \frac{q_s}{g + q_s} \cdot v_{inst} = \frac{4,84\text{kN/m}}{4\text{kN/m} + 4,84\text{kN/m}} \cdot 0,067\text{m} = 0,036\text{m} . \quad (100)$$

8.2 Končni pomik

Končni pomik je pomik po izvršenem lezenju

$$v_{fin} = v_{g,inst} \cdot (1 + k_{def}) + v_{s,inst} \cdot (1 + \psi_2 \cdot k_{def}) \leq v_{fin,dop} = \frac{L_0}{200} . \quad (101)$$

Velja $k_{def}=0,80$ in za srednje trajni vpliv $\psi_2=0,0$, sledi

$$v_{fin} = 0,030\text{m} \cdot (1 + 0,8) + 0,036\text{m} \cdot (1 + 0,0 \cdot 0,8) = 0,09\text{m} \leq v_{fin,dop} = \frac{L_0}{200} = \frac{24\text{m}}{200} = 0,12\text{m} . \quad (102)$$

8.3 Naklon strešine

V nacionalnem dodatku je, zaradi nevarnosti zastajanja vode na ravnih strehah, podan najmanjši naklon strešine

$$\alpha = 3,3^\circ > \alpha_{min} = 2\% = 1,15^\circ . \quad (103)$$

9. Domača naloga

Namesto dvokapnega nosilca s spremenljivo višino uporabi lepljen lameliran nosilec konstantne višine. Dimenzioniraj ga! Podatke uporabi iz vaje.