

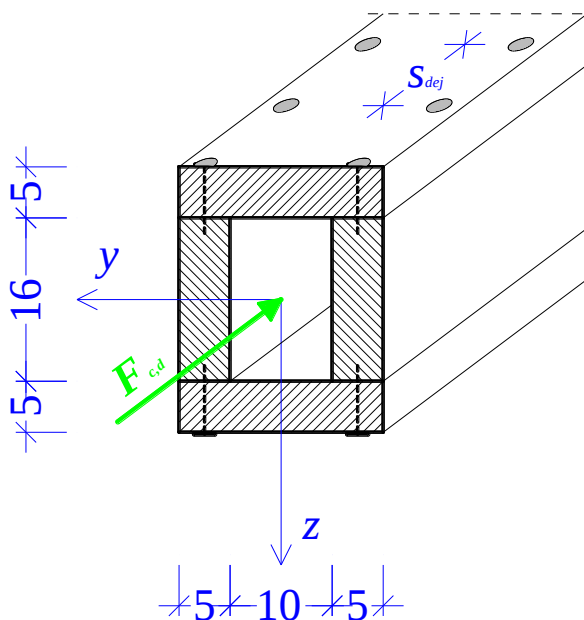
8. vaja

SESTAVLJENI ELEMENTI

8.1 TLAČNO OBREMENJEN SESTAVLJEN PREREZ

8.1.1 Zasnova

Obravnavamo primer škatlastega sestavljenega elementa, obremenjenega s tlačno osno silo $F_{c,d}$ v težišču prereza. Podane so tudi vse dimenzije elementa. Naredite kontrolo tlačnih napetosti z upoštevanjem uklona in kontrolo nosilnosti veznih sredstev.



Slika 8.1: Skica tlačno obremenjenega sestavljenega elementa.

Podatki:

uklonska dolžina $l_{uy} = l_{uz}$ (v cm):

za $i = 1 \div 30$; $500 - 5 \cdot i$,

za $i \geq 31$; $600 - 5 \cdot i$,

tlačna osna sila:

$F_{c,d} = 190 + i$ (v kN),

vezna sredstva so zabiti žebli:

za $i = 1 \div 30$; $d/l = 4,6/130$ mm

za $i \geq 31$; $d/l = 4,2/110$ mm,

dejanski razmak med veznimi sredstvi:

$s_{dej} = 5 \text{ cm}$,

vrsta lesa C 30,

trajanje obtežbe M.

8.1.2 Kontrola tlačnih napetosti z upoštevanjem uklona

Pri kontroli tlačnih napetosti postopamo podobno kot v vaji 4.1 (tlačno obremenjen homogen prerez). Površino A v izrazu za račun efektivne vitkosti λ_{ef} iz vaje 4.1 zamenjamo s celotno površino sestavljenega prečnega prereza A_{tot} , vztrajnostni moment I zamenjamo za efektivni vztrajnostni moment I_{ef} , relativno vitkost λ_{rel} pa za efektivno relativno vitkost $\lambda_{rel,ef}$. Koeficient vitkosti k_c je tako pri računu sestavljenih elementov odvisen od efektivne relativne vitkosti $\lambda_{rel,ef}$.

$$k_c = k_c(\lambda_{rel,ef}) \quad (8.1)$$

$$\lambda_{ef} = l_u \cdot \sqrt{\frac{A_{tot}}{I_{ef}}}, \quad \lambda_{rel,ef} = \frac{\lambda_{ef}}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} \quad (8.2)$$

Efektivni vztrajnostni moment I_{ef} izračunamo po naslednji enačbi:

$$I_{ef} = \sum_{i=1}^3 (I_i + \gamma_i \cdot A_i \cdot a_i^2), \quad (8.3)$$

pri tem so

- I_i vztrajnostni momenti posameznih podprerezov,
- γ_i podajnost veznih sredstev,
- A_i površina posameznega podprereza,
- a_i oddaljenost težišča podprereza od skupnega težišča prereza.

Podajnost veznih sredstev γ_i (γ_1 in γ_3) izračunamo po spodnjem izrazu ($\gamma_2=1$, element 2 je osnovni element). Vrednosti γ_i so med 0 in 1. Vrednost 1 ustreza lepljenemu stiku, 0 pa absolutno podajnemu stiku.

$$\gamma_i = \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E_i \cdot A_i \cdot s_i}{K_i \cdot l_u^2} \right)^{-1}, \quad (8.4)$$

pri tem so

- $E_i = E_{0,mean}$ elastični modul lesa,
- s_i računski razmaki med veznimi sredstvi,
- K_i zdrsni moduli (K_{ser} , K_u)

$$K_i = K_u = \frac{2}{3} \cdot K_{ser}, \quad (8.5)$$

pri tem je

K_{ser} zdrsni modul v mejnem stanju uporabnosti (ser – ang. serviceability limit states – mejna stanja uporabnosti)

$$\text{za vijake, trne, žeblice s predhodno uvrtno luknjo } K_{ser} = \frac{\rho_m^{1,5} \cdot d}{23} [\text{N/mm}], \quad (8.6)$$

$$\text{za žeblice brez predhodno uvrtno luknje } K_{ser} = \frac{\rho_m^{1,5} \cdot d^{0,8}}{30} [\text{N/mm}], \quad (8.7)$$

pri tem sta

ρ_m srednja vrednost gostote lesa v kg/m^3 ,
 d debelina veznega sredstva v mm.

Na podlagi dobljenih vrednosti izvedemo kontrolo tlačnih napetosti prereza v obeh smereh, y in z

$$\sigma_{c,o,d} = \frac{F_d}{A_{tot}} \leq k_{c,y(z)} \cdot f_{c,o,d} \quad (8.8)$$

8.1.3 Kontrola nosilnosti veznih sredstev

Projektno obremenitev veznih sredstev $F_{d,i}$ izračunamo po naslednjem izrazu

$$F_{d,i} = \frac{\gamma_i \cdot A_i \cdot a_i \cdot s_i \cdot V_d}{I_{ef}}. \quad (8.9)$$

Pri tem je V_d prečna sila na vezno sredstvo.

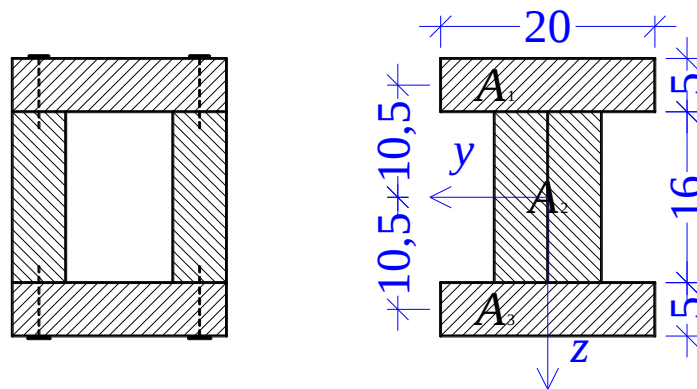
Prečna sila na vezno sredstvo V_d pri upogibno obremenjenih elementih predstavlja dejansko prečno silo v prerezu. Pri elementih, obremenjenih s centrično tlačno osno silo, prečno silo na vezna sredstva V_d izračunamo po spodnji enačbi

$$V_d = \begin{cases} \frac{F_{c,d}}{120 \cdot k_c} & \lambda_{ef} \leq 30 \\ \frac{F_{c,d} \cdot \lambda_{ef}}{3600 \cdot k_c} & 30 < \lambda_{ef} \leq 60 \\ \frac{F_{c,d}}{60 \cdot k_c} & \lambda_{ef} > 60 \end{cases} \quad (8.10)$$

Dobljeno vrednost sile V_d vstavimo v izraz za izračun projektne obremenitve veznega sredstva $F_{d,i}$. Projektno obremenitev veznega sredstva $F_{d,i}$ primerjamo z dejansko nosilnostjo veznega sredstva $F_{v,Rd}$. Izpolnjen mora biti pogoj $F_{d,i} \leq F_{v,Rd}$. V primeru, da ta pogoj ni izpolnjen, je potrebno izbrati novo vezno sredstvo oziroma zmanjšati dejanski razmak med veznimi sredstvi s_{dej} .

8.1.4 Izračun (Vsak študent naredi s svojimi podatki)

UKLON OKOLI OSI y



Slika 8.2: Skica podprezov.

OSEBNI PODATEK: $i = 42$

- UKLONSKA DOLŽINA
 $l_{uy} = 600 - 5 \cdot i = 600 - 5 \cdot 42 = 390 \text{ cm}$
- TLAČNA OSNA SILA
 $F_{c,d} = 190 + 42 = 232 \text{ kN}$
- VEZNO SREDSTVO – ZABITI ŽEBLJI
 $d/l = 4,2 / 110 \text{ mm}$ (projektna nosilnost veznega sredstva: $F_{v,Rd} = 0,92 \text{ kN}$)
- TOTALNI PREREZ
 $A_{tot} = A_1 + A_2 + A_3 = 100 + 160 + 100 = 360 \text{ cm}^2$
- VZTRAJNOSTNI MOMENTI

$$I_1 = I_3 = \frac{20 \cdot 5^3}{12} = 208,33 \text{ cm}^4$$

$$I_2 = \frac{10 \cdot 16^3}{12} = 3413,33 \text{ cm}^4$$
- RAČUNSKI RAZMAK VEZNIH SREDSTEV
 $s_1 = \frac{s_{dej}}{n} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ cm} = s_3$ (n=2 pomeni, da je element A_1 pribit na osnovni element A_2 z dvema žebljema)
- ZDRSNI MODUL

$$K_{ser} = \frac{\rho_m^{1,5} \cdot d^{0,8}}{30} = \frac{460^{1,5} \cdot 4,2^{0,8}}{30} = 1036,6 \text{ N/mm} = 10,366 \text{ kN/cm}$$

$$E_{0,mean} = 1200 \text{ kN/cm}^2$$

$$E_{0,05} = 800 \text{ kN/cm}^2$$

$$K_u = \frac{2}{3} \cdot K_{ser}$$

- **PODAJNOST VEZNIH SREDSTEV**

$$\gamma_1 = \gamma_3 = \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E_{0,mean} \cdot A_1 \cdot s_1}{K_u \cdot l_u^2} \right)^{-1} = \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot 1200 \cdot 100 \cdot 2,5}{\frac{2}{3} \cdot 10,366 \cdot 390^2} \right)^{-1} = 0,26$$

$$\gamma_2 = 1,0$$

- **RAZDALJA OD SKUPNEGA TEŽIŠČA DO TEŽIŠČA POSAMEZNEGA PODPREREZA**

$$a_1 = a_3 = 10,5\text{cm}, a_2 = 0 \text{ (simetrija)}$$

- **EFEKTIVNI VZTRAJNOSTNI MOMENT**

$$I_{ef} = (I_1 + \gamma_i \cdot A_i \cdot a_i^2) \cdot 2 + I_2 = (208,33 + 0,26 \cdot 100 \cdot 10,5^2) \cdot 2 + 3413,33 = 9563,0\text{cm}^4$$

- **EFEKTIVNA VITKOST**

$$\lambda_{ef} = l_u \cdot \sqrt{\frac{A_{tot}}{I_{ef}}} = 390 \cdot \sqrt{\frac{360}{9563,0}} = 75,67$$

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_{ef}}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{75,67}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{2,3}{800}} = 1,29$$

- **UKLONSKI KOEFICIENT**

$$k_{c,y}(\lambda_{rel,y}) = 0,488 \text{ (odčitamo)}$$

- **KONTROLA TLAČNIH NAPETOSTI Z UPOŠTEVANJEM UKLONA**

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{F_{c,d}}{A_{tot}} = \frac{232}{360} = 0,64\text{kN/cm}^2 \leq k_{c,y} \cdot f_{c,0,d} = 0,488 \cdot 1,415 = 0,69\text{kN/cm}^2 \checkmark$$

- **PROJEKTNÁ PREČNA SILA NA VEZNA SREDSTVA**

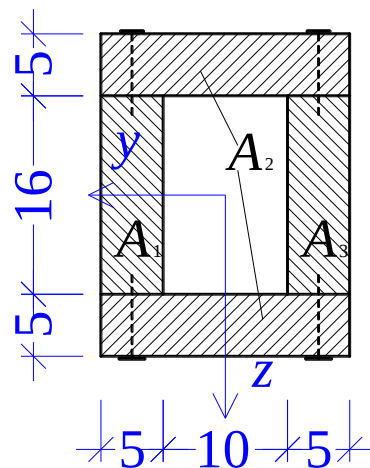
$$\lambda_{ef} \geq 60 : V_d = \frac{F_{c,d}}{k_{c,y} \cdot 60} = \frac{232}{0,488 \cdot 60} = 7,92\text{kN}$$

- **KONTROLA NOSILNOSTI VEZNIH SREDSTEV**

projektni obremenitvi veznih sredstev v strižnih ravninah, $F_{d1} = F_{d3}$

$$F_{d1} = \frac{\gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1 \cdot V_d}{I_{ef}} = \frac{0,26 \cdot 100 \cdot 10,5 \cdot 2,5 \cdot 7,92}{9563,0} = 0,57\text{kN} \leq F_{v,Rd} = 0,92\text{kN} \checkmark$$

UKLON OKOLI OSI z



Slika 8.3: Skica podprerezov.

OSEBNI PODATEK: $i = 42$

- UKLONSKA DOLŽINA
 $l_{uy} = 600 - 5 \cdot i = 600 - 5 \cdot 42 = 390 \text{ cm}$
- TLAČNA OSNA SILA
 $F_{c,d} = 190 + 42 = 232 \text{ kN}$
- VEZNO SREDSTVO – ZABITI ŽEBLJI
 $d/l = 4,2 / 110 \text{ mm}$ (projektna nosilnost veznega sredstva: $F_{v,Rd} = 0,92 \text{ kN}$)

- TOTALNI PREREZ
 $A_{tot} = A_1 + A_2 + A_3 = 80 + 200 + 80 = 360 \text{ cm}^2$
- VZTRAJNOSTNI MOMENTI

$$I_1 = I_3 = \frac{5^3 \cdot 16}{12} = 166,67 \text{ cm}^4$$

$$I_2 = 2 \cdot \frac{20^3 \cdot 5}{12} = 6666,67 \text{ cm}^4$$

- RAČUNSKI RAZMAK VEZNIH SREDSTEV

$$s_1 = \frac{s_{dej}}{n} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ cm} = s_3$$

- ZDRSNI MODUL

$$K_{ser} = \frac{\rho_m^{1,5} \cdot d^{0,8}}{30} = \frac{460^{1,5} \cdot 4,2^{0,8}}{30} = 1036,6 \text{ N/mm} = 10,366 \text{ kN/cm}$$

$$E_{0,mean} = 1200 \text{ kN/cm}^2$$

$$E_{0,05} = 800 \text{ kN/cm}^2$$

$$K_u = \frac{2}{3} \cdot K_{ser}$$

- PODAJNOST VEZNIH SREDSTEV

$$\gamma_1 = \gamma_3 = \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E_{0,mean} \cdot A_1 \cdot s_1}{K_u \cdot l_u^2} \right)^{-1} = \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot 1200 \cdot 80 \cdot 2,5}{\frac{2}{3} \cdot 10,366 \cdot 390^2} \right)^{-1} = 0,31$$

$$\gamma_2 = 1,0$$

- RAZDALJA OD SKUPNEGA TEŽIŠČA DO TEŽIŠČA POSAMEZNEGA PODPREREZA

$$a_1 = a_3 = 7,5\text{cm}, a_2 = 0 \text{ (simetrija)}$$

- EFEKTIVNI VZTRAJNOSTNI MOMENT

$$I_{ef} = (I_1 + \gamma_i \cdot A_i \cdot a_i^2) \cdot 2 + I_2 = (166,67 + 0,31 \cdot 80 \cdot 7,5^2) \cdot 2 + 6666,67 = 9790,0\text{cm}^4$$

- EFEKTIVNA VITKOST

$$\lambda_{ef} = l_u \cdot \sqrt{\frac{A_{tot}}{I_{ef}}} = 390 \cdot \sqrt{\frac{360}{9790,0}} = 74,79$$

$$\lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_{ef}}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}} = \frac{74,79}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{2,3}{800}} = 1,28$$

- UKLONSKI KOEFICIENT

$$k_{c,z}(\lambda_{rel,z}) = 0,494 \text{ (odčitamo)}$$

- KONTROLA TLAČNIH NAPETOSTI Z UPOŠTEVANJEM UKLONA

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{F_{c,d}}{A_{tot}} = \frac{232}{360} = 0,64\text{kN/cm}^2 \leq k_{c,z} \cdot f_{c,0,d} = 0,494 \cdot 1,415 = 0,70\text{kN/cm}^2 \checkmark$$

- PROJEKTNÁ PREČNA SILA NA VEZNA SREDSTVA

$$\lambda_{ef} \geq 60 : V_d = \frac{F_{c,d}}{k_{c,z} \cdot 60} = \frac{232}{0,494 \cdot 60} = 7,83\text{kN}$$

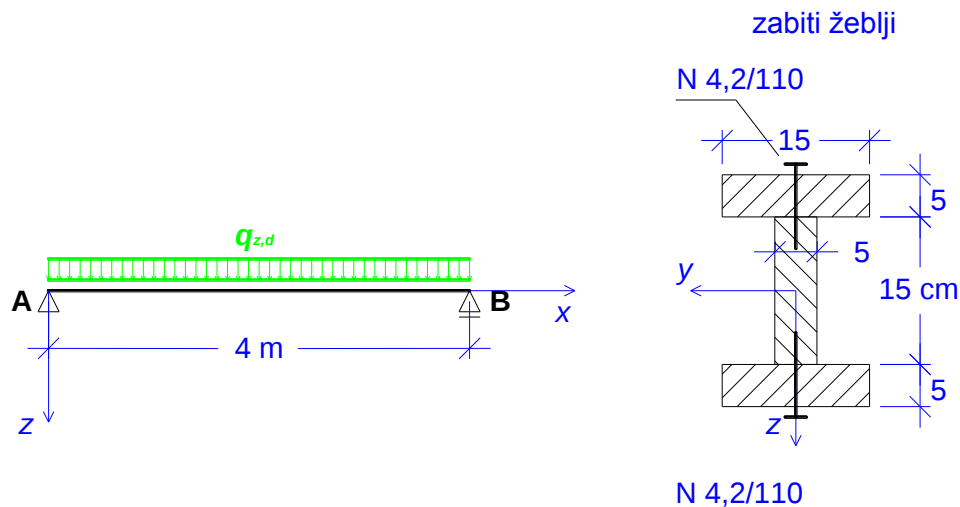
- KONTROLA NOSILNOSTI VEZNIH SREDSTEV

projektne obremenitve veznih sredstev v strižnih ravninah $F_{d1} = F_{d3}$

$$F_{d1} = \frac{\gamma_1 \cdot A_1 \cdot a_1 \cdot s_1 \cdot V_d}{I_{ef}} = \frac{0,31 \cdot 80 \cdot 7,5 \cdot 2,5 \cdot 7,83}{9790,0} = 0,37\text{kN} \leq F_{v,Rd} = 0,92\text{kN} \checkmark$$

8.2 UPOGIBNO OBREMENJEN SESTAVLJEN PREREZ

8.2.1 Zasnova



Slika 8.4: Skica upogibno obremenjenega sestavljenega elementa.

Obravnavamo primer sestavljenega elementa obteženega s prečno zvezno obtežbo q_z . Podane so vse dimenzije elementa. Naredite kontrolo normalnih in strižnih napetosti, kontrolo nosilnosti veznih sredstev in kontrolo povesa.

Podatki:

- obtežba (samo koristna, lastno težo zanemarim) $q_{z,d} = 2,9 \text{ kN/m}$
($q_z = 1,93 \text{ kN/m}$, $\psi_2 = 0,6$ (stavbe, kjer se zbirajo ljudje), MSN $\Rightarrow \gamma_q = 1,50$)

- vezno sredstvo: zabiti žablji $d/l = 4,2/110 \text{ mm}$

- razdalja med žablji $s_{dej} = 4 \text{ cm}$

- vrsta lesa C30

- obtežna kombinacija: srednje dolgotrajna, $k_{mod} = 0,80$, $k_{def} = 0,80$

- projektna upogibna trdnost lesa

$$f_{m,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{3,000}{1,3} = 1,846 \text{ kN/cm}^2$$

- projektna strižna trdnost lesa

$$f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{0,300}{1,3} = 0,185 \text{ kN/cm}^2$$

- projektna tlačna trdnost lesa

$$f_{c,o,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{c,0,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{2,300}{1,3} = 1,415 \text{ kN/cm}^2$$

- projektna natezna trdnost lesa

$$f_{t,0,d} = k_{\text{mod}} \cdot \frac{f_{t,0,k}}{\gamma_M} = 0,8 \cdot \frac{1,800}{1,3} = 1,108 \text{ kN/cm}^2$$

- elastični modul lesa $E_{0,mean} = 1200 \text{ kN/cm}^2$

- gostota lesa $\rho_m = 460 \text{ kg/m}^3$

8.2.2 Izračun notranjih statičnih količin

$$M_{y,\max,d} = \frac{q_{z,d} \cdot L^2}{8} = 5,80 \text{ kNm}$$

$$V_{z,\max,d} = \frac{q_{z,d} \cdot L}{2} = 5,80 \text{ kN}$$

8.2.3 Kontrola upogibnih in tlačnih oziroma nateznih napetosti

- pogoj tlačnih oziroma nateznih napetosti v težiščih podprerezov

$$\sigma_i = \frac{\gamma_i \cdot E_i \cdot a_i \cdot M_{y,\max,d}}{(EI)_{ef}} \leq \begin{cases} f_{c,0,d} \\ f_{t,0,d} \end{cases}$$

- pogoj napetosti na robovih podprerezov

$$\sigma_{m,i} = \frac{0,5 \cdot E_i \cdot h_i \cdot M_{y,\max,d}}{(EI)_{ef}}$$

$$\sigma_i + \sigma_{m,i} \leq f_{m,d}, i = \{1, 2, 3\}$$

- izračun podajnosti veznih sredstev γ_i za $i = \{1, 3\}$, $\gamma_2 = 1,0$

MSU:

$$\gamma_1 = \gamma_3 = \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot E_{0,mean,1(3)} \cdot A_{1(3)} \cdot s_{1(3)}}{K_{ser,1(3)} \cdot l_u^2} \right)^{-1} = \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot 1200 \cdot 75 \cdot 4}{10,366 \cdot 400^2} \right)^{-1} = 0,32$$

$$K_{ser,1} = K_{ser,3} = \frac{\rho_m^{1,5} \cdot d^{0,8}}{30} = \frac{460^{1,5} \cdot 4,2^{0,8}}{30} = 1036,6 \text{ N/mm} = 10,366 \text{ kN/cm}$$

MSN:

$$K_{u,1} = K_{u,3} = \frac{2}{3} K_{ser,1} = \frac{2}{3} K_{ser,3}$$

$$\gamma_1 = \gamma_3 = \left(1 + \frac{\pi^2 \cdot 1200 \cdot 75 \cdot 4}{\frac{2}{3} \cdot 10,366 \cdot 400^2} \right)^{-1} = 0,24$$

- izračun $(EI)_{ef}$

MSU:

$$(EI)_{ef} = \sum_{i=1}^3 (E_i I_i + \gamma_i \cdot E_i \cdot A_i \cdot a_i^2) = 7822500 \text{ kNcm}^2$$

MSN:

$$(EI)_{ef} = \sum_{i=1}^3 (E_i I_i + \gamma_i \cdot E_i \cdot A_i \cdot a_i^2) = 6382500 \text{ kNcm}^2$$

I_i vztrajnostni momenti posameznih elementov

γ_i podajnost veznih sredstev (MSU, MSN)

A_i površina posameznega elementa v prerezu

a_i oddaljenost težišča elementa od skupnega težišča prereza

$E_i = E_{0,mean}$

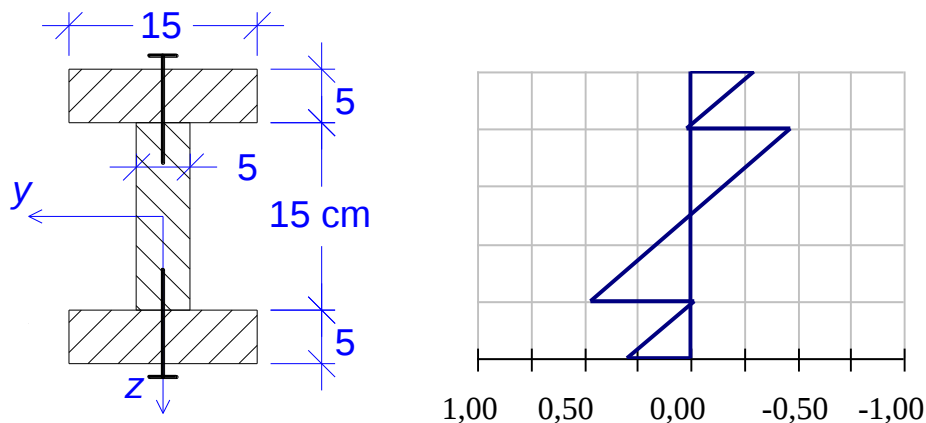
- izračun napetosti

$$\frac{\sigma_1}{f_{c,0,d}} = -0,19, \quad \frac{\sigma_2}{f_{c,0,d}} = 0, \quad \frac{\sigma_3}{f_{t,0,d}} = 0,24$$

$$\frac{\sigma_1 + \sigma_{m,1}}{f_{m,d}} = -0,29, \quad \frac{\sigma_1 - \sigma_{m,1}}{f_{m,d}} = -0,01$$

$$\frac{\sigma_2 + \sigma_{m,2}}{f_{m,d}} = -0,44, \quad \frac{\sigma_2 - \sigma_{m,2}}{f_{m,d}} = 0,44$$

$$\frac{\sigma_3 + \sigma_{m,3}}{f_{m,d}} = -0,01, \quad \frac{\sigma_3 - \sigma_{m,3}}{f_{m,d}} = 0,29$$



Slika 8.5: Prikaz poteka normiranih napetosti po prerezu.

8.2.4 Kontrola strižnih napetosti

$$\tau_{2,max} = \frac{(\gamma_3 \cdot E_3 \cdot A_3 \cdot a_3 + 0,5 \cdot E_2 \cdot b_2 \cdot h^2) \cdot V}{b_2 \cdot (EI)_{ef}} \leq f_{v,d}$$

V ... prečna sila, v našem primeru $V_{z,max,d}$

h ... oddaljenost skupnega težišča oziroma y osi od spodnjega roba dela 2 ($h=15/2=7,5$ cm).

$$\tau_{2,\max} = \frac{(0,24 \cdot 1200 \cdot 75 \cdot 10 + 0,5 \cdot 1200 \cdot 5 \cdot 7,5^2) \cdot 5,80}{5 \cdot 6382500} \leq f_{v,d}$$

$$\tau_{2,\max} = 0,070 \frac{kN}{cm^2} \leq f_{v,d} = 0,185 \frac{kN}{cm^2} \quad \checkmark$$

8.2.5 Kontrola nosilnosti veznih sredstev

$$F_{1,d} = F_{3,d} = \frac{\gamma_{1(3)} \cdot E_{1(3)} \cdot A_{1(3)} \cdot a_{1(3)} \cdot s_{1(3)} \cdot V_{z,\max,d}}{(EI)_{ef}} = 785N \leq F_{v,Rd} = 920N \quad \checkmark$$

8.2.6 Kontrola povesa (MSU)

$$w_{inst,qz} = \frac{5 \cdot q_z \cdot L^4}{384 \cdot E_{0,mean} \cdot I_{ef}} = \frac{5 \cdot 1,93 \cdot 400^4}{384 \cdot 7822500 \cdot 100} = 0,82cm \leq w_{inst,lim} = \frac{L}{300} = \frac{400}{300} = 1,33cm \quad \checkmark$$

$$w_{net,fin,qz} = w_{inst,qz} \cdot (1 + \psi_2 \cdot k_{def}) = 0,82 \cdot (1 + 0,6 \cdot 0,8) = 1,21cm \leq w_{net,fin,lim} = \frac{L}{250} = 1,6cm \quad \checkmark$$